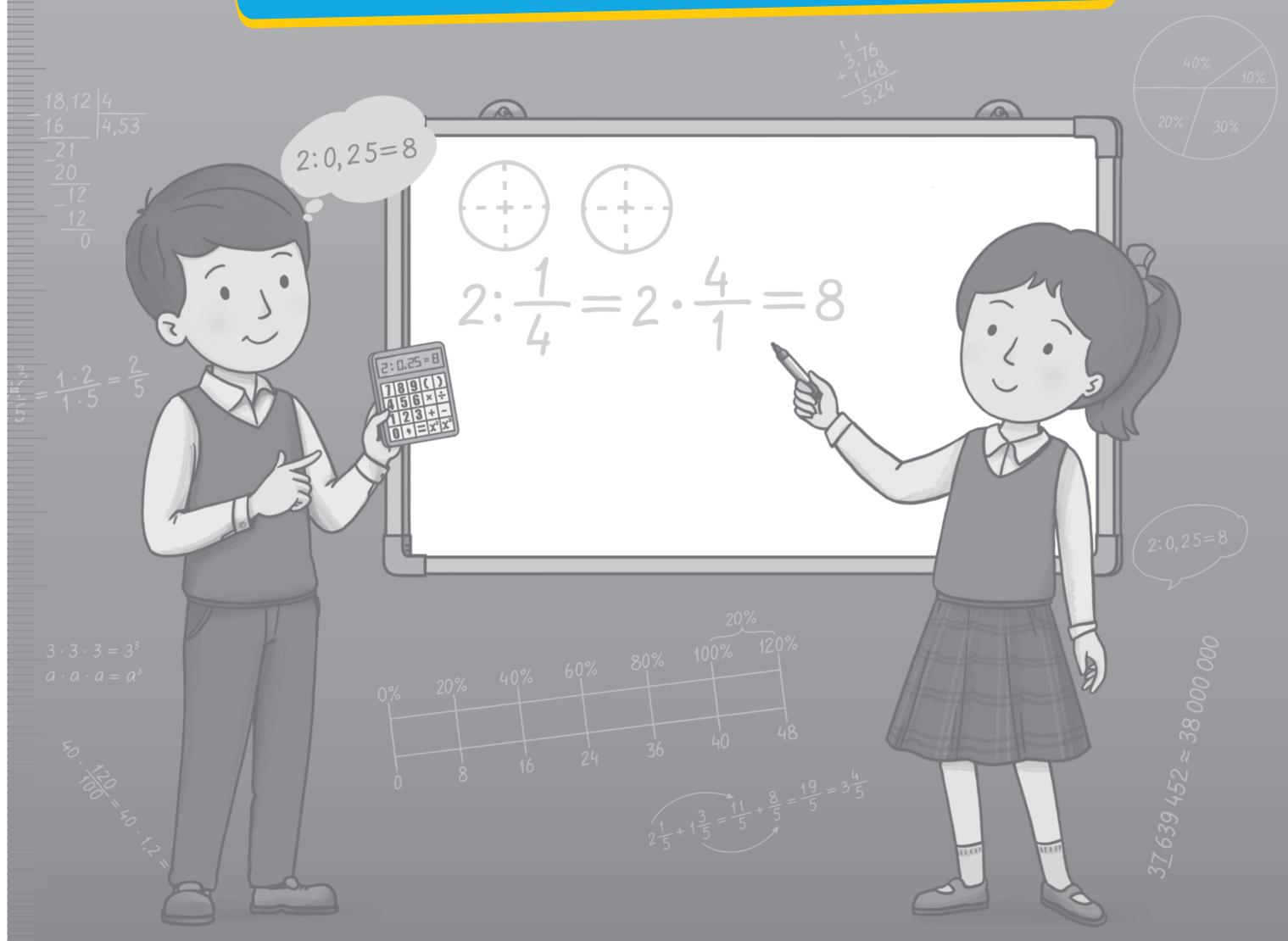


МАТЕМАТИКА 5

Методическое пособие



ГЮНАЙ ГУСЕЙНЗАДЕ, ЗАУР ИСАЕВ

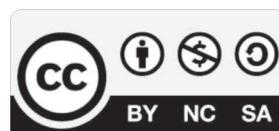
МАТЕМАТИКА

5

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Учебника по предмету математика для 5-х классов
общеобразовательных заведений

©Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0
International (CC BY-NC-SA 4.0)

Bu nəşr Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International
lisensiyası (CC BY-NC-SA 4.0) ilə www.trims.edu.az
saytında əlçatandır. Bu nəşrin məzmunundan istifadə edərkən
sözügedən lisenziyanın şərtlərini qəbul etmiş olursunuz:

İstiqad zamanı nəşrin müəllif(lər)inin adı göstərilməlidir.

Nəşrdən kommersiya məqsədilə istifadə qadağandır.

Törəmə nəşrlər orijinal nəşrin lisenziya şərtlərilə yayılmalıdır.

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi
trm@arti.edu.az və derslik@edu.gov.az
elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur.
Əməkdaşlığınıza üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!

СОДЕРЖАНИЕ

1. Компоненты учебника	3
2. Структура учебника и концепция обучения.....	4
3. Организация уроков решения задач	6
4. Учебная программа по математике	8
Годовое планирование	19

РАЗДЕЛ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ.....	22
РАЗДЕЛ 2. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ	54
РАЗДЕЛ 3. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ	95
РАЗДЕЛ 4. ПРОЦЕНТ	132
РАЗДЕЛ 5. ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ. УРАВНЕНИЕ. НЕРАВЕНСТВО	149
РАЗДЕЛ 6. ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ.....	172
РАЗДЕЛ 7. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФИГУРЫ.....	194
РАЗДЕЛ 8. СТАТИСТИКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ.....	217

ВВЕДЕНИЕ

1

КОМПОНЕНТЫ УЧЕБНИКА

В учебный комплект по предмету Математика для 5-го класса входят:

- Учебник
- Рабочая тетрадь
- Методическое пособие

В учебнике отражены учебные материалы, предназначенные непосредственно для ученика и реализующие соответствующие содержательные стандарты, установленные в куррикулуме.

Учебник состоит из двух частей и содержит всего 8 разделов. Соответствующие разделы имеют титульную страницу, и каждый раздел заканчивается заданиями, предназначенными для обобщающего урока. Каждая тема в разделе начинается с новой страницы. Все вопросы и задания каждого урока пронумерованы.

Рабочая тетрадь. Содержит примеры и задачи для более глубокого понимания учениками содержания учебника. Рабочая тетрадь имеет особое значение для усовершенствования приобретенных знаний и формирования практических навыков. Соответственно деятельности ученика в рабочей тетради могут быть осуществлены формативное оценивание, мониторинг учебного процесса, а обучения и контроль за успеваемостью учащихся.

Методическое пособие, предназначенное для учителей, состоит из введения (общей части) и комментария уроков. Во введении описываются содержательная структура и методологическая концепция учебника. Они представлены ниже:

- Основные принципы обучения математике в V классе.
- Организация обучения математике по линиям деятельности.
- Организация уроков решения задач.
- Годовое планирование.
- Таблица реализации содержания разделов и тем по стандартам.
- Организация обобщающих уроков.

В начале каждого раздела даются обзор соответствующего учебного материала и карта содержания раздела по компонентам учебника (раздел, урок, стандарт, страница и др.). В изложении каждого урока должны отражаться нижеследующие пункты:

- Результаты обучения по стандартам.
- Необходимые для урока ресурсы (наглядные пособия и электронные источники).
 - Рекомендации по мотивации (побуждение).
 - Рекомендации по технологии обучения.
 - Рекомендации по преодолению трудностей, с которыми обычно сталкиваются ученики в процессе обучения.
 - Рекомендации по решению задач и выполнению заданий.
 - Рекомендации по дифференциальному обучению.
 - Рекомендации по организации уроков решения задач.
 - Критерии и средства формативного оценивания.
 - Организация обобщающих уроков по разделу.



2

СТРУКТУРА УЧЕБНИКА И КОНЦЕПЦИЯ ОБУЧЕНИЯ

Модель изучения тем основана на модели: “Изучай → Закрепляй → Применяй”.

Изучай – приобретение знаний и навыков.

Закрепляй – усовершенствование приобретенных новых знаний и навыков с помощью практических заданий, упражнений, проектов и другими способами.

Применяй – применение полученных знаний и навыков для решения постепенно усложняющихся задач и математического моделирования.

Каждая тема преподается на основе пятиэтапного цикла обучения. Тема начинается с решения исследовательско-дискуссионной задачи и заканчивается применением полученных новых знаний для решения задач.



Соответствие модели обучения и рубрик в учебнике:

Изучай



- 1. Проблемно-ориентированная деятельность (*Problem-Centred Hands-on Activity*). В учебнике дается под заголовком "ИССЛЕДОВАНИЕ-ОБСУЖДЕНИЕ".

Закрепляй



- **3. Слушай, анализируй, объясняй и применяй** (работа с учителем). В учебнике дается под заголовком "ОБРАЗЕЦ".
 - **4. Ваша очередь.** В учебнике даётся под заголовком "ЗАДАНИЯ С ПРИМЕРАМИ".

Применяй

- **5. Решай задачи.** В учебнике дается под заголовком "РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ".

Учебные материалы сгруппированы по следующим рубрикам:

Функции рубрик обучения, представленных в учебнике, разъясняются в разделе “Познакомимся с учебником”.

Первая страница раздела. Во вводной части разделов даются начальные представления о темах, которые будут изучены, и их применении. На этой странице представлены знания и навыки, которые будут приобретены в рамках рубрики «В этой главе вы научитесь». Задача, представленная под заголовком «Попытайтесь!», предназначена для объяснения ученикам важности навыков, которые они приобретут в разделе. Даже если не решать данную задачу, можно организовать дискуссию о стратегии решения задачи и требуемых знаниях.

Предварительная проверка. Предназначена для повторения полученных учащимися в младших классах знаний и навыков, связанных с материалами, которые будут изучены в разделе, и может быть использована в целях диагностического оценивания.

Исследование-обсуждение. Изучение каждой темы начинается с деятельности, которая позволяет сформировать важные математические мысли, помогает усовершенствовать навыки решения задач. Эта деятельность осуществляется путем использования учениками конкретных или pictуральных моделей и путем поощрения учеников за более активное участие на уроке. В деятельности ученики могут участвовать и в группах. В связи с этим в методическом пособии для учителя будут даны краткие рекомендации и объяснения того, как осуществить проблемно-ориентированную деятельность в классе, какие вопросы и инструкции (подсказки) использовать для того, чтобы ученики могли правильно мыслить и координировать свои действия, а также обобщать результаты своей деятельности.

Изучение. Объяснение новых знаний и информации. После проблемно-ориентированной деятельности во время разъяснения определенной темы будут использованы конкретные и pictуральные модели,

соответствующие “**конкретно-пиктурально-абстрактному**” подходу. В одной теме может быть несколько материалов для изучения. После каждого учебного материала дается задание с образцом.

Исследуется, какие преимущественно ошибки допускают учащиеся в ходе деятельности, и даются необходимые рекомендации и объяснения для их устранения. В процессе этого в учебнике и рабочей тетради даются конкретные рекомендации по фокусированию внимания на ключевых темах, базовой информации, правильном мышлении учеников, частых ошибках или недоразумениях.

Основываясь на “конкретно-пиктурально-абстрактном” подходе в процессе изучения новых понятий, ученики должны иметь возможность использовать несколько моделей, соответствующих одному и тому же понятию. С другой стороны, стратегия scaffolding (“строительные леса”) заключается в том, чтобы адаптировать учебный процесс к индивидуальным потребностям учеников. Другими словами, цель состоит в том, чтобы постепенно научить учеников лучше понимать и в итоге сделать их более независимыми в процессе урока.

Образец. Прилагаются примеры и соответствующие задачи, которые обобщают математические знания и навыки, составляющие основу объяснения темы или деятельности. Ожидается, что ученик сначала проанализирует их (или выслушает объяснение учителя), а затем объяснит. Далее предусмотрены аналогичные задания, чтобы ученики могли применить полученные знания.

Внимание. Важные знания или навыки, связанные с темой.

Запомни. Особо важные математические правила.

Из истории математики. Интересные факты из истории математики, связанные с темой.

Задания. Изучив задание, данное в виде образца, ученикам дают несколько заданий, которые предусмотрены для закрепления и приобретения соответствующих знаний и навыков. Это также поможет учителю провести формативное оценивание. Методическое пособие отражает рекомендации для заданий, предусмотренных при дифференцированном обучении. Так, ученикам, показавшим низкий результат во время самостоятельной работы, дается повторное объяснение, а ученикам, показавшим высокий результат, даются дополнительные упражнения и задания.

Решение задач. Предусмотрено решение нескольких задач по каждой теме. Навыки решения задач формируются в виде поэтапного решения поставленной задачи.

3

ОРГАНИЗАЦИЯ УРОКОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Решение задач является неотъемлемой частью изучения математики. Ученики должны заниматься решением задач, способ решения которых неясен и которые требуют применения не только обычных математических действий, но и более творческого подхода. В стандартах, подтвержденных Национальным советом учителей математики (*National Consil of Teachers of Mathematics*), указано: “*Решение задачи является не только основной целью математического обучения, но также является его основным средством. Для учеников должны создаваться условия, чтобы они составляли задачи и решали их, в основном сложные задачи, которые требуют больших усилий при решении*” (*NTCM, Principles Standards and for School Mathematics*, p.52.)

Американский исследователь в области образования Анна Ньюман (Anne Newman), которая проанализировала ошибки учеников во время решения задач, разделила эти ошибки на 5 этапов:

Характер ошибки	Пояснения	Рекомендации ученикам по устранению ошибок
Чтение	Математические термины и символы не прочитаны должным образом.	Повторно прочтите вопрос.
Понимание	Задача полностью не осознана.	Что требуется найти в задаче?
Преобразования	Неправильно выполнены преобразования.	Как вы думаете решить задачу?
Математические процедуры и факты	Допускаются ошибки в математических вычислениях.	Как бы вы вычислили результат?
Кодирование	Хотя решение найдено, ответ задачи указан неверно.	Повторно решив, напишите свой ответ в нижней строке.

Newman, M. A. (1977). *An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks*. Victorian Institute for Educational Research Bulletin, 39, 31-43.

Newman, M. A. (1983). *Strategies for diagnosis and remediation*. Sydney: Harcourt, Brace Jovanovich.

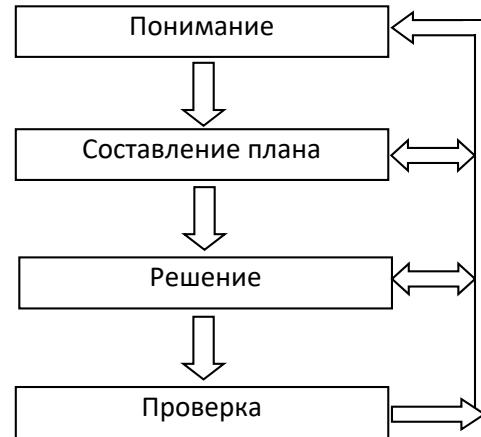
Основываясь на теории известного математика, популяризатора науки и исследователя в области обучения математике Джорджа Пойя (George Pólya, How to Solve It, 2nd ed., Princeton University Press, 1957), решение задачи проходит в 4 этапа:

1. Понять задачу (понимание).

Так как учителя часто не воспринимают этот этап всерьез, ученики испытывают трудности даже при решении самых простых задач. Для того чтобы постепенно устраниТЬ это затруднение, ученикам можно задать разные вопросы:

- Понятно ли значение всех слов в условии задачи?
- Что требуется найти и показать?
- Как своими словами вы можете пересказать условие задачи?
- Как вы представляете себе условие задачи?
- Как можно представить задачу – схемой или рисунком, чтобы лучше понять ее?

Можно также использовать краткую форму записи, таблицу, схему, рисунок и другие формы представления задачи, чтобы лучше понять ее условие.



2. Составить план решения задачи.

Можно использовать разные методы для решения одной и той же задачи. Лучший способ для формирования навыка выбора правильного метода – решать больше задач. С накоплением опыта ученики смогут выбрать более легкую стратегию для решения задачи. Основные стратегии решения задач (Alfred S. Posamentier Stephen Krulik, "Problem Solving Mathematics", Corwin, 2009) следующие:

- Предположение и проверка (*Guess and Check*) – эта стратегия предусматривает, что предположив, можно проверить ответ и усовершенствовать решение.
- Практическая деятельность (*Act it Out*) – практическая деятельность с применением пособий.
- Рисование (*Draw*) – нарисовать рисунки и диаграммы.
- Составить список и построить таблицу (*Make a List and Table*).
- Логическое мышление (*Think*) – логически мыслить, используя предшествующие знания.

3. Решение задачи.

Этот этап относительно проще этапа составления плана. Ученикам нужно объяснить, что, если выбранный метод не помогает, надо его изменить. Не надо избегать этого: даже самые выдающиеся математики вынуждены были менять метод решения, если не получалось решить задачу.

4. Проверить ответ.

Этап проверки может быть очень полезным для учеников. При обсуждении решения задачи выявляются ошибки и определяется, какой метод более эффективен для решения такого типа задач.

В целом очень важно различать понятия “решение задачи” и “обучение решению задач”. С этой точки зрения рекомендуется, чтобы во время учебного процесса рассматривался четырехфазный познавательный процесс решения каждой задачи (понимание - составление плана - решение - проверка) как подход к трехэтапному познавательному процессу деятельности ученика. Согласно Дж. Мейсону, Л.Бертону и К.Стейси (2010), обучение решению задач выполняется в три этапа: *привлечение, «мозговой штурм» и обсуждение* (Mason J., Burton L., & Stacey K. "Thinking Mathematically", 2nd. ed., New York, Pearson, 2010).

1. Этап привлечения создает основу для решения задач, поэтому нужно уделить ему достаточно времени. На этом этапе важно удостовериться в том, что ученик полностью понял условие задачи и что от него требуется найти в ней. Для этого учитель руководствуется нижеследующими вопросами для размышления:

- Что я знаю?
- Что хочу сделать?

- Что я могу сделать?

Чтобы лучше понять условие задачи, можно также использовать краткую форму записи, таблицу, схемы, рисунки и другие изображения. Обычно этот этап проходит с активным участием учеников. Чтобы лучше понять и легко решить задачу, они моделируют одну и ту же задачу разными способами. Это могут быть ролевая игра, сценки, поставленные по разным сценариям, или практическая деятельность.

2. Решение задачи («мозговой штурм») – служит для построения плана и решения задачи. Учитель следит за выбором учениками правильной стратегии. Он создает условия для учеников, чтобы они могли решить задачу разными способами, и еще больше поощряет учеников с отличающимся мышлением. Для этого им дается возможность свободно использовать разные манипулятивы (соединяющиеся кубики, счетные палочки, конструктор, магниты, десятичные кубы, рамки с десятью клетками и т.д.)

3. Обсуждение – служит для проверки и обобщения. На этом этапе:

- Проверяется правильность решения.
- Обсуждаются ключевые идеи (key ideas) и важные этапы процесса решения (рефлексивное мышление).
- Обобщаются задача и её решение.

В методическом пособии в объяснении способа решения относительно сложных задач даны рекомендации для этапа «Побуждения».

4

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ПО МАТЕМАТИКЕ

Государственные стандарты и программы (куррикулум) общеобразовательного уровня служат для формирования у учеников математического мышления и навыков математического оценивания.

В 5-м классе предмет математикам преподается по 4 стандартным линиям, соответственно программе дисциплины: *числа и действия, алгебра и функции, геометрия и измерения, статистика и вероятность*. Основная цель всех содержательных линий – формирование у учеников навыков решения задач.

При организации обучения по содержательным линиям предполагается углубить и расширить знания и навыки от простых к сложным. Наряду с этим каждые знание и навык, входящие в содержание предмета, не ограничиваясь только данной содержательной линией, будут связываться и с другими содержательными линиями.



5

НАВЫКИ, РЕАЛИЗУЕМЫЕ ПО СТАНДАРТАМ В 5-м КЛАССЕ

1. Числа и действия

Ученик:

1.1. Читает, записывает, упорядочивает, округляет натуральные числа в пределах триллиона.

1.1.1. Читает натуральные числа в пределах триллиона, записывает их в различных формах и определяет разрядное значение цифры в записи.

1.1.2. Сравнивает и упорядочивает натуральные числа в пределах триллиона.

1.1.3. Округляет натуральные числа в пределах триллиона до требуемых разрядов.

1.2. Применяет свойства арифметических действий над натуральными числами, выполняет действия.

1.2.1. Выполняет арифметические действия над многозначными числами.

1.2.2. Определяет делители и кратные числа.

1.2.3. Находит НОД и НОК двух натуральных чисел, используя список.

1.2.4. Вычисляет натуральные степени 10, квадрат и куб натуральных чисел.

1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.

1.3. Сравнивает дроби, выполняет действия над дробями.

1.3.1. Связывает дроби и деление.

1.3.2. Сравнивает и упорядочивает дроби, смешанные числа.

1.3.3. Выполняет действия сложения и вычитания над натуральными числами, дробями и смешанными числами.

1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.

1.4. Сравнивает десятичные дроби, выполняет действия над десятичными дробями.

1.4.1. Читает, записывает десятичные дроби, определяет значение разряда цифры в записи.

1.4.2. Сравнивает и упорядочивает десятичные дроби.

1.4.3. Округляет десятичные дроби.

1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.

1.4.5. Выполняет совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями.

1.4.6. Находит часть числа и число по его части.

1.5. Выполняет простые процентные вычисления.

1.5.1. Объясняет понятие процент.

1.5.2. Находит процент от числа, число по его проценту.

1.5.3. Решает задачи, связанные с увеличением и уменьшением значения величины до заданного процента.

2. Алгебра и функции

Ученик:

2.1. Составляет математические выражения, упрощает и находит значение выражения по заданному значению переменной.

2.1.1. Составляет математическое выражение с переменной, соответствующее заданным данным, произносит заданное математическое выражение устно.

2.1.2. Упрощает выражения с одной переменной.

2.1.3. Использует порядок действий для вычисления значения математических выражений с не более чем тремя переменными.

2.2. Находит натуральные решения простых неравенств, решает простые уравнения.

2.2.1. Находит натуральные решения простых неравенств методом подбора.

2.2.2. Решает простые линейные уравнения с натуральными или дробными коэффициентами.

2.2.3. Использует уравнения при решении задач.

2.3. Выражает простые функциональные зависимости в различных формах.

- 2.3.1. Выражает зависимости между величинами при помощи букв в виде формулы.
- 2.3.2. Составляет таблицу, соответствующую зависимости между величинами.
- 2.3.3. Графически изображает простые зависимости между величинами.

3. Геометрия и измерения

Ученик:

3.1. Классифицирует (знает) углы, определяет биссектрису угла.

- 3.1.1. Определяет смежные и вертикальные углы, применяет их свойства.
- 3.1.2. Объясняет понятия конгруэнтных углов и биссектрисы угла.

3.2. Чертит простые геометрические фигуры с помощью линейки, угольника и транспортира.

- 3.2.1. Чертит перпендикулярные и параллельные прямые на плоскости.
- 3.2.2. Чертит квадрат и прямоугольник.
- 3.2.3. Чертит треугольник.

3.3. Вычисляет площади плоских фигур.

- 3.3.1. Вычисляет площадь прямоугольного треугольника.
- 3.3.2. Вычисляет площади составных фигур.

3.4. Вычисляет объем и площадь поверхности пространственных фигур.

- 3.4.1. Вычисляет площадь поверхности куба, кубоида (прямоугольного параллелепипеда), с прямоугольным треугольником в основании.
- 3.4.2. Вычисляет объем куба, кубоида (прямоугольного параллелепипеда) и прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.
- 3.4.3. Вычисляет площадь поверхности и объем сложных фигур, состоящих из кубов и кубоидов (прямоугольных параллелепипедов).

5. Статистика и вероятность

Ученик:

5.1. Собирает, изображает и анализирует информацию.

- 5.1.1. Вычисляет количество величины, соответствующей данной в процентах части круговой диаграммы.
- 5.1.2. Обосновывает выбор подходящей диаграммы для описания данной информации.
- 5.1.3. Вычисляет среднее арифметическое заданных данных.
- 5.1.4. Сравнивает два множества данных, используя среднее арифметическое.

**Примечание: Содержательная линия 4. «ИЗМЕРЕНИЕ» не предусмотрена как отдельная содержательная линия, так как она преподается интегрировано с другими содержательными линиями в 5–11 классах.*

График внедрения стандартов содержания за I полугодие

Разделы и темы	I раздел								II раздел								III раздел								IV раздел												
	Стандарты содержания	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10	3.11	4.1	4.2	4.3	4.4			
1. Числа и действия																																					
1.1. Читает, записывает, упорядочивает, округляет натуральные числа в пределах триллиона.																																					
1.1.1. Читает натуральные числа в пределах триллиона, записывает их в различных формах и определяет разрядное значение цифры в записи.	✓																																				
1.1.2. Сравнивает и упорядочивает натуральные числа в пределах триллиона.		✓																																			
1.1.3. Округляет натуральные числа в пределах триллиона до требуемых разрядов.			✓																																		
1.2. Применяет свойства арифметических действий над натуральными числами, выполняет действия.																																					
1.2.1. Выполняет арифметические действия над многозначными числами.				✓	✓	✓	✓																														
1.2.2. Определяет делители и кратные числа.																✓																					
1.2.3. Находит НОД и НОК двух натуральных чисел, используя список.																✓																					
1.2.4. Вычисляет натуральные степени 10, квадрат и куб натуральных чисел.	✓					✓		✓																													
1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.					✓	✓	✓	✓																													
1.3. Сравнивает дроби, выполняет действия над дробями.																																					
1.3.1. Связывает дроби и деление.																	✓																				
1.3.2. Сравнивает и упорядочивает дроби, смешанные числа.																		✓																			
1.3.3. Выполняет действия сложения и вычитания над натуральными числами, дробями и смешанными числами.																		✓	✓	✓																	
1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.																			✓	✓	✓	✓															

Разделы и темы Стандарты содержания	I раздел							II раздел							III раздел							IV раздел										
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10	3.11	4.1	4.2	4.3
4. Статистика и вероятность																																
5.1. Собирает, изображает и анализирует информацию.																																
5.1.1. Вычисляет количество величины, соответствующей данной в процентах части круговой диаграммы.																																
5.1.2. Обосновывает выбор подходящей диаграммы для описания данной информации.																																
5.1.3. Вычисляет среднее арифметическое заданных данных.																																
5.1.4. Сравнивает два множества данных, используя среднее арифметическое.																																

График внедрения стандартов содержания за II полугодие

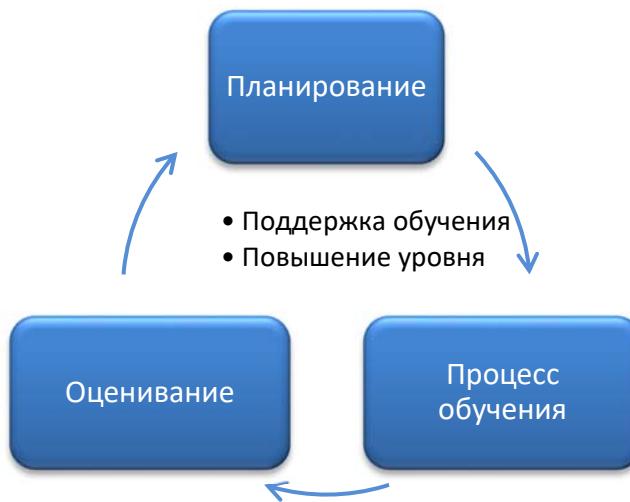
Стандарты содержания	Разделы и темы		V раздел					VI раздел					VII раздел					VIII раздел		
	5.1	5.2	5.3	5.4	1.5	5.6	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	4.1	4.2	4.3
1. Числа и действия																				
1.1. Читает, записывает, упорядочивает, округляет натуральные числа в пределах триллиона.																				
1.1.1. Читает натуральные числа в пределах триллиона, записывает их в различных формах и определяет разрядное значение цифры в записи.																				
1.1.2. Сравнивает и упорядочивает натуральные числа в пределах триллиона.																				
1.1.3. Округляет натуральные числа в пределах триллиона до требуемых разрядов.																				
1.2. Применяет свойства арифметических действий над натуральными числами, выполняет действия.																				
1.2.1. Выполняет арифметические действия над многозначными числами.																				
1.2.2. Определяет делители и кратные числа.																				
1.2.3. Находит НОД и НОК двух натуральных чисел, используя список.																				
1.2.4. Вычисляет натуральные степени 10, квадрат и куб натуральных чисел.																				
1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.																				
1.3. Сравнивает дроби, выполняет действия над дробями.																				
1.3.1. Связывает дроби и деление.																				
1.3.2. Сравнивает и упорядочивает дроби, смешанные числа.																				
1.3.3. Выполняет действия сложения и вычитания над натуральными числами, дробями и смешанными числами.																				
1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.																				
1.4. Сравнивает десятичные дроби, выполняет действия над десятичными дробями.																				
1.4.1. Читает, записывает десятичные дроби, определяет значение разряда цифры в записи.																				
1.4.2. Сравнивает и упорядочивает десятичные дроби.																				
1.4.3. Округляет десятичные дроби.																				
1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.																				
1.4.5. Выполняет совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями.																				
1.4.6. Находит часть числа и число по его части.																				
1.5. Выполняет простые процентные вычисления.																				
1.5.1. Объясняет понятие процент.																				
1.5.2. Находит процент от числа, число по его проценту.																				
1.5.3. Решает задачи, связанные с увеличением и уменьшением значения величины до заданного процента.																				

Разделы и темы	V раздел					VI раздел					VII раздел				VIII раздел					
	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	8.1	8.2	8.3
Стандарты содержания																				
2. Алгебра и функции																				
2.1. Составляет математические выражения, упрощает и находит значение выражения по заданному значению переменной.																				
2.1.1. Составляет математическое выражение с переменной, соответствующее заданным данным, произносит заданное математическое выражение устно.	✓																			
2.1.2. Упрощает выражения с одной переменной.	✓	✓																		
2.1.3. Использует порядок действий для вычисления значения математических выражений с не более чем тремя переменными.	✓	✓																		
2.2. Находит натуральные решения простых неравенств, решает простые уравнения.																				
2.2.1. Находит натуральные решения простых неравенств методом подбора.									✓											
2.2.2. Решает простые линейные уравнения с натуральными или дробными коэффициентами.							✓	✓												
2.2.3. Использует уравнения при решении задач.									✓											
2. Алгебра и функции																				
2.3. Выражает простые функциональные зависимости в различных формах.																				
2.3.1. Выражает зависимости между величинами при помощи букв в виде формулы.									✓											
2.3.2. Составляет таблицу, соответствующую зависимости между величинами.									✓										✓	
2.3.3. Графически изображает простые зависимости между величинами.									✓										✓	
3. Геометрия и измерения																				
3.1. Классифицирует (знает) углы, определяет биссектрису угла.																				
3.1.1. Определяет смежные и вертикальные углы, применяет их свойства.										✓										
3.1.2 Объясняет понятия конгруэнтных углов и биссектрисы угла.										✓										
3.2. Чертит простые геометрические фигуры с помощью линейки, угольника и транспортира.																				
3.2.1. Чертит перпендикулярные и параллельные прямые на плоскости.												✓								
3.2.2. Чертит квадрат и прямоугольник.												✓								
3.2.3. Чертит треугольник.														✓						
3.3. Вычисляет площади плоских фигур.																				
3.3.1. Вычисляет площадь прямоугольного треугольника.												✓								
3.3.2. Вычисляет площади составных фигур.												✓								
3.4. Вычисляет объем и площадь поверхности пространственных фигур.																	✓	✓		
3.4.1. Вычисляет площадь поверхности куба, кубоида (прямоугольного параллелепипеда), с прямоугольным треугольником в основании.																	✓	✓		
3.4.2. Вычисляет объем куба, кубоида (прямоугольного параллелепипеда) и прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.																		✓		
3.4.3. Вычисляет площадь поверхности и объем сложных фигур, состоящих из кубов и кубоидов (прямоугольных параллелепипедов).																	✓	✓	✓	

Разделы и темы	V раздел						VI раздел						VII раздел					VIII раздел		
	5.1	5.2	5.3	5.4	1.5	5.6	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	8.1	8.2	8.3
Стандарты содержания																				
5. Статистика и вероятность																				
5.1. Собирает, изображает и анализирует информацию.																				
5.1.1. Вычисляет количество величины, соответствующей данной в процентах части круговой диаграммы.																			✓	
5.1.2. Обосновывает выбор подходящей диаграммы для описания данной информации.																				✓
5.1.3. Вычисляет среднее арифметическое заданных данных.																			✓	
5.1.4. Сравнивает два множества данных, используя среднее арифметическое.																			✓	

Планирование

Наряду с повышением эффективности процесса обучения компоненты, входящие в комплект учебников, служат также для повышения результатов обучения у учеников. Предложенный комплект учебников служит для полной реализации подстандартов по математике V класса и помогает учителям при годовом и ежедневном планировании.



Ежедневное планирование

Основную часть пособия для учителей составляют рекомендации по ежедневному планированию уроков. Доступно описывается преподавание каждой темы и даются рекомендации по использованию разных методов представления материалов обучения. В зависимости от уровня подготовки учеников и технического оснащения класса учитель может повысить уровень достижения целей обучения, используя разную цифровую технику (интерактивная доска, проектор и др.)

Организация обобщающих уроков

Основной целью обобщающих уроков в разделах является систематизация и закрепление знаний, полученных в ходе преподавания тем. Такие уроки помогают связывать и углублять знания, полученные в разделе, а также улучшить предполагаемые навыки. Проведя общий опрос по разделу, можно определить темы, которые вызывают трудности у учеников и в которых относительно слабо реализованы стандарты. В этом случае более целесообразно построить урок, направленный на устранение слабых сторон учеников.

В дополнение к задачам, приведенным в учебнике и рабочей тетради, учитель может задать ученикам дополнительные вопросы и задания на основе подстандартов, которые предполагается реализовать в разделе.

Учитель обязательно должен контролировать динамику развития учеников. Еще одной целью урока является наблюдение за уровнем усвоения учениками тем раздела на основе заданий.

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ НА STEAM ПРОЕКТАХ

Проекты STEAM (наука, технология, инженерия, искусство, математика) направлены на объединение математических знаний учеников, применение математических знаний и навыков в повседневной жизни. Проекты предполагают проведение учащимися самостоятельных исследований по определенной теме. Уточняется время работы над проектом, учащимся даются рекомендации и советы. Проблема ставится конкретно. Учителя и ученики определяют продолжительность работы над проектом, используемые средства (литература, источники, вспомогательные средства и т.д.), способы их получения, формы работы. В процессе работы учитель может направлять учащихся. Ученики же ответственны за выполнение работы. Результат исследования может быть представлен в виде готового продукта, презентации, иллюстрации, фотографии, видеоматериала, альбома и др. формах.

Проект представляет собой подготовленную и реализованную по рекомендации учителя творческую самостоятельную работу учеников, направленную на изучение темы, раздела.

Работа над проектом осуществляется по следующим этапам:

1. Подготовка. 2. Планирование. 3. Деятельность. 4. Презентация.

V класс Математика (1-я часть)
Планирование за I полугодие (17×5 = 85 часов)

№	Раздел, глава и темы	часы
РАЗДЕЛ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ С НИМИ		
	Предварительная проверка	1
1.1.	Натуральные числа	1
1.2.	Сравнение и упорядочивание	1
1.3.	Округление натуральных чисел	1
1.4.	Сложение и вычитание натуральных чисел	1
1.5.	Квадрат и куб натурального числа	1
1.6.	Умножение и деление натуральных чисел	1
1.7.	Числовые выражения	2
1.8.	Делители и кратные числа	2
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	2
	МСО-1	1
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		14
РАЗДЕЛ 2. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ		
	Предварительная проверка	1
2.1.	Правильные и неправильные дроби	2
2.2.	Сравнение и упорядочивание	2
2.3.	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	3
2.4.	Сложение смешанных чисел	2
2.5.	Вычитание смешанных чисел	2
	Задачи и примеры	2
2.6.	Умножение обыкновенных дробей	2
2.7.	Умножение смешанных чисел	2
2.8.	Деление обыкновенных дробей	3
2.9.	Деление смешанных чисел	2
2.10.	Нахождение части числа и числа по его части	3
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	2
	МСО-2	1
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		29
РАЗДЕЛ 3. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ		
	Предварительная проверка	1
3.1.	Десятичные дроби	2
3.2.	Сравнение и упорядочивание	1
3.3.	Округление десятичных дробей	1
3.4.	Перевод обыкновенной дроби в десятичную и наоборот	2
3.5.	Сложение и вычитание десятичных дробей	2
	Задачи и примеры	2
3.6.	Умножение и деление десятичных дробей на степени числа 10	2
3.7.	Умножение десятичной дроби на натуральное число	2
3.8.	Умножение десятичных дробей	2
3.9.	Деление десятичной дроби на натуральное число	2
3.10.	Деление десятичных дробей	3
3.11.	Действия над обыкновенными и десятичными дробями	3
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	2
	МСО-3	1
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		28
РАЗДЕЛ 4. ПРОЦЕНТ		
	Предварительная проверка	1
4.1.	Процент, обыкновенная дробь, десятичная дробь	2
4.2.	Процент от числа	2

4.3.	Нахождение числа по проценту	2
4.4.	Увеличение и уменьшение величины на определённый процент	2
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	2
	МСО-4	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	12
	Повторение за I полугодие	2
	СУММА ЗА I ПОЛУГОДИЕ	85

V класс Математика (2-я часть)
Планирование за II полугодие (17x5 = 85 часов)

№	Раздел, глава и темы	часы
	Первые страницы книги	
РАЗДЕЛ 5. Выражения с переменной. Уравнение. Неравенство		
	Предварительная проверка	1
5.1.	Выражения с переменной	2
5.2.	Упрощение выражений с одной переменной	2
5.3.	Равенство и уравнение	4
5.4.	Решение задач на составление уравнений	4
5.5.	Неравенства	3
5.6.	Зависимые и независимые переменные	4
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	3
	МСО-5	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	24
РАЗДЕЛ 6. Плоские фигуры		
	Предварительная проверка	1
6.1.	Конгруэнтные углы. Биссектриса угла	3
6.2.	Смежные и вертикальные углы	2
	Задачи	2
6.3.	Площадь прямоугольного треугольника	2
6.4.	Площадь составных фигур	2
6.5.	Построение перпендикулярных и параллельных прямых	3
6.6.	Построение треугольника	1
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	3
	МСО-6	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	20
РАЗДЕЛ 7. Пространственные фигуры		
	Предварительная проверка	1
7.1.	Площадь поверхности куба и кубоида	4
7.2.	Площадь поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник	1
	Задачи	2
7.3.	Объем прямой призмы	4
7.4.	Единицы площади	2
7.5.	Единицы объема	2
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	3
	МСО-7	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	20
РАЗДЕЛ 8. Статистика и представление информации		
	Предварительная проверка	1
8.1.	Среднее арифметическое	3
8.2.	Круговая диаграмма	2
8.3.	Представление информации	3
	Обобщающие задания и деятельность STEAM	3
	МСО-8	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	13
	Повторение за учебный год	8
	СУММА ЗА II ПОЛУГОДИЕ	85

1-Й РАЗДЕЛ

Натуральные числа и действия с ними

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	8	
Тема 1.1.	Натуральные числа	1	9	3
Тема 1.2.	Сравнение и упорядочивание	1	13	6
Тема 1.3.	Округление натуральных чисел	1	16	8
Тема 1.4.	Сложение и вычитание натуральных чисел	1	18	10
Тема 1.5.	Квадрат и куб натурального числа	1	21	13
Тема 1.6.	Умножение и деление натуральных чисел	1	23	15
Тема 1.7.	Числовые выражения	2	27	18
Тема 1.8.	Делители и кратные числа	2	30	20
	Обобщающий урок. STEAM Солнечный зонд “Паркер”	2	35	23
	МСО-1	1		
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	14		

Краткий обзор раздела

В разделе представлена информация о натуральных числах, позиционных и непозиционных системах счисления, арабских и римских цифрах, квадрате и кубе числа. Ученикам объясняются понятия степеней числа 10, общего делителя и кратного, наибольшего общего делителя (НОД), наименьшего общего кратного (НОК). Дается информация о правилах сравнения, упорядочивания и округления натуральных чисел. Решаются различные задачи с применением этих правил.

На что стоит обратить внимание?

Ученики затрудняются записывать цифрами написанные словами числа. Это ошибка часто встречается в случаях, когда какая-либо цифра в многозначном числе равна нулю. В подобном случае можно дать задание озвучить числа имеющие нули в нескольких разрядах и записать их цифрами. Ученикам, испытывающим затруднения, целесообразно использовать развернутую или краткую запись числа.

Если даже такие понятия как НОД и НОК являются для учеников новыми, они с 4-го класса знакомы с понятиями «делитель» и «кратное». Так как в будущем ученики столкнутся с более сложными задачами, связанными с нахождением НОД и НОК, важно углубить данные понятия в 5-м классе.

Развитие математического языка

Правильное использование понятий “натуральные числа”, “десятичная система счисления”, “позиционная система счисления”, “непозиционная система счисления”, “арабские цифры”, “римские цифры”, “НОД”, “НОК” дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

Натуральные числа, десятичная система счисления, степени числа 10, позиционная и непозиционная системы счисления, арабские и римские цифры, класс миллиардов, класс триллионов, сравнение, упорядочивание, округление, точное значение, приблизительное значение, предположение, “НОД”, “НОК”.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Правила чтения и записи чисел в пределах миллиона.
- Понятия класса, разряда, разрядной единицы, значения разряда.
- Сравнение, упорядочивание, округление
- Сложение, вычитание, умножение, деление, приблизительное вычисление, предположение, правдоподобность ответа

Междисциплинарная интеграция

Натуральными числами можно указать численность населения, расстояние, массу, емкость и т.д. Числа в пределах триллиона встречаются при выражении межпланетных расстояний, масс планет, численности населения больших стран. Может быть интегрирован с пройденными на уроках природы определениями частоты сердечных сокращений в зависимости от возраста человека, количества голов, ног, глаз, усов и т.д. при анализе строения животных, количества веществ, используемых в смесях и т.д.

ТЕМА 1.1 Натуральные числа

ПОДСТАНДАРТЫ	1.1.1. Читает натуральные числа в пределах триллиона, записывает их в различных формах и определяет разрядное значение цифры в записи. 1.2.4. Вычисляет натуральные степени 10, квадрат и куб натуральных чисел.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Читает натуральные числа в пределах триллиона. • Записывает натуральные числа в пределах триллиона в различных формах. • Определяет разрядное значение цифры в записи натуральных чисел в пределах триллиона. • Записывает число, данное в десятичной системе счисления, римскими цифрами. • Записывает число, данное римскими цифрами, в десятичной системе счисления.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карточки с римскими цифрами, абак, таблица разрядов
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.cuemath.com/calculators/roman-numeral-calculator/ https://vPTeo.edu.az/vPTeo/4218 https://www.youtube.com/tJLES-vi4As https://www.youtube.com/nkwU0zJ1ZgA</p> <p>Из истории математики: https://portal.azertag.az/az/node/9565</p> <p>Задания: https://www.k5learning.com/free-math-worksheets/fourth-grade-4/roman-numerals/roman-numerals-write-1-1000</p>

Обсуждение исходной задачи. Обсуждается задача, данная на первой странице раздела. В 4-м классе обсуждается стратегия того, как используя взаимосвязь между скоростью, временем и расстоянием найти 1 световой год. Поскольку ученики еще не умеют выполнять вычисления с большими числами, вычисление можно оставить на конец раздела.

Побуждение. Учитель записывает на доске несколько чисел. Он дает ученикам задание написать и прочитать числа, которые в 10, 100, 1000 раз больше данных чисел.

21  210 2 100 21 000	176  1 760 17 600 176 000	1348  13 480 134 800 1 348 000
---	--	---

Учитель задает ученикам наводящие вопросы: «Как отличается число, которое в 10 раз большее, от предыдущего? Как это определить?» и т.д.

К сведению учителя! Поскольку ученики редко считают до многозначных чисел, представить эти числа им относительно трудно. Уместно привести несколько примеров многозначных чисел (вместимость зрителей стадионов, численность населения стран, годовой доход крупных компаний и т.д.)

Исследование-обсуждение

Расстояние от Солнца до Земли составляет примерно сто пятьдесят два миллиона километров. Соответствующее число записывается на доске. Используя полученное в 10 раз большее число, после добавления одного нуля к концу этого числа, записывает число указывающее расстояние от Солнца до Сатурна. В это время уделяется внимание разделению на классы.

Расстояние от Солнца до Земли: 152 000 000

Расстояние от Солнца до Сатурна: 1 520 000 000



Изучение Десятичная система счисления

Ученики знакомятся с натуральными числами, десятичной системой счисления и позиционной системой счисления. При записи больших чисел отмечается, что за классом миллионов следует класс миллиардов, а затем класс триллионов. Информация о классах, приведенная в учебнике, доводится до сведения учеников. Подчеркивается, что, начиная с разряда десятков, каждая единица разряда в 10 раз больше, чем стоящая справа. Это означает, что каждая единица разряда в 10 раз меньше, чем единица слева от нее. Учитель может продемонстрировать это ученикам на примерах.

Отмечается, что, начиная справа, числа разделены по 3, образуя таким образом классы, и это облегчает их чтение. При чтении трехзначного, двузначного или однозначного числа в каждом выделенном классе названия классов, кроме класс единиц, произносятся. Таким образом для чтения числа к записи цифрами добавляется название каждого класса.



Задания

- Числа делятся на классы и читаются. Подчеркивается, что при чтении используются цифры и названия классов. Решение и пояснение задания из образца обсуждаются с учениками.
- Определяется закономерность и находятся следующие два числа.

$$258 \overset{+100\,000\,000}{6} 87\,125\,034, 258 \overset{+100\,000\,000}{7} 87\,125\,034, 258 \overset{+100\,000\,000}{8} 87\,125\,034, 258 \overset{+100\,000\,000}{9} 87\,125\,034, 259 \overset{+100\,000\,000}{0} 87\,125\,034$$

Ложные представления, возникающие у учеников. Часто, когда ученики слышат, произношение многозначных чисел, они допускают ошибки при записи этих чисел цифрами. Например, когда в числе 15 042 138 607 произносят класс миллионов, говорят «42 миллиона». Так как классы пишутся по 3 цифры, то отмечается, что для соответствующего класса пишется "042".

Пятнадцать миллиардов сорок два миллиона сто тридцать восемь тысяч шестьсот семь \Rightarrow 15 042 138 607

Учителям, допустившим подобные ошибки, можно предложить после написания цифр высшего класса нарисовать линии, соответствующие количеству последующих разрядов, сгруппировав их по классам. С помощью данного правила ученики, записав последующие цифры в соответствующие разряды, могут видеть в каком разряде пишется ноль. Например, для того, чтобы написать число 15 миллиардов 42 миллиона 138 тысяч 607 ученики после того как напишут 15 рисуют 9 сгруппированных по 3 линии, соответственно слову миллиард, и, записав соответствующие цифры на линиях, могут более четко видеть, в какие разряды они добавят ноль.

Пятнадцать миллиардов сорок два миллиона сто тридцать \Rightarrow 15 ____ _ _ _ _
восемь тысяч шестьсот семь
15 0 4 2 1 3 8 6 0 7 \Rightarrow 15 042 138 607

Изучение Степени числа 10

Отмечается, что степень можно читать несколькими способами. Каждое правило чтения объясняется примерами. Также подчеркивается, что вторая степень читается как квадрат, а третья как куб. Это обсуждается с учениками.

$10^4 \Rightarrow$ • 10 в степени 4
• 10 в 4-й степени

$10^2 \Rightarrow$ • 10 в степени 2
• 10 в квадрате
• 10 во 2-й степени

$10^3 \Rightarrow$ • 10 в степени 3
• 10 в кубе
• 10 в 3-й степени



Подумай!

Учитников спрашивают, какова связь между количеством нулей в числе, являющимся степенью 10, и показателем степени. Показывая примеры, ученики приходят к выводу, что количество нулей равно показателю степени числа 10.

9. Находятся числа, записью соответствующих выражений. Например, $10^3 : 5 = 1\,000 : 5 = 200$.

Изучение Развернутая запись числа

Отмечается, что в развернутой записи натурального числа используются его степени. Приведенный пример записывается на доске и обсуждается с учениками.

$$51\,079 = 5 \times 10\,000 + 1 \times 1\,000 + 0 \times 100 + 7 \times 10 + 9 = 5 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 7 \times 10^1 + 9$$

11. Числа, записанные цифрами, пишутся в развернутой форме. Решение и пояснение задания из образца обсуждаются с учениками.

Изучение Непозиционные системы счисления

Существуют системы счисления, в которых цифры не меняют своего значения в зависимости от положения. Например, древние римляне тоже создали такую систему счисления. В таблице приведены римские цифры и соответствующие им числа в десятичной системе счисления.

Римские цифры	I	V	X	L	C	D	M
Десятичная система счисления	1	5	10	50	100	500	1 000

Объясняется правило написания чисел с помощью римских цифр.

Правило записи чисел с помощью римских цифр демонстрируется на примерах.

$$\begin{array}{lll} II \rightarrow 1 + 1 = 2 & VI \rightarrow 5 + 1 = 6 & XIV \rightarrow 10 + (5 - 1) = 14 \\ IV \rightarrow 5 - 1 = 4 & IX \rightarrow 10 - 1 = 9 & XV \rightarrow 10 + 5 = 15 \end{array} \quad \begin{array}{ll} XL \rightarrow 50 - 10 = 40 \\ XC \rightarrow 100 - 10 = 90 \end{array}$$

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания и играть в игры:

<https://www.cuemath.com/calculators/roman-numeral-calculator/>

https://www.abcyia.com/games/roman_numerals

https://www.transum.org/software/SW/Starter_of_the_day/Students/Roman_Numerals.as

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики, изображая числа, написанные римскими цифрами, в десятичной системе счисления не обращают внимания на правила написания. Это приводит к неправильному определению числа. Учитель может попросить учеников написать разные числа и записать их в десятичной системе счисления. Определив допущенные ошибки, целесообразно сосредоточить внимание на работе над ошибками. Иногда ученики допускают определенные ошибки во время преобразования. Так, есть ученики, которые пишут LL вместо 100 и DD вместо 1 000. В подобном случае ученикам напоминается соответствие между числами в таблице.

В таблице даны числа от 1 до 1000, записанные в десятичной системе счисления и римскими цифрами. Можно выбрать несколько чисел и объяснить преобразования числа, записанного в десятичной системе счисления, в римские цифры и наоборот.

<https://www.knowtheromans.com/roman-numerals/roman-numerals-1-to-1000/>



Из истории математики

Учителям предоставляется информация о математике-философе Аль-Хорезми. Помимо информации, представленной в учебнике, ученикам можно дать дополнительные сведения.



АЛЬ-ХОРЕЗМИ
(780 – 850)

Аль-Хорезми в своем втором математическом трактате под названием «Книга об индийском счете» описал распространенную в то время в Индии десятичную систему счисления и сформулировал правила вычислений в этой системе. Впервые ученый использовал цифру «0», которую назвал «ас-цифр», в записи чисел индийскими цифрами. Таким образом, благодаря книге аль-Хорезми индийские цифры распространились по всему миру и были ошибочно названы арабскими цифрами. Математические трактаты аль-Хорезми три столетия спустя были переведены с арабского на латынь, а затем и на другие европейские языки. Эти работы использовались в качестве основных учебников по математике в европейских университетах на протяжении нескольких столетий, и на их основе

было написано множество учебников по математике. Благодаря трудам Аль-Хорезми десятичная система счисления, распространенная в то время в Индии, стала известна в Европе и сыграла важную роль в развитии науки.

В технически оснащенных классах ученикам можно предоставить видеопрезентацию:

<https://youtu.be/q8dypRv9qio>

Учителям можно предложить подготовить презентацию о жизни, работах и открытиях математика.

Для того, чтобы ученики запомнили, им можно предоставить такую информацию об арабских цифрах. После записи цифры ноль появилось и написание других цифр. При первоначальной записи каждого числа обращается внимание на количество углов, соответствующих числу. Со временем написание некоторых цифр изменилось.



Более подробную информацию можно получить по ссылке:

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_Brahmi_numeral_system_and_its_descendants.png

13. Данные числа записываются римскими цифрами.

Для обобщения полученных знаний внимание уделяется ключевым словам, данным в начале темы. Учитель может поручить ученикам показать примеры натуральных чисел, десятичной системы счисления, позиционной и непозиционной системы счисления, а также написать натуральные числа в развернутой форме, используя степени числа 10. Для этого учитель может задать ученикам дополнительные вопросы и попросить их давать письменные или устные ответы.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске 2-х учеников и дает одному из них числа, записанные римскими цифрами, а другому – числа, записанные в десятичной системе. Каждый выражает заданные числа в другой форме. Определяются одинаковые числа.

Углубление. Учитель записывает на доске числа и вызывает 3-х учеников. Ученикам дает задание найти число, записанное римскими цифрами, соответствующее числу,енному в десятичной системе счисления.

Учитель также может давать ученикам различные задания на рабочих листах.

Примеры заданий можно найти по ссылке.

Поддержка:

<https://www.k5learning.com/free-math-worksheets/fourth-grade-4/roman-numerals/roman-numerals-read-1-399>

Углубление:

<https://www.k5learning.com/free-math-worksheets/fourth-grade-4/roman-numerals/roman-numerals-read-1-1000>

I	I	I	V	V	V	X	X	X	L	L
Рабочий лист					Имя ученика: _____					
Запись римскими цифрами					<input type="text"/>					
Запись в десятичной системе счисления					<input type="text"/>					
Запись в развернутой форме					<input type="text"/>					

Игра. Учитель раскладывает на столе карточки с римскими цифрами лицевой стороной вниз. Вызывает 2-х учеников к доске. Каждый из учеников выбирает 5 карточек и составляет с помощью этих карточек число. Выражает это число в 10-й системе счисления и пишет его в развернутой форме. Игроки получают 1 балл за правильную запись. Игрок, написавший наибольшее число, получает 1 дополнительный балл. Игра повторяется 3 раза. Игрок с наибольшим количеством баллов побеждает. Игра может быть организована в форме групповой работы. Также можно добавить карточки с римскими цифрами С, D, для расширения задания и получения большего числа.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1JYexrSUx_zw_ytqLJaIYXQtSBzYqj2U/view?usp=sharing

Решение задач

14. В задаче требуется найти приблизительную численность населения Китая в 2022 г.

Решение задачи:

Записывается приблизительная численность населения Индии и путем увеличения числа миллионов (2) на 5 единиц и числа десятков миллионов (0) на 4 единицы находится население Китая.

Ответ: в 2022 году население Китая составляло примерно 1 447 000 000 человек.

$$\begin{array}{r} 1 \ 402 \ 000 \ 000 \\ +4 +5 \\ \hline 1 \ 447 \ 000 \ 000 \end{array}$$

К сведению учителя. Задачи, связанные с увеличением или уменьшением количества единиц разряда, помогут в дальнейшем в развитии навыков устного счета в темах на сложение и вычитание многозначных чисел. Ученикам также можно задать несколько дополнительных вопросов. Например, если количество тысяч числа увеличить на 2 единицы, насколько увеличится число? Если количество сотен тысяч в числе уменьшить на 6 единиц, насколько уменьшится число? На сколько единиц изменится число, если количество десятков увеличить на 2 единицы, а количество сотен тысяч увеличить на 5 единиц? Уместно дать ученикам задание объяснить, приведя примеры.

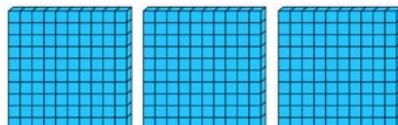
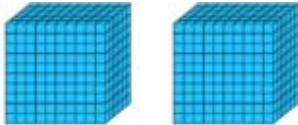
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Читает данные многозначные числа.	Рабочие листы, учебник, РТ
Записывает натуральные числа в различных формах.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет значение разряда цифры в записи натуральных чисел.	Рабочие листы, учебник, РТ
Записывает число, данное в десятичной системе счисления, римскими цифрами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Записывает число, данное римскими цифрами, в десятичной системе счисления.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 1.2. Сравнение и упорядочивание

ПОДСТАНДАРТЫ	1.1.2. Сравнивает и упорядочивает натуральные числа в пределах триллиона.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Сравнивает натуральные числа в пределах триллиона. Упорядочивает натуральные числа, используя числовую ось. Упорядочивает натуральные числа в порядке возрастания или убывания.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Сотенные, тысячные кубы (блоки), рабочие листы, карты с римскими цифрами
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://firstlook.educationcity.com/content/Activity/index/22580</p> <p>Задания: https://www.mathworksheets4kPTs.com/comparing-numbers/multi-digit/symbols-1.pdf</p> <p>https://www.math-salamanders.com/ordering-large-numbers.html</p> <p>https://youtu.be/UVjiwQyAj9U</p>

Побуждение. Учитель вызывает двух учеников к доске. Он дает одному из них 2 тысячных куба, а другому 3 сотенных куба (блока) и задает ученикам вопросы. У кого число, соответствующее кубам, больше? Как это определить?



Учитель задает ученикам наводящие вопросы:

– Что больше: 2 тысячи или 3 сотни? Какими способами можно это объяснить?

Исследование-обсуждение

Ученики отвечают на вопросы, основываясь на количестве людей, рыб, деревьев и птиц в мире.

• Количество цифр в числе рыб больше, чем цифр в числе птиц. Количество рыб будет больше, так как это число с наибольшим количеством цифр.

Количество рыб: 3 500 000 000 000

Количество птиц: 430 000 000 000

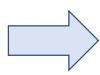
• Чтобы упорядочить заданное количество животных в порядке возрастания, цифры соответствующих разрядов чисел пишутся друг под другом. После того, как каждое число записано, его можно расположить в порядке возрастания в зависимости от количества цифр в этом числе. Поскольку числа, показывающие количество деревьев и рыб, имеют одинаковое количество цифр, отмечается, что число с наибольшей цифрой в разряде сотен триллионов будет наибольшим. По этому правилу числа можно расположить в порядке возрастания.

Количество людей: 7 900 000 000

Количество рыб: 3 500 000 000 000

Количество деревьев: 3 000 000 000 000

Количество птиц: 430 000 000 000



Количество людей: 7 900 000 000

Количество птиц: 430 000 000 000

Количество деревьев: 3 000 000 000 000

Количество рыб: 3 500 000 000 000

Изучение Сравнение натуральных чисел

Подчеркивается, что из двух натуральных чисел больше то, в котором больше цифр. На доске записывается образец задания, который обсуждается с учениками. Если количество цифр одинаковое, то сравнение начинается с самого большого разряда, и слева направо сравниваются цифры соответствующих разрядов. Когда цифры соответствующих разрядов написаны друг под другом, более очевидно, какое число больше среди многозначных чисел. Отмечается, что можно сравнивать и упорядочивать натуральные числа, отмечая их на числовой оси.



Ученики высказывают свои мнения и о том, что натуральное число с большим количеством цифр больше и приводят примеры. Мнение каждого ученика выслушивается и обсуждается с классом.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.iknowit.com/lessons/e-comparing-numbers-to-9999999.html>

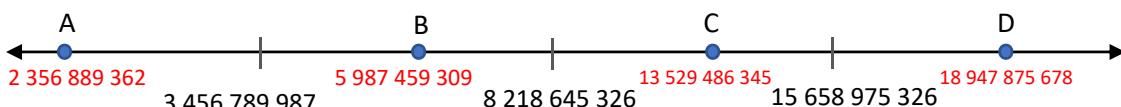
<https://www.liveworksheets.com/mj2414194ih>

<https://www.liveworksheets.com/br1305361ie>

<https://www.ixl.com/math/grade-5/compare-numbers-up-to-billions>

Задания

1. Данные числа сравниваются. Решение и пояснение задания обсуждаются с учениками.
2. Данные числа сравниваются путем изображения их на числовой оси, решение и объяснение задания из образца обсуждаются с учениками. Поскольку числовая ось используется для определения того, какие из заданных чисел находятся справа, а какие слева, то при изображении на числовой оси предпочтение отдается схематическому изображению. После определения примерного расположения чисел ученики говорят, какое число больше или меньше.
4. Среди заданных чисел определяются те, которые соответствуют точкам А, В, С, Д. Для выполнения задания ученики определяют числа, которые можно расположить между заданными числами по порядку. Для определения числа, соответствующего точке А, ученики определяют число слева от 3 456 789 987, то есть меньшее число. Таким же образом ученики определяют числа, соответствующие точкам В, С и D, исходя из изображения на числовой оси.



Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики допускают ошибки при сравнении многозначных чисел, когда количество цифр равно. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно предложить сравнить данные числа, записав друг под другом цифры соответствующих разрядов. В данном случае, проще сравнить числа сравнивая цифры одного разряда.

Изучение Упорядочивание натуральных чисел

Алгоритм расположения чисел в порядке возрастания шаг за шагом разъясняется ученикам. Ученикам можно предложить выполнить данный алгоритм на примерах.

К сведению учителя! Упорядочивание чисел — это расположение чисел в заданном множестве чисел в порядке возрастания или убывания. Понятия «упорядочение» и «сортировка» часто путают. Сортировка — это группировка по определенным признакам (критериям). Например, деление набора заданных чисел на нечетные и четные числа, выбор чисел, которые целиком делятся и не делятся на 3, и т.д. относятся к сортировке. В математике (главным образом в информатике) определена специальная область под названием «алгоритмы сортировки».



Алгоритм расположения чисел в порядке убывания записывается путем обсуждения с учениками.

1. Наибольшее из заданных чисел находится и записывается как 1-е число ряда.
2. Среди оставшихся чисел находится самое большое и записывается справа от него.

3. Шаг 2 повторяется до тех пор, пока не останется последнее число, и последнее число записывается справа.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://firstlook.educationcity.com/content/Activity/index/22580>

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске 2-х учеников и дает каждому из них задание написать шестизначное число. Ученики называют и сравнивают записанные числа.

Углубление. Учитель вызывает к доске нескольких учеников. Он дает им задание записывать числа с семью цифрами и двумя нулями. Ученики называют написанные числа и располагают их в порядке возрастания.

Практическое задание. Учитель вызывает двух учеников к доске и дает каждому по рабочему листу. Карточки с названиями классов кладутся на стол лицевой стороной вниз. Ученики бросают игральную кость 4 раза, выпавшие числа записываются в пустые клетки. Затем он выбирает две карты со стола. Слова записываются в пустые клетки в порядке, соответствующем названиям классов. Каждый ученик делает краткую запись полученного числа, используя цифры и слова в соответствующую клетку и озвучивает ее. Полученные числа записываются цифрами на доске и числа сравниваются.

	тыс.	млн.	млрд.
Рабочий лист			
Цифры	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Классы	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Краткая запись полученного числа	<input type="text"/>		
Полученное число	<input type="text"/>		

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1uTj8l_lv72N_SLNWqzG-2DWcHChO5FQ-/view?usp=sharing

Решение задач

6. В задаче требуется расположить количество пользователей по возрастанию.

По данным за январь 2022 года количество пользователей интернета, мобильных телефонов и социальных сетей записывается цифрами.

Числа расположены в порядке возрастания, и отмечаются пользователи, соответствующие каждому числу.

4 620 000 000 4 950 000 000 5 310 000 000

социальные сети интернет мобильные телефоны

Ответ: в ряду пользователи социальных сетей заняли первое место, пользователи интернета — второе, а пользователи мобильных телефонов — третье.

Обсуждение. Для проверки правильности ответа ученики могут использовать краткие записи заданных чисел. Поскольку в количестве пользователей интернета и количестве пользователей социальных сетей число миллиардов одинаковое, внимание уделяется числу миллионов. Число миллионов 950 и 620. Поскольку 950 больше, количество пользователей интернета больше, а количество пользователей социальных сетей меньше. Так как число пользователей мобильных телефонов составляет 5 миллиардов, можно сказать, что число пользователей мобильных телефонов больше.

7. В задаче требуется найти ближайшую к Солнцу планету и какая по счету Земля в ряду.

Привлечение. Учитель записывает на доске числа, используя степени 10.

$$25 \times 10^2 \quad 12 \times 10^2 \quad 3 \times 10^3 \quad 2 \times 10^3$$

Учитель задает ученикам вопросы:

— Как определить, какое число больше? Как это можно определить, не записывая числа цифрами?

Учеников можно направить на определение того, что при сравнении произведения двух чисел если один из множителей одинаковый, то другое число с большим множителем больше. По данному правилу ученики, написав 30×10^2 вместо 3×10^3 и 20×10^2 вместо 2×10^3 , могут сравнить числа 25, 12, 30 и 20 и сказать, что число, соответствующее 3-й записи, больше.

Задачу можно решить, написав числа записанные с использованием степени 10, целиком и упорядочив. Другой и более простой способ — сравнить массы всех планет, выразив их с помощью 10^6 .

- Разные степени числа 10 имеют только массы Нептуна и Юпитера. Массы этих планет записываются с помощью 10^6 .

Нептун: $453 \times 10^7 = 4\ 530 \times 10^6$ Юпитер: $78 \times 10^7 = 780 \times 10^6$

- Так как наименьшее из приведенных расстояний составляет 57×10^6 , ближайшая к Солнцу планета — Меркурий, а так как наибольшее — $4\ 530 \times 10^6$, то определяется, что самая дальняя планета — Нептун.
- Планеты упорядочиваются по их расстоянию от Солнца.

57×10^6 108×10^6 149×10^6 228×10^6 780×10^6 $1\ 437 \times 10^6$ $2\ 871 \times 10^6$ $4\ 530 \times 10^6$
Меркурий Венера **Земля** Марс Юпитер Сатурн Уран Нептун

Ответ: ближайшая к Солнцу планета — Меркурий, а самая дальняя планета — Нептун. Планета Земля занимает 3-е место по удаленности от Солнца.

Обсуждение: Задачу также можно решить, записав цифрами числа со степенью числа 10 и упорядочив их.

Проект. Учителям можно дать задание исследовать планеты (массы планет и расстояния от Солнца, порядок расположения и т.д.) и упорядочить их по массе, как в задаче 7.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Сравнивает натуральные числа.	Рабочие листы, учебник, РТ
Упорядочивает натуральные числа, используя числовую ось.	Рабочие листы, учебник, РТ
Упорядочивает натуральные числа в порядке возрастания или убывания.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 1.3. Округление натуральных чисел

ПОД СТАНДАРТЫ	1.1.3. Округляет натуральные числа в пределах триллиона до требуемых разрядов.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">• Определяет ближайшие миллионы, десятки миллионов и т.д., изображая натуральное число на числовой оси.• Округляет натуральные числа до указанного разряда.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, числовая ось, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://www.free-training-tutorial.com/rounding/rounding-spaceships.html Изучение: https://youtu.be/45hxP2y-Q-8 Задания: https://mrnussbaum.com/rounding-millions https://wordwall.net/resource/4577718/math/rounding

Побуждение. Учитель пишет на доске несколько чисел, и для каждого числа рисуется числовая ось, чтобы определить, какое из этих чисел ближе к десяти. Определяется, какое число ближе к десяти, изобразив данные числа на числовой оси, и, используя правило округления чисел, эти числа записываются на доске, и проверяется ответ.

28



142



Учитель задает ученикам вопросы:

— Какое число соответствует серединной точке между 20 и 30? Как, используя это число, можно определить, ближе ли число 28 к 20 или к 30?

По тому же правилу учитель может написать на доске несколько дополнительных чисел и попросить учеников нарисовать соответствующие числовые оси и таким же образом определить, какое из них близко к десяти или сотне. 1 346, 15 284, 292 591.

Исследование-обсуждение

Требуется определить, какой стране соответствует каждый столбец диаграммы, и найти, примерно во сколько раз население Грузии меньше населения Руанды.

• На основании таблицы определяется, какой стране соответствует каждый столбец диаграммы. Сначала сравниваются высоты столбцов диаграммы, соответствующие численности населения в некоторых странах. Поскольку серый столбец имеет наименьшую высоту, определяется соответствующее ему число

(3 723 500). Итак, серый столбец диаграммы соответствует Грузии. Страны, соответствующие другим столбцам, определяются по тому же методу.

Соответствие также можно определить по тому, к какому из вертикальных делений диаграммы ближе всего относятся точные числа в таблице. Например, население Грузии ближе к 4 миллионам человек, а население Азербайджана ближе к 10 миллионам.

- Столбчатую диаграмму и таблицу можно использовать, чтобы приблизительно определить, во сколько раз население Грузии меньше, чем население Руанды. Судя по столбчатой диаграмме, столбец, соответствующий Грузии, примерно в 3 раза длиннее столбца, соответствующего Руанде. Это также можно найти путем округления, так как ученики научились округлять числа в пределах миллиона в 4-м классе. Например, население Грузии составляет около 4 миллионов человек, а население Руанды — около 12 миллионов человек. Следовательно, население Грузии примерно в 3 раза меньше, чем население Руанды.



Изучение округление натуральных чисел

Правило округления натурального числа до нужного разряда объясняется ученикам на примере задачи. В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

https://www.abcya.com/games/rounding_numbers

Задания

4. Определяются подходящие натуральные числа.

а) Записываются числа, при округлении которых до десятков, получается 20: 15, 16, 17, ..., 23, 24.

Наименьшее число: 15 Наибольшее число: 24.

б) Записываются числа, при округлении которых до сотен, получается 200: 150, 151, 152, ..., 247, 248, 249.

Наименьшее число: 150 Наибольшее число: 249.

в) Записываются числа, при округлении которых до тысяч, получается 35 000: 34 500, 34 501, 34 502, ..., 35 498, 35 499.

Наименьшее число: 34 500 Наибольшее число: 35 499.

Учитель также может спросить количество этих чисел. Например, количество чисел, при округлении которых до тысяч, получается 35 000, равно 1 000.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики часто допускают ошибки при определении наименьшего и наибольшего числа, равного заданному числу при округлении. Например, при нахождении чисел, которые при округлении до десятков равны 20, они не считают 15 наименьшим числом, потому что не учитывают числа 15, 16, 17, 18, 19. Такие ошибки особенно распространены в многозначных числах. Такие числа можно определить путем подсчета для двузначных чисел, а для чисел с тремя и более цифрами — с помощью подходящей закономерности.

Числа, которые при округлении равны 10, 100, 1 000...

5 6 7 ... 12 13 14	→
50 51 52 ... 147 148 149	→
500 501 502 ... 1 497 1 498 1 499	→
...	
500 000 500 001 ... 1 499 998 1 499 999	→

Число, полученное при округлении	Наименьшее число	Наибольшее число
10	5	14
100	50	149
1000	500	1499
...
1 000 000	500 000	1 499 999

Также можно использовать числовую ось для определения наименьшего и наибольшего чисел, равных заданному числу при округлении.

5. Определяется, какие числа получаются при округлении чисел, соответствующих точкам A, B и C, до миллиардов. Ученики сосредотачиваются на числовой оси, чтобы определить числа. Числа округляются до миллиардов. A ≈ 3 000 000 000, B ≈ 4 000 000 000, C ≈ 4 000 000 000



К сведению учителя! Среднее значение удобно использовать при округлении, изображая его на числовой оси. Число округляется до меньшего числа, если оно находится слева от среднего значения, и до большего числа, если оно находится справа. Например, при округлении числа 1 326 до тысяч получается 1 000, так как это число находится левее числа 1 500.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель называет несколько многозначных чисел. Ученики округляют эти числа, используя правило округления и изображая их на числовой оси.

Углубление. Учитель дает ученикам задание написать несколько чисел, равных заданному числу при округлении до определенного разряда, и объяснить, как они его нашли.

Практическое задание. Класс делится на группы. Каждой группе выдаются рабочие листы. Карточки с цифрами выкладываются на стол. Каждая группа выбирает по одной карточке для каждого разряда и записывает ее во 2-й столбец. Затем в 3-м столбце записывается 5 примеров, соответствующих этому числу при округлении до разряда. В конце рабочие листы наклеиваются на доску и обсуждаются результаты.

До тыс.	До дес. тыс.	До млн.	До млрд.
1 000	10 000	1 000 000	1 000 000 000
5 000	20 000	6 000 000	4 000 000 000
20 000	100 000	30 000 000	12 000 000 000

Разряд	Полученное число	Числа
До тыс.		
До дес. тыс.		
До млн.		
До млрд.		

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/18GuZGpMyWQO1bH8vx6Ug10rGOeKRbrjs/view?usp=sharing>

Решение задач

6. Ответы на вопросы даются исходя из численности населения некоторых стран в 2020 году.

- Определяется, в какой стране проживает примерно 200 миллионов человек. $220\ 892\ 340 \approx 200\ 000\ 000$. При округлении числа, показывающего численность населения Пакистана, до сотен миллионов, получается 200 000 000 человек.

Страна	Численность населения
Турция	84 339 067
Германия	83 783 942
Пакистан	220 892 340

- При округлении до миллионов определяется, что численности населения Турции и Германии одинаковые.

$$84\ 339\ 067 \approx 84\ 000\ 000 \quad 83\ 783\ 942 \approx 84\ 000\ 000$$

- При округлении до десятков миллионов также определяется, что численности населения Турции и Германии одинаковые.

$$84\ 339\ 067 \approx 80\ 000\ 000 \quad 83\ 783\ 942 \approx 80\ 000\ 000$$

Ответ: если округлить данные числа как до миллионов, так и до десятков миллионов, численность населения будет одинаковой.

7. Ответы на вопросы находятся округлением до миллиардов.

- Определяется, сколько приблизительно байтов составляет общий объем диска.

$$372\ 699\ 107\ 328 \approx 373\ 000\ 000\ 000 \text{ (байт)}$$

Общий объём	372 699 107 328 байт
Использовано	86 884 212 736 байт
Осталось	285 814 894 592 байт

- Определяется, сколько приблизительно байтов использовано.

$$86\ 884\ 212\ 736 \approx 87\ 000\ 000\ 000 \text{ (байт)}$$

- Определяется, сколько приблизительно байтов свободного места на диске.

$$285\ 814\ 894\ 592 \approx 286\ 000\ 000\ 00 \text{ (байт)}$$

Ответ: общий объем диска составляет приблизительно 373 миллиарда байт, из которых используется приблизительно 87 миллиардов байтов и остается 286 миллиардов байтов свободного места.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет ближайший миллион, десяток миллиона и т.д., изображая натуральное число на числовой оси.	Рабочие листы, учебник, РТ
Округляет натуральное число до миллионов.	Рабочие листы, учебник, РТ
Округляет натуральное число до десятков миллионов.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 1.4. Сложение и вычитание натуральных чисел

ПОДСТАНДАРТЫ	1.2.1. Выполняет арифметические действия над многозначными числами. 1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Выполняет действия сложения с многозначными числами. • Выполняет действия вычитания с многозначными числами. • Решает задачи, связанные с арифметическими действиями с натуральными числами.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Лента, рабочие листы, калькулятор
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://vPTeo.edu.az/vPTeo/8401 https://www.youtube.com/watch?v=bAP7IPr-oRQ Задания: https://www.splashlearn.com/math/multi-digit-addition-games Задания: https://www.mathinenglish.com/worksheetsview.php?PT=3790&stPT=45090

Побуждение. Учитель вызывает двух учеников к доске. Он дает им ленты длиной 47 см и 29 см, вырезанные из бумаги и склеенные.

– Сколько сантиметров составляет

длина этих лент? Примерно

сколько сантиметров составляет



общая длина этих лент? На сколько

сантиметров длина одной ленты

меньше длины другой ленты? Как



это найти? Какими методами можно вычислить сумму и разность длин этих лент? Дав ответ, ученики измеряют длину лент и проверяют ответ. Если ответ неправдоподобен, исследуется вопрос, на который был дан неправильный ответ и объясняются ошибки.

Исследование-обсуждение

В задании требуется определить, как Лала нашла ответ на пример, написанный на доске. Учитель может задавать ученикам наводящие вопросы.

– Как найти сумму заданных чисел удобным способом? Какие числа в сумме дают одно и то же число? Согласно этому правилу, ученики увидят, что сумма 1-го и последнего, 2-го и 2-го до последнего числа и т.д. равна 100. Учитель спрашивает учеников, сколько получилось сумм равных 100. По этому правилу получается 5 чисел 100, отмечается, что ответ данного примера равен 500.

Изучение Свойства сложения

С учениками обсуждаются свойства сложения по заданиям, приведенным в учебнике. У учеников спрашивают, что означает каждое свойство.

Задания

1. Сумма находится удобным способом, используя свойства суммирования. Например:

$$212 + 546 + 188 + 154 = 212 + 188 + 546 + 154 = 400 + 700 = 1\ 100$$

3. В пустые клетки записываются подходящие числа или один из символов a , b , c .

$$283 + \boxed{\quad} + 107 = \boxed{\quad} + c \rightarrow 390 + \boxed{\quad} = \boxed{\quad} + c \rightarrow 390 + c = 390 + c$$

Таким образом:

$$283 + c + 107 = 390 + c$$

4. Вычисляются значения заданных выражений при $a + b = 7$.

5. На примерах определяется, верны или нет данные утверждения.

Сумма двух любых натуральных чисел больше любого из слагаемых.

$$2 + 5 = 7, 7 > 2, 7 > 5$$

$$4 + 6 = 10, 10 > 4, 10 > 6$$

Верно.

Разность двух натуральных чисел всегда больше вычитаемого.

$$20 - 3 = 17, 17 > 3 \text{ подходит}$$

$$15 - 9 = 6, 6 < 9 \text{ не подходит.}$$

Если есть пример, показывающий ложность утверждения, значит утверждение не верно.

Изучение Разные методы сложения и вычитания

Отмечается, что сумму и разность можно найти удобными способами, используя свойства сложения и вычитания. С этими методами ученики знакомы с младших классов. В этом классе они применяют эти методы к большим числам. Например, нахождение суммы (разности), записав слагаемые (уменьшаемое и вычитаемое) в развернутой форме, нахождение суммы (разности), записав одно из слагаемых (вычитаемое) в развернутой форме, методом компенсации. Учитель может показать примеры использования свойств на нескольких заданиях. Примеры различных методов приведены в заданиях после изучения. Решение и объяснение каждого примера обсуждаются с учениками.

9. Вычисляется методом компенсации.

К сведению учителя! Сложение и вычитание натуральных чисел по-разному влияет на развитие навыков устного счета. Развитию этих навыков целесообразно уделить внимание на занятиях. Ученикам можно давать дополнительные задания, связанные со сложением и вычитанием некоторых многозначных чисел, которые легко вычисляются. Ученики могут выполнять такие задания одним способом, а проверять другим.

Изучение Приближенные вычисления

Ответ можно предположить, заменив числа на близкие к ним и более простые для вычисления числами. Приведенные примеры заданий записываются на доске и обсуждаются с учениками.

В технически оснащенных классах можно выполнять интерактивные задания:

<https://www.abcya.com/games/estimating>

<https://www.ixl.com/math/grade-5/estimate-sums-and-differences-of-whole-numbers>

Ложные представления, возникающие у учеников. При нахождении приближенного ответа ученики думают, что должно получиться то же число, что и при точном ответе. Ученики могут получить разные числа в приближенном ответе примера при замене чисел на числа, близкие к ним и более простые для вычисления. Уместно сообщить ученикам, что это возможно. В это время ученикам можно предложить сравнить свои ответы и объяснить, до какого разряда округляется приближенный ответ.

10. Предполагается сумма и разность, точный ответ находится на калькуляторе и сравнивается.

13. Приближенными вычислениями проверяется, правдоподобно ли сравнение.

• $23\ 658 + 14\ 203 = 47\ 581$. Поскольку приближенно $23\ 000 + 14\ 000 = 37\ 000$, неправдоподобно в ответе получить 47 581.

• $69\ 882 + 21\ 460 > 170\ 851 - 40\ 900$. Поскольку приближенно $69\ 000 + 21\ 000 = 90\ 000$, $170\ 000 - 40\ 000 = 130\ 000$, сравнение не правдоподобно.

• $46\ 275 + 49\ 315 < 100\ 000$. Поскольку по приближенным вычислениям оба слагаемых слева меньше 50 000, их сумма также меньше 100 000. Так что сравнение правдоподобно.

К сведению учителя! Ученики знакомы с младших классов с определением правдоподобности результата. Они узнали правила проверки правильности ответа, полученного в результате вычислений разными методами. Например, правильность вычислений можно проверить, используя связь между действиями (сложение-вычитание, умножение-деление), или сравнивая ответы, полученные при выполнении одного и того же вычисления разными способами. В 4-м классе ученики научились проверять правильность ответа другим способом. В математике правдоподобие (по-английски *reasonableness*) означает определение того, насколько правильными являются ответы, полученные при измерении, вычислении или решении задачи. Правдоподобен ли полученный ответ, можно определить по различным критериям. Например, по тому,

является ли результат вычисления отрицательным или положительным, или предположив ответ, можно определить, насколько правдоподобен ответ. Иногда для проверки правильности полученного ответа можно устным вычислением предположить ответ и угадать, в каком интервале он может находиться. Например, когда мы находим сумму 29 и 68, можно предположить, что точный ответ будет близок к 100. Потому что сумма 30 и 70 равна 100. Правдоподобен ли ответ, определяется путем угадывания большего количества ответов.

Другой метод называется *оценкой Ферми*. Этот метод основан на определении правдоподобности формулировки ответа, полученного для значений заданных величин. Например, произведение однозначных и двузначных чисел может быть не более чем трехзначным числом. Если ответ представляет собой четырехзначное число, то вычисление выполнено неправильно. Кроме того, произведение двух двузначных чисел может быть не более чем четырехзначным числом. Если в результате получается пятизначное число, значит вычисление выполненено неправильно. С этим методом ученики познакомятся в старших классах.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель записывает пример на доске и просит учеников приблизительно и точно вычислить его ответ. Ученики решают пример, сравнивают ответы, и объясняют, почему ответы разные, если они являются таковыми.

Углубление. Учитель вызывает к доске нескольких учеников. Дает им задание написать сумму и разность двух чисел, близких к данным числам. Ученики записывают соответствующие числа, затем проверяют, соответствуют ли они условиям, точными и приблизительными вычислениями. Например, числа, разность которых близка к 43 000, числа, сумма которых близка к 120 000 и т.д.

Работа в группах. Класс делится на несколько групп. Каждой группе выдаются рабочие листы с информацией о численности населения в разных странах. Учитель предлагает ученикам написать вопросы на сложение, вычитание и приблизительное вычисление натуральных чисел. Ученики пишут свои вопросы в отведенных для этого местах. Учитель предлагает обменяться листами по часовой стрелке. Каждая группа отвечает на вопросы, выпавшие им на рабочем листе, и предоставляет ответы на своем листе. Все ответы обсуждаются.

Рабочий лист

Группа № _____

1.
2.
3.

Название стран	Численность населения
Азербайджан	10 240 000
Турция	84 339 067
Китай	1 415 000 000
США	331 002 651
Индия	1 423 000 000
Пакистан	220 892 340
Бразилия	212 549 803
Сингапур	5 310 000
Россия	145 934 862
Египет	102 334 404
Япония	126 476 591
Эстония	1 286 540
Филиппины	109 581 078

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке.

<https://drive.google.com/file/d/1Eam9iNpNn7n69sVTHa2R60xPjMnparjP/view?usp=sharing>

Решение задач

14. Требуется определить количество в мире людей, потребляющих меньше суточной нормы пищи, в 2020 году.

Решение задачи.

- Числа, данные в краткой форме, записываются цифрами и складываются.

$$282\ 000\ 000 + 418\ 000\ 000 + 60\ 000\ 000 = 760\ 000\ 000$$

Ответ: в 2020 году в мире людей, потребляющих меньше суточной нормы пищи, составляло 760 000 000 человек.

15. Требуется проверить правильность ответов детей, предположив ответ.

Решение задачи.

- Записываются наибольшие десятизначное и семизначное числа.

Наибольшее десятизначное число: 9 999 999 999 Наибольшее семизначное число: 9 999 999

- Найдена приблизительная сумма чисел.

$$9\ 999\ 999\ 999 + 9\ 999\ 999 \approx 10\ 000\ 000\ 000 + 10\ 000\ 000 = 10\ 010\ 000\ 000$$

- Точная сумма должна быть меньше приблизительной суммы, поскольку при округлении обоих чисел получаются большие числа. Итак, мнение Самира верно.

Ответ: правильность ответа проверяется нахождением точной суммы.

$$9\ 999\ 999\ 999 + 9\ 999\ 999 = 10\ 009\ 999\ 998$$

16. На основании информации, приведенной в таблице, находится общий объем добычи природного газа за эти годы и находят ответы указанными методами.

- а) Данные числа заменяются на удобные для вычисления числами и складываются.

29 331 000 + 28 596 000 + 30 490 000 + 35 610 000 + 37 140 000 ≈ 30 000 000 + 30 000 000 +	29 331 000
30 000 000 + 40 000 000 + 40 000 000 = 170 000 000	28 596 000
6) Приведенные числа округляются до миллионов, находится их сумма.	30 490 000
29 331 000 + 28 596 000 + 30 490 000 + 35 610 000 + 37 140 000 = 29 000 000 + 29 000 000 +	+ 35 610 000
+ 30 000 000 + 36 000 000 + 37 000 000 ≈ 161 000 000	<u>37 140 000</u>
	161 167 000

- в) Данные числа записываются в столбик, находится их сумма.

- г) Данные числа вычисляются с помощью калькулятора, находится их сумма.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Выполняет действия сложения над многозначными числами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выполняет действия вычитания над многозначными числами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Решает задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 1.5. Квадрат и куб натурального числа

ПОДСТАНДАРТЫ	1.2.1. Выполняет арифметические вычисления над многозначными числами. 1.2.4. Вычисляет натуральные степени 10, квадрат и куб натуральных чисел. 1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">• Находит квадрат натурального числа.• Находит куб натурального числа.• Определяет полные квадраты.• Определяет полные кубы.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Единичные квадраты и кубы, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://www.calculatorsoup.com/calculators/algebra/square-calculator.php Задания: https://www.topmarks.co.uk/learning-to-count/paint-the-squares Задания: https://wordwall.net/resource/175711/square-numbers https://wordwall.net/resource/33852204/cube-numbers

Побуждение. На стол кладут маленькие квадратики (кубики) одинакового размера. Учитель предлагает ученикам составить из них квадраты (кубы). Учитель задает ученикам наводящие вопросы:

– Сколько квадратов вы использовали, чтобы сделать каждый квадрат? Сколько кубиков вы использовали, чтобы сделать каждый кубик? Сколько маленьких квадратиков нужно для квадрата, сторона которого равна стороне 2-х маленьких квадратов? Сколько маленьких кубиков нужно для куба, сторона которого равна стороне 2-х кубиков?

В технически оснащенных классах можно играть в интерактивные игры: <https://toytheater.com/cube/>

Исследование-обсуждение

Ученики составляют несколько разных больших квадратов из маленьких квадратов и определяют, сколько маленьких квадратов используется в самом большом квадрате. Составляя разные квадраты из 18 маленьких квадратов одинакового размера, ученики составляют квадраты со сторонами, равными 2, 3 и 4 квадратам, используя 4, 9 и 16 маленьких квадратов. Наибольший квадрат будет составлен из 16 маленьких квадратов. Учитель может спросить учеников, сколько таких фигур можно составить, не делая фигуры.

Изучение квадрат и куб числа

Дается информация о квадрате и кубе числа.



Обсуждается, какое натуральное число равно своему квадрату и кубу. Отмечено, что квадрат нуля равен нулю, квадрат единицы равен 1, куб нуля равен нулю, а куб единицы равен 1.

К сведению учителя! Ученики могут определить квадраты чисел от 1 до 10 на основе таблицы умножения. В таблице умножения эти числа расположены по отмеченной диагонали. Чтобы рационально использовать время при счете, через некоторое время ученикам желательно запоминать квадраты и кубы некоторых чисел, подобно тому, как они запоминают таблицу умножения. Этот навык поможет им найти, какое число в квадрате или в кубе равно заданному числу.

Учеников можно попросить записать квадраты и кубы чисел от 1 до 10 в своих тетрадях.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

$$\begin{array}{llllllllll} 1^2 = 1 & 2^2 = 4 & 3^2 = 9 & 4^2 = 16 & 5^2 = 25 & 6^2 = 36 & 7^2 = 49 & 8^2 = 64 & 9^2 = 81 & 10^2 = 100 \\ 1^3 = 1 & 2^3 = 8 & 3^3 = 27 & 4^3 = 64 & 5^3 = 125 & 6^3 = 216 & 7^3 = 343 & 8^3 = 512 & 9^3 = 729 & 10^3 = 1\,000 \end{array}$$

Целесообразно познакомить учеников с квадратами различных чисел с помощью таблицы квадратов и кубов.

https://onlinemschool.com/math/formula/square_table/

Ученики могут быть проинформированы о правилах нахождения квадрата числа простыми способами.

- Квадраты чисел, оканчивающихся на 5, легче найти следующим образом:

Число до 5 умножается на число, которое на 1 единицу больше него,

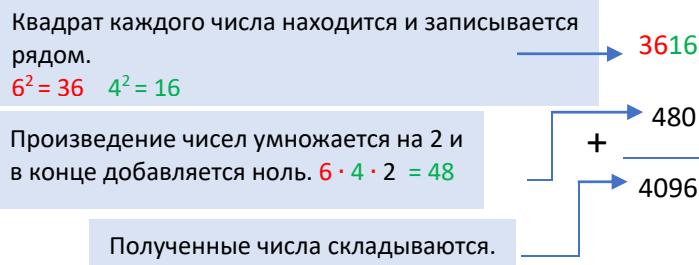
$$35^2 = ? \quad \text{и записывается в ответ.}$$

$$35^2 = 1225$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

Затем пишется 25 и ответ находится.

- Квадраты двузначных чисел можно найти следующим образом:



Способ вычисления можно посмотреть в видео материале: <https://youtu.be/bhh3JYVY299I>

Учеников можно попросить исследовать и представить различные методы нахождения квадратов и кубов чисел.

В технически оснащенных классах можно выполнять интерактивные задания:

<https://wordwall.net/resource/33852438/math/square-and-cube-numbers-balloon-drop>

Задания

3. Определяется закономерность, записываются следующие 2 числа.

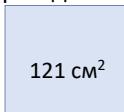
4. Находятся стороны квадрата,

площадь которых дана.



$$10 \text{ см}$$

$$10^2 = 100$$



$$11 \text{ см}$$

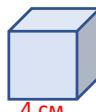
$$11^2 = 121$$



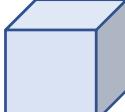
$$12 \text{ см}$$

$$12^2 = 144$$

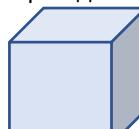
5. Находятся ребра кубов, объем которых дан.



$$4^3 = 64$$



$$5^3 = 125$$



$$10^3 = 1000$$

К сведению учителя! Ученики могут найти квадрат и куб числа путем умножения. Способность узнавать, какое число является квадратом определенного числа, формируется постепенно на основе опыта. Для этого учитель может давать ученикам различные задания.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания и игры:

https://www.mathematics-monster.com/tests/bubble_pop_square_numbers_test.html

<https://wordwall.net/resource/175711/square-numbers>

6. Подчеркивается, что числа, равные квадрату натурального числа, называются полными квадратами, и даются ответы на вопросы.

а) полные квадраты между числами 20 и 90: 25, 36, 49, 64, 81

б) полные квадраты между числами 100 и 200: 121, 144, 169, 196

7. Полные кубы определяются, отвечая на поставленные вопросы аналогичным образом.

а) полные кубы между числами 10 и 100: 27, 64

б) полные кубы между числами 200 и 400: 225, 256, 289, 324, 361

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики делают ошибки, отвечая на вопросы: «Какое число является квадратом данного числа?» и «Квадратом какого числа является данное число?». Ученики, допускающие подобные ошибки, могут совершать аналогичные ошибки при нахождении квадратных корней в старших классах. Учитель может определить учеников, которые делают подобные ошибки, спросив их: «Какие числа равны квадратам чисел 4 и 9?». Целесообразно организовать дискуссию о разнице между данными вопросами с этими учениками.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель произносит число, и просит найти квадрат и куб данного числа сначала устно, а затем письменно.

Углубление. Учитель называет числа, которые представляют собой полные квадраты и кубы. Он дает задание сначала устно найти и сказать, квадратом или кубом каких чисел они являются, а затем проверить это письменно.

8. Находятся ответы на вопросы.

а) Находится площадь квадрата, длина стороны которого равна a : a^2 . Учащимся, испытывающим затруднения, напоминают примеры из раздела «Изучение».

б) Находится объем куба с ребром b : b^3 . Отмечается, что одна грань куба с ребром b является квадратом, и находится его площадь: b^2 .

в) Находится квадрат числа 7: $7^2 = 49$. Из 49 вычитается 4, чтобы определить, какое число прибавляется к 4, чтобы получить 49. $49 - 4 = 45$.

г) Методом подбора определяется, что сумма квадратов чисел 6 и 8 равна 100. $6^2 + 8^2 = 100$.

9. Пользуясь тем, что дано, находятся квадраты чисел. Пример задания обсуждается с учениками.

К сведению учителя! В качестве обобщения примера, приведенного в 9-м задании, ученикам можно объяснить более короткое решение. Чтобы найти квадрат (куб) чисел, оканчивающихся на ноль, можно найти квадрат (куб) числа до нуля и добавить 2 (3) нуля в конце числа.

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$20^2 = 20 \cdot 20 = 400$$



$$2^2 = 4$$

$$20^2 = 400$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$20^3 = 20 \cdot 20 \cdot 20 = 8\ 000$$

$$2^3 = 8$$

$$20^3 = 8\ 000$$



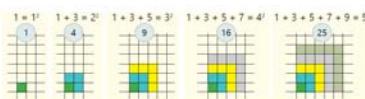
Ученикам можно задать несколько вопросов, на которые они должны ответить устно. Например, чему равен квадрат или куб чисел 20, 50, 300?

Практическое задание. Маленькие карточки с цифрами от 1 до 100 собираются в коробку. Ученики выбирают число из коробки, определяют, является ли оно полным квадратом, и записывают его в соответствующую колонку. Если это число полный квадрат, то можно попросить написать, квадратом какого числа оно является.

Желательно выполнить задание за определенное время.

Решение задач

10. По закономерности определяется, что сумма последовательных нечетных чисел равна квадрату количества этих чисел. На основе приведенных примеров проверяется правильность закономерности и находится сумма первых 10 последовательных нечетных чисел.



$$1 = 1^2 \quad 1 + 3 = 2^2 \quad 1 + 3 + 5 = 3^2 \quad 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2 \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2$$

$$\text{Сумма первых } 3\text{-х последовательных нечетных чисел } 1 + 3 + 5 = 3^2 = 9$$

$$\text{Сумма первых } 4\text{-х последовательных нечетных чисел } 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2 = 16$$

$$\text{Сумма первых } 5\text{-и последовательных нечетных чисел } 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 5^2 = 25$$

...

$$\text{Сумма первых } 10\text{-и последовательных нечетных чисел } 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + 19 = 10^2 = 100$$

Ответ: сумма первых 10-и последовательных нечетных чисел равна 100.

Обсуждение. Продолжая закономерность на картинке, нарисуйте квадрат 10×10 и раскрасьте единичные квадраты и проверьте, что числа, соответствующие количеству квадратов одного цвета, являются первыми последовательными 10 нечетными числами, а их сумма равна 100.

11. Записываются квадраты чисел от 1 до 10.

$$1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49 \quad 8^2 = 64 \quad 9^2 = 81 \quad 10^2 = 100$$

а) Последние цифры полных квадратов могут быть 0, 1, 4, 5, 6, 9.

б) Последние цифры полных целых квадратов не могут быть 2, 3, 7, 8.

в) Поскольку последняя цифра числа 131 415 161 712 равна 2, это число не может быть полным квадратом.

К сведению учителя! Учителям также можно задать вопросы о числах, у которых не меняются последние цифры в квадрате. Для этого достаточно знать квадрат однозначного числа.

Квадраты чисел, оканчивающихся на 1, 5, 6 или 0, также оканчиваются на эти же цифры.

Учителям можно дать задание сделать некоторые заметки о последних цифрах у чисел в кубе.

– Последними цифрами чисел в кубе может быть любая цифра.

– Кубы чисел, оканчивающихся на 1, 4, 5, 6, 9 или 0, также оканчиваются на эти же цифры.

$$1^3 = 1 \quad 2^3 = 8 \quad 3^3 = 27 \quad 4^3 = 64 \quad 5^3 = 125 \quad 6^3 = 216 \quad 7^3 = 343 \quad 8^3 = 512 \quad 9^3 = 729 \quad 10^3 = 1000$$

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Находит квадрат заданного числа, умножив его само на себя.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит куб заданного числа, умножив его на само себя 2 раза.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет полные квадраты.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет полные кубы.	Учебник, РТ

ТЕМА 1.6. Умножение и деление натуральных чисел

ПОДСТАНДАРТЫ	1.2.1. Выполняет арифметические действия над многозначными числами. 1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Умножает многозначные числа. • Делит многозначные числа. • Определяет, является ли произведение правдоподобным. • Определяет, является ли частное правдоподобным.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Прямоугольные и квадратные фигуры, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.splashlearn.com/math/multiplication-properties-games Задания: https://www.iknowit.com/lessons/e-multiplying-2-digit-by-1-digit-numbers.html https://www.splashlearn.com/s/math-games/select-the-expression-to-estimate https://mrnussbaum.com/properties-of-multiplication-online https://www.math-play.com/math-basketball-properties-of-multiplication/math-basketball-properties-of-multiplication-game_html5.html</p>

Побуждение. Учитель записывает на доске несколько примеров на умножение и задает вопросы:

$$15 \cdot 8 \quad 29 \cdot 7 \quad 42 \cdot 3 \quad 15 \cdot 12 \quad 217 \cdot 24$$

– Для какого примера удобно применить распределительное свойство? Для какого примера проще найти ответ, записав один из множителей в виде произведения двух чисел? Какие еще методы можно использовать? Как проверить правдоподобность найденного ответа?

По этому же правилу можно написать на доске несколько примеров на деление и задать ученикам аналогичные вопросы.

$$56 : 4 \quad 98 : 2 \quad 78 : 3 \quad 132 : 12 \quad 154 : 14$$

– Как проще всего решить примеры? Как проверить правдоподобность найденного ответа?

Ученики решают каждый пример несколькими способами и определяют удобный способ для вычислений.

Исследование-обсуждение

Обсуждается, как Лала, Анар и Сабина решили данный пример, и устанавливается, что Лала дала правильный ответ. Учитель записывает на доске примеры соответственно логике каждого ребенка и задает вопросы:

– Почему Анар вычел 1 из произведения? Какое свойство использовала Лала для решения задачи? Почему Сабина вычла 10 из произведения? В чем ошибка Анара и Сабины?

Изучение Свойства умножения

Учителям дается информация о свойствах умножения и обсуждаются типовые задания. Уместно дать ученикам задание привести несколько дополнительных примеров.

Задания

1. Примеры решаются с использованием свойств умножения, решение и объяснение примера обсуждаются с учениками.

2. Свойства объясняются путем написания подходящих примеров.

a) $7 \cdot b = b \cdot 7$

b) $a \cdot (3 \cdot 4) = (a \cdot 3) \cdot 4$

v) $10 \cdot (a + 4) = 10 \cdot a + 10 \cdot 4 \neq 10 \cdot a + 4$

г) $(9 - d) \cdot 5 = 9 \cdot 5 - d \cdot 5 \neq 9 - d \cdot 5$

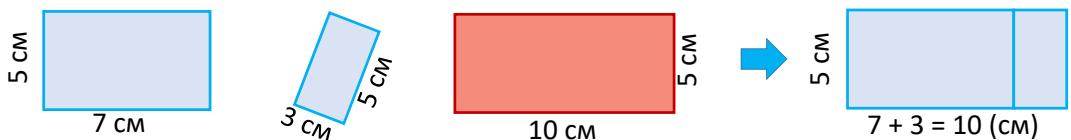


$$23 \cdot 9 = 23 \cdot (10 - 1) = 23 \cdot 10 - 1 = 229$$

$$23 \cdot 9 = 23 \cdot (10 - 1) = 23 \cdot 10 - 23 = 207$$

$$23 \cdot 9 = 23 \cdot (10 - 1) = 23 \cdot 10 - 10 = 220$$

3. Вычисляется площадь каждого прямоугольника. Проверяется, что сумма площадей голубых прямоугольников равна площади красного прямоугольника. Это можно проверить, используя распределительное свойство умножения, соединив прямоугольники одинакового размера.



$$5 \cdot 7 = 35 \text{ (см}^2\text{)} \quad 5 \cdot 3 = 15 \text{ (см}^2\text{)} \quad 35 + 15 = 50 \text{ (см}^2\text{)} \quad 5 \cdot 7 + 5 \cdot 3 = 5 \cdot (7 + 3) = 5 \cdot 10 = 50 \text{ (см}^2\text{)}$$

5. В задании требуется найти буквы или цифры, соответствующие пустым ячейкам, чтобы равенство было правильным. На первый взгляд задача может показаться решением равенства с неизвестной – уравнения. Однако неизвестное в этих равенствах должно быть найдено не путем решения уравнения, а по свойствам умножения. Например:

$$5 \cdot 9 - 10 = 5 \cdot (\square - 2) \Rightarrow 5 \cdot 9 - 10 = 5 \cdot 9 - 5 \cdot 2 = 5 \cdot (9 - 2) \Rightarrow \square = 9$$

6. Находится значение выражений при $a \cdot b = 5$. Объясняется, какое свойство умножения используется для нахождения каждого ответа. Например:

$$(a \cdot 3) \cdot (b \cdot 2) = a \cdot 3 \cdot b \cdot 2 = a \cdot b \cdot 3 \cdot 2 = (a \cdot b) \cdot 6 = 5 \cdot 6 = 30 \text{ – сочетательное и переместительное.}$$

7. Используя свойства умножения, находится значение выражения и заполняется таблица.

$$b \cdot 4 \cdot a = 4 \cdot (b \cdot a) = 4 \cdot (a \cdot b)$$

$a \cdot b$	40	55	208
$b \cdot 4 \cdot a$	160	220	832

$$3 \cdot a + 3 \cdot b = 3 \cdot (a + b)$$

$a + b$	10	30	500
$3 \cdot a + 3 \cdot b$	30	90	1 500

$$4 \cdot 40 = 160 \quad 4 \cdot 55 = 220 \quad 4 \cdot 208 = 832$$

$$3 \cdot 10 = 30 \quad 3 \cdot 30 = 90 \quad 3 \cdot 500 = 1 500$$

8. Числа записываются как произведения, где один из множителей 2 или 5. Затем рассчитывается путем отделения произведения 2 и 5. Решение и объяснение типового задания обсуждается с учениками, задания выполняются. Целью этого метода является развитие навыков устного счета путем отделения от множителей 10, 100, 1000. Например:

$$18 \cdot 15 = 9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 27 \cdot 10 = 270 \text{ или } 16 \cdot 125 = 2 \cdot 8 \cdot 125 = 2 \cdot 1000 = 2000$$

К сведению учителя! Ученики с младших классов знакомы с правилом нахождения произведения путем записи одного из множителя в виде произведения двух чисел. Обобщив данный метод, ученикам можно напомнить о методе, который они изучали в младших классах. Например:

$$55 \cdot 8 = 11 \cdot 5 \cdot 8 = 11 \cdot 40 = 440 \text{ или } 55 \cdot 8 = 55 \cdot 2 \cdot 4 = 110 \cdot 4 = 440$$

Иные методы умножения помогают ученикам развить словесные арифметические навыки. Рекомендуется научить учеников использовать различные методы при поиске результата.

К сведению учителя! Ученики могут использовать свойства умножения и деления, чтобы найти ответы на некоторые примеры. Иногда встречаются такие примеры, нахождение ответов которых, с использованием свойств, занимает больше времени, что бывает неудобно. В данном случае уместно предложить ученикам использовать правило умножения и деления в столбик.

Изучение Свойства деления

Ученикам дается информация о свойствах деления и обсуждаются типовые задания. Рекомендуется дать ученикам задание привести несколько дополнительных примеров.



На основе связи между умножением и делением объясняется, что деление на ноль не определено. Можно нарисовать треугольник из учебника на доске и написать такой пример.

$$0 \cdot \square = 5$$



Обоснование: Предположим, что $5 : 0 = a$. Тогда по связи умножения и деления $a \cdot 0 = 5$. Однако по свойству умножения на ноль, ноль получается при умножении произвольного числа на ноль. То есть $5 = a \cdot 0 = 0$. Отсюда получается, что $5 = 0$. Полученное противоречие показывает, что наша исходная гипотеза, а именно, $5 : 0 = a$, неверна.

9. Определяется, верные равенства или нет. Ученики объясняют, как они нашли ответ.

10. Вычислите частное, представив делимое в виде суммы двух удобных для вычисления чисел. Решение и объяснение примера обсуждается с учениками.

К сведению учителя! Ученики с младших классов знакомы с правилом нахождения частного путем записи делимого в виде суммы соответствующих чисел. Обобщая данный метод, ученикам можно напомнить о методе, который они изучали в младших классах. Например,

$$963 : 3 = (900 + 63) : 3 = 900 : 3 + 63 : 3 = 300 + 21 = 321.$$

Иногда легче найти частное, записав делимое как разность соответствующих чисел. Ученики знакомы и с этим правилом с младших классов. Например, $597 : 3 = (600 - 3) : 3 = 600 : 3 - 3 : 3 = 200 - 1 = 199$.

Другие методы деления помогают ученикам развить навыки устного счета. Рекомендуется научить учеников использовать различные методы при поиске произведения.

Решение задач

16. Ответы на вопросы основаны на информации о площади данного парка.

Решение задачи:

- Определяется, что Самир нашел произведение, заменив оба множителя ближайшими сотнями.

$$235 \cdot 479 \approx 200 \cdot 400 = 80\,000 \text{ (м}^2\text{)} \quad 235 \cdot 479 \approx 300 \cdot 500 = 150\,000 \text{ (м}^2\text{)}$$

- Чтобы проверить, правдоподобен ли ответ Айнур, площадь приблизительно вычисляется.

$$235 \cdot 479 \approx 200 \cdot 500 = 100\,000 \text{ (м}^2\text{)}$$

Ответ: так как разница между ответом Айнур и 100 000 большая, то не правдоподобно, что площадь парка составляет 11 565 м².

Обсуждение. Проверить правильность ответов можно точно вычислив площадь.

17. В задаче требуется найти приблизительно сколько километров Земля проходит вокруг Солнца за год.

Решение задачи:

- Согласно единице скорости время выражается в часах. Находится сколько приблизительно часов в 1 году.

$$1 \text{ год} = 365 \text{ дней} = 365 \cdot 24 \approx 400 \cdot 20 = 8\,000 \text{ (часов)}$$

- Определяется, приблизительно сколько километров Земля проходит вокруг Солнца за год.

$$8\,000 \cdot 108\,000 \approx 10\,000 \cdot 110\,000 = 1\,100\,000 \text{ (км)}$$

Ответ: Земля проходит приблизительно 1 100 000 км вокруг Солнца в течение года.

Обсуждение. Вычислив точный ответ, можно проверить правдоподобность предполагаемого ответа.

К сведению учителя! В повседневной жизни ученики сталкиваются с ситуациями, иногда не требующими точных вычислений, которые решаются действиями умножения и деления. Можно привести несколько примеров подобных случаев.

– Цена велосипеда 1 000 манатов. Аренда этого велосипеда на 1 час составляет 5 манатов. Если Анар ездит на велосипеде по 1 часу каждый день, будет ли ему дешевле купить или на 1 год арендовать велосипед?

– Автобус имеет 4 ряда по 12 мест в каждом. Сколько таких автобусов потребуется, чтобы 3 класса примерно по 30 детей поехали на экскурсию?

– В магазине масло продается в пачках по 250 грамм, 500 грамм, 1 кг. 250-граммовая пачка масла стоит 4 маната, 500-граммовая – 6 манатов 50 гяпиков, килограммовая – 7 манатов 50 гяпиков. В каких пачках дешевле купить 2 килограмма масла?

Проект. Ученикам можно дать задание исследовать похожие ситуации, с которыми они сталкиваются ежедневно в течение нескольких дней, и подготовить презентацию, сформулировав и решив подходящую проблему.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Умножает многозначные числа различными способами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит многозначные числа различными способами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет, является ли результат правдоподобным, предположив произведение.	Учебник, РТ
Определяет, является ли результат правдоподобным, предположив частное.	Учебник, РТ

ТЕМА 1.7. Числовые выражения

ПОДСТАНДАРТЫ	1.2.1. Выполняет арифметические действия над многозначными числами. 1.2.4. Вычисляет натуральные степени 10, квадрат и куб натуральных чисел. 1.2.5. Решает многошаговые задачи, связанные с арифметическими действиями над натуральными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Выполняет вычисления над натуральными числами. • Правильно определяет последовательность действий. • Вычисляет значение числового выражения со степенью. • Вычисляет значение выражений с несколькими скобками.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Научный калькулятор, единичные квадраты и кубы, рабочие листы.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://vPTeo.edu.az/vPTeo/4506 , Изучение: https://vPTeo.edu.az/vPTeo/11375 Задания: https://www.splashlearn.com/s/math-games/evaluate-expressions-with-2-or-more-operations https://www.math-play.com/Algebraic-Expressions-Millionaire/algebraic-expressions-millionaire-game_html5.html

Побуждение. Учитель несколько раз записывает одно числовое выражение на доске. Он просит найти значение выражения сначала без скобок, а затем со скобками.

$$\begin{array}{ll} 2 \cdot 6 + 3 \cdot 5 - 12 : 3 = & 2 \cdot 6 + (3 \cdot 15 - 12) : 3 = \\ 2 \cdot (6 + 3) \cdot 5 - 12 : 3 = & (2 \cdot 6 + 3) \cdot (15 - 12) : 3 = \\ 2 \cdot 6 + 3 \cdot (5 - 12 : 3) = & 2 \cdot (6 + 3) \cdot (15 - 12) : 3 = \end{array}$$

Ученикам задаются наводящие вопросы:

– Какой будет последовательность действий в 1-м примере? Какое действие во 2-м примере будет выполнено первым? Почему ответы примеров в 1-м столбце были разными?

После решения всех примеров можно спросить учеников:

– Как расставить скобки, чтоб в ответе получить 165 и 221?

Исследование-обсуждение

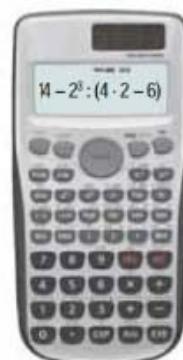
Для получения правильного равенства расставляются скобки, каждый раз проверяется ответ и определяется правильная расстановка скобок.

$$\begin{aligned} 5\ 000 - (4 \cdot 831 - 18^2) &= 2\ 000 \\ 100 + 5\ 200 : (26 - 13) - (18^2 - 300 - 24) &= 500 \end{aligned}$$

Изучение Порядок действий

С последовательностью действий ученики знакомы с 4-го класса. На этом занятии ученики познакомятся с выражениями со скобками и степенями.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики находят неверный ответ, неправильно выполняя последовательность действий. Например, $2 + 4^2 = 6^2$, $2^2 + 4^2 = 6^2$ и т.д. Целесообразно напомнить ученикам, допускающим подобные ошибки, о том, что сначала выполняется возведение в степень, и организовать работу над ошибками.



Задания

1-3. Развиваются вычислительные навыки путем выполнения заданий.

Изучение Вычисления на научном калькуляторе

Ученики информируются об использовании научного калькулятора при более сложных вычислениях. Ученикам разъясняют образец примера, приведенный в учебнике.

К сведению учителя! В 5-м классе научный калькулятор можно использовать для вычисления значения выражений, содержащих сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень и скобки. Научный калькулятор помогает ученикам написать полный пример и найти ответ за один раз. В старших классах ученики будут выполнять более сложные вычисления с помощью научного калькулятора.

В технически оснащенных классах можно использовать научные онлайн-калькуляторы:

<https://www.tcson.com/OnlineAssessment/ScientificCalculator/Calculator.html#nogo>

<https://matholia.com/grades/year-5-fe4e5a/tools/5f867df6d9d52704602b3b8c>

<https://www.mathmammoth.com/practice/order-operations>

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/OrderOfOperationsFour/>

4. Вычисления выполняются с помощью научного калькулятора.

5. В данном примере расставляются скобки, обращается внимание на верность равенства.

a) $2 \cdot (3^2 - 4) + 1 = 11$ б) $2^3 + 12 : (4 - 1) = 12$ в) $10^3 : (25 - 5) \cdot 2 = 100$



Запомни!

При наличии в числовом выражении нескольких скобок подчеркивается, что действия выполняются по общему правилу, начиная с самой внутренней скобки, и пример разъясняется ученикам.

7. Записываются соответствующие числовые выражения и вычисляются их значения. Обратите внимание, когда скобки используются при написании подходящих числовых выражений.

a) $10^3 + 567 = 1567$ б) $192 - 4^3 = 297$
в) $(10^4 + 8^3) : 16 = 657$ г) $(4^3 - 5^2) \cdot 6 = 195$

8. Вычисления выполняются с учетом последовательности действий и скобок.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель предлагает ученикам привести примеры одних и тех же чисел и действий со скобками, расставленными в разных местах, и объяснить, почему ответы разные.

Углубление. Учитель дает ученикам пример и дает им указание правильно расставить скобки, соответствующие разным ответам, и проверить правильность ответа.

Практическое задание. Класс делится на несколько групп. Каждой группе раздаются вырезанные из рабочего листа пазлы, и смешанные. Учитель предлагает ученикам вычислить значение числовых выражений и соединить каждое выражение с пронумерованной частью, которая показывает его значение.

$$7^2 - 2 \cdot 6 + 20 : 2 \quad 47$$

$$5^3 + 72 - (15 \cdot 2^2 - 1) \quad 138$$

$$500 - 8^2 \cdot 5 + 5^2 : 5 \quad 185$$

$$7^2 - 2 \cdot (6 + 20) : 2 \quad 23$$

$$5^3 + (72 - 15) \cdot (2^2 - 1) \quad 296$$

$$500 - (8^2 \cdot (5 + 5^2)) : 5 \quad 116$$

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1VqGnQ8zHtp-cX7wXPxvKihYMvhnKMLzb/view?usp=sharing>

Решение задач

Задачи решаются путем написания числовых выражений для заданных задач.

9. В задаче требуется найти число, которое задумала Айнур.

Решение задачи:

- Чтобы найти число, которое задумала Айнур, записывается подходящее числовое выражение и вычисляется значение выражения.

$$8^3 - 463 = 49$$

Ответ: Айнур задумала число 49.

10. В задаче требуется найти, сколько манатов заплатил покупатель за купленные им ковры.

Записывается краткое условие задачи.

Стороны квадратного ковра – 2 м

Стороны прямоугольного ковра – 2 м и 3 м

Стоимость 1 м² ковра – 43 маната.

Клиент заплатил ? манатов

Решение задачи:

- Для нахождения суммы, оплаченной покупателем, записывается соответствующее числовое выражение и вычисляется значение выражения.

$$(2^2 + 2 \cdot 3) \cdot 43 = 430 \text{ (манатов)}$$

Ответ: покупатель заплатил 430 манатов за ковры.

Обсуждение. Для проверки ответа находится сумма денег, заплаченная за каждый ковер, и складывается.

Ответы сравниваются.

11. В задаче требуется найти площадь голубой части в квадратных сантиметрах.



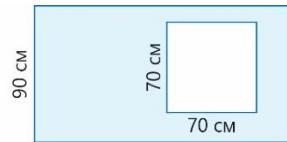
Записывается краткое условие задачи.

Стороны квадрата белой части – 70 см.

Ширина прямоугольника – 90 см.

Ширина прямоугольника короче длины – на 60 см.

Площадь голубой части –?



Решение задачи:

- Чтобы найти площадь голубой части, записывается соответствующее числовое выражение и вычисляется его значение.

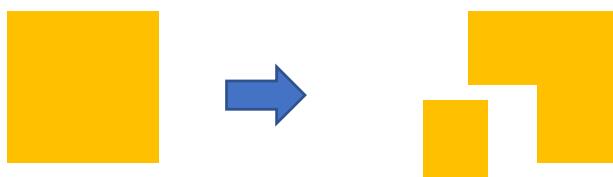
$$90 \cdot (90 + 60) - 70^2 = 8\,600 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: площадь голубой части равна 8 600 см².

Обсуждение. Сначала вычисляется длина каждого прямоугольника, затем площадь. После вычисления площади квадрата можно проверить ответ, вычитая площадь квадрата из площади прямоугольника.

12. В задаче требуется найти объем оставшейся фигуры, записав числовое выражение и воспользовавшись калькулятором.

Привлечение. Учитель берет в руки цветную бумагу квадратной формы, вырезает от нее часть прямоугольной формы и откладывает в сторону.



Учитель задает ученикам вопросы:

- Как можно найти площадь цветной бумаги до того, как ее отрезали? Как найти площадь отрезанной части? Как найти площадь оставшейся части?

Записывается краткое условие задачи.

Ребро деревянного куба – 78 см.

Ребра вырезанного кубоида – 34 см, 46 см, 28 см

Объем оставшейся фигуры – ?

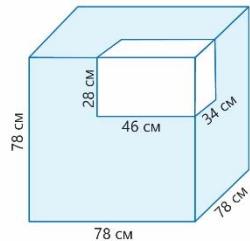
Решение задачи:

- Для нахождения объема оставшейся фигуры записывается соответствующее числовое выражение и значение выражения вычисляется на калькуляторе.

$$78^3 - 34 \cdot 46 \cdot 28 = 430\,760 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: объем оставшейся фигуры равен 430 760 см³.

Обсуждение. Сначала вычисляется объем куба, а затем вычисляется объем вырезанного кубоида. Можно проверить ответ, вычитая объем кубоида из объема куба.



К сведению учителя! Иногда ученики затрудняются написать соответствующее числовое выражение для задачи. Таким ученикам можно предложить сначала решить задачу в несколько шагов, а затем решить ее, написав соответствующее числовое выражение и проверив ответ.

Проект. На предыдущем занятии ученикам были даны задания, связанные с ситуациями, с которыми они сталкиваются в повседневной жизни. Ученикам можно дать задание решить эти задачи, написав числовые выражения. Ученикам можно дать задание исследовать похожие ситуации, с которыми они сталкиваются каждый день на протяжении нескольких дней, и подготовить презентацию, составив подходящую задачу и решив ее несколькими способами.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Выполняет возведение в степень, сложение-вычитание и умножение-деление над натуральными числами.	Учебник, РТ
Чтобы найти значение выражения, сначала определяет последовательность действий, а затем вычисляет значение.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет значение выражения со степенью.	Рабочие листы, учебник, РТ
Чтобы найти значение выражения с несколькими скобками, сначала вычисляет значение внутри скобок, а затем находит значение выражения.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 1.8. Делители и кратные числа

ПОДСТАНДАРТЫ	1.2.2. Определяет делители и кратные числа. 1.2.3. Находит НОД и НОК двух натуральных чисел, используя список.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Определяет делители и кратные числа. • Определяет общие делители и кратные числа. • Определяет наибольший общий делитель чисел. • Определяет наименьшее общее кратное чисел.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Единичные квадраты и кубы, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://vPTeo.edu.az/vPTeo/4168 Задания: https://www.transum.org/software/SW/Starter_of_the_day/Students/HCF_LCM.asp Задания: https://www.geogebra.org/m/xJupYKBw https://www.classtools.net/Venn/ https://www.transum.org/software/SW/Starter_of_the_day/Students/HCF_LCM.asp?Level=2 https://www.topmarks.co.uk/mathsgames/multiples-and-factors https://www.fun4thebrain.com/g/bf/snowballfight/ https://wordwall.net/resource/25336563/mathsfactors-and-multiples-quiz https://wordwall.net/resource/12361234/factors-multiples</p>

Побуждение. Учитель кладет на стол 8 красных и 4 зеленых стикеров и просит учеников разделить эти стикеры на группы с одинаковым количеством красных и одинаковым количеством зеленых стикеров в каждой группе.



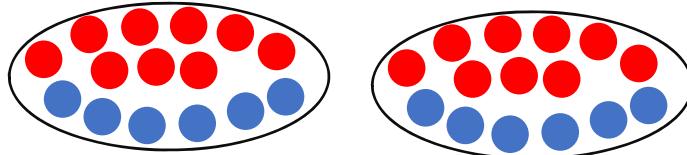
Учащимся задаются наводящие вопросы:

– Можно ли разделить эти стикеры поровну на 2 группы? Сколько стикеров в каждой группе? Сколько еще групп может получиться? Почему эти стикеры нельзя разделить на 3 группы?

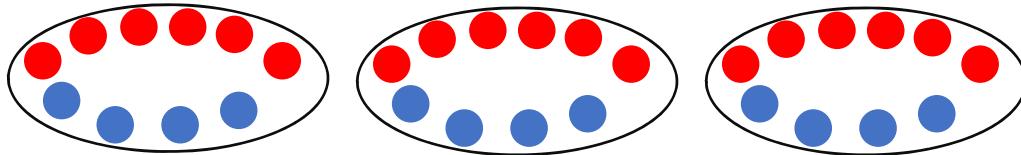
Ученики отвечают на вопросы, разделив стикеры на группы.

Исследование-обсуждение

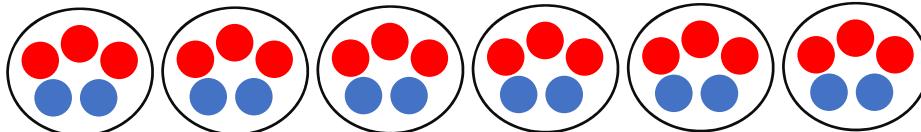
Исходя из количества учеников, участвующих в олимпиаде, требуется определить, может ли количество команд быть 2, 3, 4 или 5. Поскольку 12 и 18 делятся на 2, можно получить 2 команды. В данном случае в каждой группе будет 9 девочек и 6 мальчиков. Это можно изобразить схематически.



По этому же правилу проверяется, может ли быть 3 команды.



Так как число 12 делится на 4, а число 18 не делится на 4, то отмечается, что 4 команды быть не может. Объясняется, что невозможно составить 5 команд по этому же правилу. Чтобы узнать, сколько таких команд можно составить, выписываются общие делители чисел 12 и 18 и берется наибольший из этих делителей. В этом случае можно сказать, что можно организовать максимум 6 таких команд, исходя из того, что наибольшее число, на которое делятся как число 12, так и число 18, равно 6.



К сведению учителя! Также уместно спросить учеников, сколько мальчиков и сколько девочек будет в каждой из возможных команд. Например, если сформированы 2 команды, количество учеников в каждой команде можно найти следующим образом: $12 : 2 = 6$, $18 : 2 = 9$. Значит, если сформировать 2 команды, то в каждой будет 6 мальчиков и 9 девочек. По этому же правилу ученикам можно дать задание определить, сколько мальчиков и сколько девочек будет в каждой команде, задав наводящие вопросы. Если сформировать 3 команды, сколько мальчиков и сколько девочек будет в каждой команде? Согласно максимальному количеству команд, сколько мальчиков и сколько девочек будет в этих командах?

Изучение Делители натурального числа

В 4-м классе ученики познакомились с делителями, кратными и простыми числами. Эти материалы вспоминаются, и ученикам дается информация о делителях натуральных чисел.



Для того чтобы определить, что число простое по количеству его делителей, ученики показывают количество делителей числа на примерах. Видно, что количество делителей простых чисел равно 2, то есть само число и 1. Итак, если число имеет 2 делителя, то это число является простым числом.

К сведению учителя! Существуют различные способы нахождения делителей числа. Показывая примеры, можно их обобщить и сообщить ученикам о следующих результатах.

- Простые числа имеют 2 делителя.
- Квадраты простых чисел имеют 3 делителя.
- Если делители числа повторяются, то все делители найдены.

$$12 : 1 = 12$$

$$12 : 2 = 6$$

$$12 : 3 = 4$$

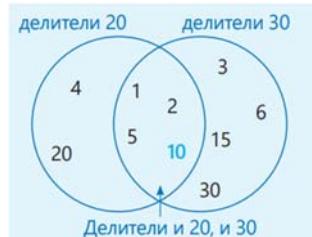
12 : 4 = 3 Делители числа повторяются. Делители числа 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Задания

Выполняются задания 1-4.

Изучение Наибольший общий делитель

Числа, на которые делятся два натуральных числа, называются их общими делителями, а наибольший из



общих делителей называется наибольшим общим делителем, то есть сокращенно НОД. Ученикам объясняют правило нахождения НОД числа.

В технически оснащенных классах можно выполнять интерактивные задания:

<https://www.teacherled.com/iresources/charts/venns/>

<https://www.classtools.net/Venn/>

К сведению учителя! В 5-м классе предполагается найти НОД чисел, составив список делителей этих чисел. Для этого выписывают делители обоих заданных чисел, отмечаются среди них общие делители и выбирается из этих общих делителей наибольший. Поскольку с помощью диаграммы Венна легче отметить общие знаменатели, целесообразно использовать этот метод на этапе обучения.

5. Определяются общие делители заданных пар чисел.
6. Находится НОД заданных чисел.
7. Находятся два числа, НОД которых дан.

К сведению учителя! Например, при нахождении двух чисел, НОД которых равен 6, ученики должны выписать кратные данных чисел и выбрать два из них так, чтобы их НОД был равен 6. Итак, кратными числа

6 являются 6, 12, 18, 24 и т.д. Если среди этих чисел взять два последовательных числа, то их НОД будет равен 6. В противном случае, если взять разные числа, могут возникнуть случаи, когда НОД равен шестикратному значению. Поэтому уместно проверить, равен ли ответ заданному числу, найдя НОД выбранных чисел.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики при нахождении НОД чисел вместо наибольшего делителя выбирают один из других делителей. Уместно попросить учеников, допускающих подобные ошибки, после нахождения НОД чисел проверить, является ли найденное число наибольшим делителем, подчеркнуть, что ответ неверен, если он не является наибольшим делителем, и дать им задание найти ответ снова. Организация работы над ошибками важна для того, чтобы ученики не допускали подобных ошибок в дальнейших вычислениях, связанных с нахождением НОД.

Изучение Кратные натурального числа

В 4-м классе напоминаются сведения о кратных числах и снова объясняется понятие кратного натурального числа. Известно, что натуральное число имеет бесконечное число кратных. Ученикам объясняются задания на примерах.

8. Записываются 5 кратных для данных чисел. Учитель может попросить дополнительно написать несколько.

Изучение Наименьшее общее кратное

Числа, которые являются кратными для обоих натуральных чисел, называются их общими кратными, а наименьшее из общих кратных называется наименьшим общим кратным, то есть сокращенно НОК. Ученикам объясняют правило нахождения НОК числа.

Нахождение НОК двух чисел осуществляется по списку согласно правилу нахождения НОД. Выписывают общие кратные обоих чисел, определяются общие кратные и берется наименьший из общих кратных. Поскольку с помощью диаграммы Венна легче отметить общие кратные, целесообразно использовать этот метод на этапе обучения.



Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики берут один из других делителей вместо наименьшего кратного при нахождении НОК чисел. Целесообразно поручить ученикам, допустившим подобные ошибки, после нахождения НОК чисел проверить, является ли найденное число наименьшим кратным, подчеркнуть, что ответ неверен, если это не наименьшее кратное, и дать им задание найти ответ. Организация работы над ошибками важна для того, чтобы ученики не допускали подобных ошибок в будущих вычислениях, связанных с нахождением НОК.

9. Записываются два общих кратных данных чисел. Для этого составляется список для обоих чисел и находятся общие кратные.

3 – 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, ...

4 – 8, 12, 16, 20, 24, 28, ...

10. Записываются общие кратные чисел 2 и 3 между 20 и 40. Снова пишется список, находятся общие кратные между числами 20 и 40.

2 – 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40.

3 – 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39.

11. Находится НОК заданных чисел.

12. Находятся два числа, не равные 1, НОК которых равен заданному числу.

Для обобщения полученных знаний внимание уделяется ключевым словам. Учитель может попросить учеников объяснить такие понятия, как "делитель числа", "кратное числа", "общий делитель", "общее кратное", "НОД", "НОК", и привести примеры.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель дает ученикам задания на нахождение НОД и НОК. Ученики находят ответы и объясняют, как их нашли.

Углубление. Учитель вызывает к доске 2 учеников и дает им задачи, связанные с нахождением НОД или НОК. Ученики определяют, что именно нужно найти для решения задачи: НОД или НОК, находят ответ и объясняют, как они его нашли.

Игра. Класс делится на группы. Раздаются рабочие листы. Каждой группе даются по две игральные кости. Ученики бросают игральные кости и сначала находят НОД выпавших чисел, а затем их НОК и зачеркивают

эти числа в таблице. По этому правилу за заданное время игральные кости подбрасываются 4 раза и находятся НОД и НОК. Побеждает та группа, которая зачеркнет наибольшее количество чисел в таблице.



1. НОД (,,) =
1. НОК (,,) =
2. НОД (,,) =
2. НОК (,,) =
3. НОД (,,) =
3. НОК (,,) =
4. НОД (,,) =
4. НОК (,,) =

1	2	3	4
5	6	10	12
15	16	18	20
24	25	28	30

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке.

https://drive.google.com/file/d/139Z8N1_9SQ0UISC1WmalaHqoMz5L3Kzq/view?usp=sharing

Решение задач

13. В задаче требуется определить количество коробок, разданных Лалой, и количество игрушек в каждой коробке.

Привлечение. Учитель кладет на стол 6 карандашей и дает ученикам задание найти, среди скольких детей можно разделить карандаши поровну и сколько карандашей достанется каждому ребенку. Разделив карандаши между учениками, можно раздать карандаши 1, 2, 3, 6 ученикам, тогда каждому ученику достанется по 6, 3, 2, 1 карандашей.

Решение задачи:

- Записываются делители числа 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.
- Количество коробок и количество игрушек в каждой коробке можно указать в таблице.

Количество коробок	1	2	3	4	6	8	12	24
Количество игрушек	24	12	8	6	4	3	2	1

Ответ: количество коробок, в которые распределяются 24 игрушки, или количество игрушек в коробке может быть 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 и 24.

14. Требуется выяснить, верно ли мнение Сабины или нет. Для этого приводятся несколько примеров.

Решение задачи:

- Берется несколько последовательных чисел. Находятся делители этих чисел. Например, находятся делители 12 и 13.

Делители 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12 – 6 делителей.

Делители 13: 1, 13 – 2 делителя.

Таким образом, хотя число 13 больше числа 12, число делителей у него меньше.

Можно привести еще несколько дополнительных примеров. Например, число 121 – это квадрат числа 11, и у этого числа всего 3 делителя. Но 100 – это квадрат 10. Число делителей этого числа больше 3. Так что это мнение не всегда верно.

Ответ: мнение Сабины не верно.

15. Находится число, задуманное Эльханом.

Привлечение. Учитель пишет по одному числу на каждый из 2-х стикеров и приклеивает их к доске, закрыв верхнюю часть. Он дает ученикам информацию о каждом числе и дает им задание найти это число.

1-е число: это число меньше 10 и имеет 2 делителя. Один из этих делителей равен 3. Какое это число?

2- е число: это число меньше 15 и имеет 4 делителя. Один из его делителей равен 7. Какое это число?

Ученики находят числа и объясняют, как они их нашли.

Решение задачи:

- Записываются числа меньше 40, один из делителей которых 10: 10, 20, 30.
- Выписываются все делители этих чисел и определяется число с 6 делителями.

Делители числа 10: 1, 2, 5, 10 – 4 делителя.

Делители числа 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20 – 6 делителей.

Делители числа 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 – 8 делителей.

Ответ: Самир задумал число 20.

16. В задаче требуется определить, сколько сантиметров составляет наибольшая часть, которую можно получить при делении ленты заданным образом.

Решение задачи:

- Находится НОД данных чисел. $\text{НОД}(40, 32) = 8$.

Ответ: если разделить ленту таким образом, то самая длинная часть, которая может получиться, будет 8 см.

Обсуждение. При делении каждой ленты на части заданной длины находится количество полученных частей. В 1-й ленте получается 5 частей, а во 2-й ленте – 4 части.

17. В задаче требуется найти наименьшее количество букетов при делении цветов по данному условию.

Привлечение. Среди скольких человек можно разделить карандаши на равные части, не перемешивая их? В этом случае сколько учеников получат красные карандаши, а сколько учеников – синие карандаши? Каково наибольшее число карандашей, которые можно дать каждому ученику? Каково наименьшее число учеников, среди которых можно распределить карандаши таким образом? Как найти ответ, используя наибольший общий делитель?

Решение задачи:

- Чтобы узнать, сколько цветов может быть в каждом букете, находятся общие делители данных чисел.

Делители числа 54: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

Делители числа 42: 1, 2, 3, 5, 9, 15, 45

Общие делители чисел 54 и 42: 1, 3, 9.

- Определяется, что при разделении цветов таким образом количество букетов будет наименьшим, если количество цветов в букете будет наибольшим, и находится НОД. $\text{НОД}(54, 45) = 9$.

- Находится наименьшее количество букетов при делении цветов таким образом.

Букеты роз: $54 : 9 = 6$.

Букеты нарциссов: $45 : 9 = 5$

Общее число букетов: $6 + 5 = 11$.

Ответ: если разделить цветы таким образом, то получится как минимум 11 букетов.

18. В задаче требуется определить, через сколько часов одновременно подошедшие к порту суда приблизятся к порту одновременно в следующий раз.

Привлечение. К доске выходят 2 ученика. Часы ставятся на стол. Одного из учеников просят поднимать руку каждые 10 секунд, а другого – каждые 15 секунд. Другие ученики в течение 1 минуты наблюдают за тем, как ученики у доски одновременно поднимают руки. По истечении времени учитель задает вопросы ученикам:

– Через сколько секунд оба ученика одновременно подняли руки, сколько раз вы наблюдали это? Как можно использовать нахождение наименьшего общего кратного, чтобы найти время, когда они впервые подняли руки одновременно?

Решение задачи:

- Находится НОК чисел, показывающий часы прихода грузового и пассажирского кораблей в порт.
 $\text{НОК}(6, 4) = 12$.

Ответ: суда, заходящие в порт одновременно, в следующий раз приплывут вместе через 12 часов.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет делители и кратные числа.	Учебник, РТ
Определяет общие делители и кратные чисел.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит наибольший общий делитель чисел.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит наименьшее общее кратное чисел.	Учебник, РТ



ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. Понятия, данные в заключении раздела в учебнике, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры

Натуральные числа, десятичная система счисления, позиционная система счисления, непозиционная система счисления, римские цифры, степени числа 10, квадрат числа, куб числа, полный квадрат, полный куб, свойства сложения, вычитания, умножения и деления, простое число, делители числа, кратные числа, общий делитель, общее кратное, НОД, НОК.

Решение исходной задачи. Обсуждается информация, данная на первой странице раздела, и задание "Попытайтесь!". Решение исходной задачи обсуждается с классом. Ученикам можно дать дополнительную информацию о понятии светового года. Отмечается, что световой год равен 9 триллионам 460 миллиардов 800 миллионов километров.

Ученикам можно дать задание провести исследование о световом году.

Дополнительные ссылки: <https://exoplanets.nasa.gov/faq/26/what-is-a-light-year/>
<https://www.space.com/light-year.html>

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Выполняются задания 1-4. В пустые клетки записываются подходящие цифры.

К сведению учителя! Иногда требуется предположить, какое из выражений больше, не производя вычислений. В этом случае можно использовать разные методы. В 4-м задании основное внимание уделяется слагаемым, чтобы предположить, какая из сумм больше. Поскольку одно из слагаемых одинаковое, достаточно сравнить другие слагаемые. Поскольку $a > c$, 1-я сумма будет больше 2-й. Целесообразно задать ученикам аналогичные вопросы.

7. $a \cdot b = 12$ и $a \cdot c = 18$. Находятся значения выражений, используя свойства умножения.

$$5 \cdot a \cdot b = 5 \cdot (a \cdot b) = 5 \cdot 12 = 60 \quad a \cdot 4 \cdot c = 4 \cdot (a \cdot c) = 4 \cdot 18 = 72$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c = 12 + 18 = 30 \quad a \cdot a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot (a \cdot c) = 12 \cdot 18 = 216$$

12. Требуется найти, насколько изменилось число при заданных в задаче условиях.

При увеличении цифры в разряде сотен на четыре единицы число увеличивается на 400 единиц. При уменьшении цифры в разряде сотен тысяч на семь единиц число уменьшается на 700 000 единиц. Когда число увеличивается на 400 единиц и уменьшается на 700 000 единиц, число уменьшается на 699 600 единиц. Таким образом, число уменьшится на 699 600 единиц. Ответ можно проверить, взяв число больше 700 000, увеличив цифру в разряде сотых этого числа на 4 единицы, а цифру в разряде сотен тысяч уменьшив на 7 единиц.

13. В задаче требуется выяснить, на сколько книг в Национальной библиотеке Азербайджана меньше, чем газет.

Решение задачи:

- Количество книг, заданное словами, записывается цифрами: 254 529
- Количество газет, заданное словами, записывается цифрами: 476 661
- Находится, на сколько книг в библиотеке меньше, чем газет.

$$476\,661 - 254\,529 = 222\,132$$

Ответ: количество книг в библиотеке на 222 132 меньше количества газет.

Обсуждение. К количеству газет в библиотеке прибавляется число 222 132 и проверяется, равно ли полученное число количеству книг.

14. Записываются все делители каждого числа и проверяется, является ли оно совершенным числом.

$$\text{делители } 4: 1, 2, 4 \quad 1 + 2 = 3 \neq 4$$

$$\text{делители } 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12 \quad 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16 \neq 12$$

$$\text{делители } 15: 1, 3, 5, 15 \quad 1 + 3 + 5 = 9 \neq 15$$

$$\text{делители } 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20 \quad 1 + 2 + 4 + 5 + 10 = 22 \neq 20$$

$$\text{делители } 28: 1, 2, 4, 7, 14, 28 \quad 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$$

$$\text{делители } 35: 1, 5, 7, 35 \quad 1 + 3 + 5 + 7 = 16 \neq 35$$

$$\text{делители } 42: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42 \quad 1 + 2 + 3 + 6 + 7 + 14 + 21 = 54 \neq 42$$

Ответ: 28 совершенное число.

К сведению учителя! Учителем можно дать информацию об истории совершенных чисел. До н.э. Евклид показал, что если $2^n - 1$ простое число, то $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ также является совершенным числом. 1 однозначное, 1 двузначное, 1 трехзначное и т.д. являются совершенными числами. Учителем можно дать задание исследовать совершенные числа, определить, являются ли нечетные числа совершенными числами, найти трехзначное совершенное число, показать, что это совершенное число, и подготовить презентацию.

15. В задаче требуется найти, через сколько часов пациент в следующий раз примет лекарства одновременно после того, как принял их в одно время?

Решение задачи:

- Записываются часы, когда пациент примет 1-е лекарство. 6 часов, 12 часов, 18 часов, 24 часов.
- Записываются часы, когда пациент примет 2-е лекарство. 9 часов, 18 часов, 27 часов, 36 часов.
- Определяется наименьшее из делителей чисел, показывающих время следующего приема лекарств.

Находится НОК. НОК (6, 9) = 18.

Ответ: пациент в следующий раз примет лекарства одновременно через 18 часов.



Информацию о солнечном зонде "Паркер" можно получить по этой ссылке:

<https://www.nasa.gov/feature/goddard/2021/nasa-enters-the-solar-atmosphere-for-the-first-time-bringing-new-discoveries>

1. Солнечный зонд "Паркер" завершил 12-е сближение с Солнцем 1 июня, приблизившись к его поверхности на расстояние 5,3 миллиона миль (8,5 миллионов километров). Ознакомиться с устройством поближе можно, перейдя по ссылке:

<https://solarsystem.nasa.gov/missions/parker-solar-probe/in-depth/>

– Расстояние от Земли до Солнца меняется в течение года. В начале января было 147 миллионов км, а в начале июля 152 миллиона км. Текущее расстояние от Земли до Солнца можно посмотреть, перейдя по ссылке:

<https://theskylive.com/planetarium?obj=sun&date=&h=19&m=55#ra/8.095770360038925/dec/24.119286133293/fov/50>

По этим ссылкам можно найти ответы на следующие вопросы:

https://en.wikipedia.org/wiki/Parker_Solar_Probe



https://www.nasa.gov/sites/default/files/thumbnails/image/parker_close_to_sun.png

– Максимальная скорость полета аппарата составляет 692 000 км/ч.

– Космический корабль приблизится к Солнцу на расстояние 3,83 миллиона миль.

– Причина, по которой устройство не плавится при приближении к солнцу, заключается в том, что Parker Solar Probe использует теплозащитный экран, известный как система тепловой защиты или TPS. TPS протестирован на устойчивость к температурам до 3 000 °F (1 650 °C) и может выдерживать любое тепловое воздействие солнца, обеспечивая безопасность почти всех устройств.

Более подробную информацию можно найти по ссылке:

<https://www.nasa.gov/feature/goddard/2018/traveling-to-the-sun-why-won-t-parker-solar-probe-melt>

2. Ожидается, что Parker Solar Probe максимально приблизится к Солнцу 19 ноября 2025 года.

3. Расстояние аппарата до Земли меняется. Время можно определить, определив расстояние за искомый день по ссылке и разделив его на скорость света (300 км/ч):

<https://theskylive.com/how-far-is-parkersolarprobe>

Перейдя по ссылке, можно получить больше информации о текущем местоположении космического корабля, его миссиях до 2025 года и его текущем расстоянии от Солнца и Земли. Целесообразно предложить ученикам использовать указанные ссылки для подготовки презентации:

<http://parkersolarprobe.jhuapl.edu/The-Mission/index.php#Where-Is-PSP>

2-й РАЗДЕЛ

Обыкновенные дроби

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	38	
Тема 2.1.	Правильные и неправильные дроби	2	39	25
Тема 2.2.	Сравнение и упорядочивание	2	43	28
Тема 2.3.	Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	3	47	30
Тема 2.4.	Сложение смешанных чисел	2	51	32
Тема 2.5.	Вычитание смешанных чисел	2	56	35
	Задачи и примеры	2	62	38
Тема 2.6.	Умножение обыкновенных дробей	2	64	40
Тема 2.7.	Умножение смешанных чисел	2	68	42
Тема 2.8.	Деление обыкновенных дробей	3	71	44
Тема 2.9.	Деление смешанных чисел	2	75	46
Тема 2.10.	Нахождение части числа и числа по его части	3	77	48
	Обобщающий урок. STEAM Пэчворк	2	81	50
	МСО-2	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		29		

Краткий обзор раздела

В разделе ученикам дается информация об обыкновенных дробях, правильных и неправильных дробях, смешанных числах и преобразованиях между ними, сравнении и упорядочении дробей, взаимно обратных числах. Изучаются правила сложения, вычитания, умножения и деления дробей, нахождения числа по части числа и число по его части. При решении задач применяются изученные правила с использованием обыкновенных дробей, решаются задачи.

На что стоит обратить внимание?

Некоторые ученики считают, что полученный ими ответ, при арифметических действиях с обыкновенными дробями, неверен, потому что они забыли сократить или не полностью сократили их. Целесообразно давать таким ученикам дополнительные задания, связанные с сокращением дробей. Основная ошибка учеников при сложении и вычитании дробей — сложение или вычитание знаменателей. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно предложить решить пример, изобразить его с помощью моделей.

При сравнении, сложении или вычитании дробей ученики часто используют произведение знаменателей для определения общего знаменателя. Для дробей, НОК которых не является произведением знаменателей, ученикам следует предложить взять наименьший общий знаменатель в качестве общего знаменателя.

Иногда ученики ошибаются в способе нахождения части числа и числа по его части. Ученики, допускающие подобные ошибки, испытывают трудности с нахождением процента от числа и числа исходя из процента в будущем. Ученикам рекомендуется использовать изображения на ранних этапах при решении задач, связанных с нахождением части числа и нахождением числа по его части.

Развитие математического языка

Правильное определение терминов «правильная дробь», «неправильная дробь», «смешанное число», «общий знаменатель», «наименьший общий знаменатель», «дополнительный множитель», «взаимно обратные числа» дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия. Иногда ученики путают понятия «обратное число» и «противоположное число». Необходимо объяснить ученикам, что это разные понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

Правильные дроби, неправильные дроби, смешанные числа, наименьший общий знаменатель, дополнительный множитель, обратные числа, часть числа и число по его части.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Обыкновенная дробь, равные дроби, смешанное число, целая и дробная часть смешанного числа
- Сравнение, упорядочивание дробей, сравнение смешанных чисел
- Часть числа
- Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

Междисциплинарная интеграция

Дроби встречаются в различных областях, кулинарии, измерениях. Дроби широко используются в рецептах блюд и сладостей, а также в денежных вычислениях. Дроби можно связать с рисованием мозаики и узоров, изучаемых в информатике. В конце раздела можно напомнить об этом ученикам в задании на составление пэчворка с помощью компьютера.

ТЕМА 2.1. Правильные и неправильные дроби

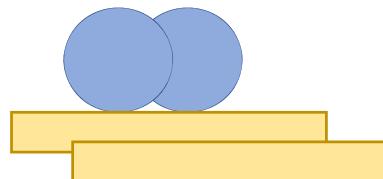
ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.1. Связывает дроби и деление.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Определяет правильные и неправильные дроби. Выражает деление дробью. Преобразует неправильную дробь в смешанное число. Преобразует смешанное число в неправильную дробь.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круглые и прямоугольные фигуры, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.video.edu.az/video/8576 https://video.edu.az/video/8803</p> <p>Задания: https://www.education.com/game/converting-fractions-to-whole-numbers/ https://www.sheppardsoftware.com/math/fractions/reduce-splat-game/ https://matholia.com/grades/year-5-fe4e5a/tools/5f867df6d9d52704602b3b8b</p>

Обсуждение исходной задачи. Обсуждается теоретический материал и задача, приведенные на первой странице раздела. Хотя решение задачи не является важным, выслушивается мнение учеников о стратегии решения. Поскольку данный рецепт рассчитан на 30 кусков пахлавы, обсуждается, как найти ингредиенты, необходимые для приготовления 75 кусков пахлавы. Учитель, чтобы помочь, может написать на доске такое выражение: $75 = 30 + 30 + 15$. Объясняется значение этого выражения. Например, число 75 равно сумме двух 30 и одной его половины. Продуктов, необходимых для приготовления 75 кусков пахлавы, соответственно необходимо собрать в два раза больше, чем продуктов, необходимых для 30 кусков пахлавы, и добавить половину. Навыки сложения дробей с одинаковыми знаменателями ученики освоили в 4-м классе. Поэтому сложить обыкновенные дроби, данные в рецепте, не составит труда. Однако ученики столкнутся с трудностями при вычислении половины обыкновенных дробей. Поэтому после формирования навыков, представленных в разделе, решение этого вопроса будет еще раз рассмотрено в конце раздела.

К сведению учителя! С младших классов ученики знакомы с обыкновенными дробями, равными дробями, сравнением дробей, сложением и вычитанием дробей с одинаковыми знаменателями, а также со смешанными числами. А в 5-м классе они приобретут более сложные знания и навыки, связанные с обыкновенными дробями.

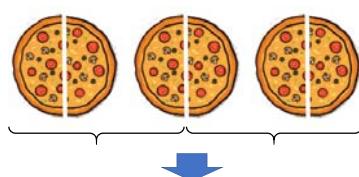
Побуждение. На стол кладут кружки и полоски, вырезанные из цветной бумаги. Учитель задает ученикам вопросы:

- Если 1 круг, 2 круга разделить поровну между 3 людьми, какая часть будет у каждого? Если 2 полоски разделить поровну между 5 людьми, какая часть полоски достанется каждому? Если 5 полосок разделить поровну между 4 людьми, какая часть достанется каждому?

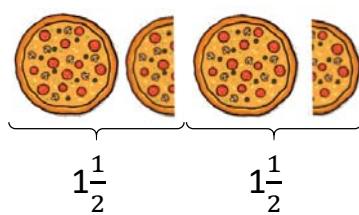


Исследование-обсуждение

Задание можно выполнить на уроке в виде ролевой игры. Вместо пиццы также можно использовать модели кругов, вырезанных из цветной бумаги. К доске вызывают 2 учеников и отмечают, что пицца будет поделена между ними поровну. Ученики могут разделить каждый круг на 2 равные части. В этом случае получится 6 частей, а когда эти части будут разделены между 2 учениками, то каждому из них достанется по $\frac{3}{2}$ части.



Учитель может задавать ученикам наводящие вопросы и помочь им порезать пиццу разными способами. Ученики могут сначала разделить 2 пиццы между 2 учениками и сказать, что каждый получит 1 пиццу. Когда оставшуюся 1 пиццу делят между 2 детьми, каждый получает по $\frac{1}{2}$ пиццы. Итак, каждому ученику достанется 1 полная пицца и $\frac{1}{2}$ половина пиццы, то есть $\frac{1}{2}$ часть пиццы.



Задание также можно выполнить с помощью дробных полосок. Учитель может подчеркнуть то, что они узнают на уроке, что ответы, полученные обоими методами, представляют собой одну и ту же часть.

Изучение Правильные и неправильные дроби

Учеников знакомят с обычновенными дробями, правильными и неправильными дробями, показывают примеры, примеры изображают на дробных полосках и числовой оси. Говорят, что правильная дробь меньше 1, а неправильная дробь равна и больше 1. В технически оснащенных классах ученикам могут быть продемонстрированы описания различных дробей на моделях:

<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Fraction-Models/>

Иногда ученики испытывают трудности с определением правильных и неправильных дробей. В этом случае ученикам разъясняется, что нужно просто сравнить числитель дроби с ее знаменателем.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики могут подумать, что дроби меньше 1. Однако неправильные дроби равны и больше 1. Уместно подчеркнуть это.

Задания

1. Обсуждается образец, и выполняются соответствующие задания.
2. Среди данных дробей выбираются неправильные дроби, некоторые из них изображаются на числовой оси.

К сведению учителя! Для изображения дробей на числовой оси необходимо разделить части между двумя соседними целыми числами на числовой оси на равные части, равные числу в знаменателе дроби, и отметить часть, равную числу в числителе. Соответственно, глядя на то, больше или меньше 1 данная дробь, можно определить, является ли она правильной или неправильной дробью. Если ученики испытывают трудности с изображением неправильной дроби на числовой прямой, им можно дать задание написать дробь, соответствующую точке на числовой прямой, а затем нанести дробь на числовую прямую.

Изучение Дробь и операция деления

Отмечается, что можно выразить деление обыкновенной дробью и, наоборот, обыкновенную дробь делением. В этом случае числитель дроби является делимым, а знаменатель – делителем. Пример в учебнике обсуждается с учениками.

4. Деление записывается в виде дроби.
5. В пустые клетки вписываются подходящие числа. Использовать подобную схему полезно для зрительной памяти.

$$a : b = \frac{a}{b} \text{ или } \frac{a}{b} = a : b$$

Изучение Сокращение дробей

Ученикам дается информация о сокращении дробей. С последовательным сокращением дробей ученики знакомы с 4-го класса. Учитель может повторить это правило с учениками в целом и показать ученикам примеры записи дроби в виде несокращенной дроби при полном сокращении. В этом случае отмечается, что числитель и знаменатель дроби сокращаются на их НОД.

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<https://www.iknowit.com/lessons/c-simplifying-fractions.html>

Ложные представления, возникающие у учеников. Некоторые ученики забывают сократить дроби в ответе при вычислениях. В результате получаются разные ответы, и ученики считают, что они неправильные. Целесообразно подчеркнуть, что ответ правильный, так как сокращенная дробь равна исходной дроби. Тем не менее, рекомендуется, чтобы ученики записывали дроби в виде несократимых дробей.

6. Дроби записывают в виде несократимых дробей, последовательно или полностью сокращая их.
7. Деление выражается соответствующей дробью, полученные дроби сокращаются.



Внимание!

Отмечается, что, если числитель неправильной дроби нацело делится на знаменатель, то значение этой дроби равно натуральному числу, примеры обсуждаются с учениками. Ученикам сообщается, что по этому же правилу одно и то же натуральное число можно записать в виде неправильных дробей с различными знаменателями.

Изучение

Преобразование неправильной дроби в смешанную дробь

О смешанных числах ученики узнали в 4-м классе. На этом уроке они узнают, как преобразовать смешанное число в неправильную дробь, а неправильную дробь в смешанное число. Обращается внимание на то, что неправильную дробь, больше 1, можно записать как смешанное число. Приведенный пример обсуждается. Также говорится, что деление используется для преобразования неправильной дроби в смешанное число. Примеры обсуждаются.

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<https://kids.classroomsecrets.co.uk/resource/year-5-improper-fractions-and-mixed-numbers-matching-game/>

<https://mrnussbaum.com/clara-fraction-s-ice-cream-shop-online-game>

9. Неправильные дроби записываются в виде смешанных чисел, некоторые изображаются на числовой оси, решение и объяснение задания обсуждается с учениками.

Изучение

Преобразование смешанного числа в неправильную дробь

Объясняется, что любое смешанное число можно представить в виде неправильной дроби. Образец задания, приведенный в учебнике, обсуждается с учениками путем изображения его на дробных полосках и числовой оси. Ученикам объясняется, как считать, используя умножение и сложение, чтобы преобразовать смешанное число в неправильную дробь. Схематически это можно описать следующим образом.

$$\frac{c}{b} + \frac{a}{b} = \frac{b \cdot c + a}{b}$$

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<https://www.splashlearn.com/math/mixed-numbers-as-fractions-games>

Ученикам часто приходится представлять смешанные числа в виде неправильных дробей при выполнении действий с обыкновенными дробями. В это время ученики допускают ошибки при написании смешанных чисел в виде неправильных дробей. Целесообразно выявлять учеников, допускающих ошибки при преобразовании, и организовывать с ними работу над ошибками.

Ложные представления, возникающие у учеников. Некоторые ученики считают, что смешанные числа больше, чем неправильные дроби, потому что у них есть целая часть. Полезно на примерах объяснить таким ученикам, что они думают неправильно.

11. Дроби записывают в виде смешанных чисел, на числовой оси определяются буквы, соответствующие дробям. При записи неправильных дробей в виде смешанных чисел легче определить их место на числовой оси относительно их целой части. Смешанные числа с равными целыми частями сравниваются по их дробным частям.

12. Смешанные числа записываются в виде неправильных дробей, некоторые изображаются на числовой оси.

Обращается внимание на *ключевые слова*, чтобы обобщить полученные знания. Учитель может попросить учеников объяснить, как они понимают понятия правильной дроби, неправильной дроби, последовательного сокращения, полного сокращения, а также записать смешанное число в виде неправильной дроби, а неправильную дробь в виде смешанного числа.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель записывает на доске несколько чисел и задает определить среди них правильные и неправильные дроби, смешанные числа, а также записать неправильные дроби в виде смешанных чисел, а смешанные числа в виде неправильных дробей.

Углубление. Учитель вызывает к доске 2 учеников. Один из них говорит 1 число. Другой ученик определяет, является ли число правильной дробью, неправильной дробью или смешанным числом.

Если это смешанное число, оно записывается как неправильная дробь, а если это неправильная дробь, она преобразуется в смешанное число и записывается на доске.

$1\frac{7}{8}$	$1\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{4}$
$\frac{15}{8}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{19}{6}$	$\frac{9}{4}$

Практическое задание. Части, указанные в рабочих листах, вырезаются, перемешиваются и распределяются по группам. Ученикам можно дать дополнительный лист формата А3. Ученики определяют смешанное число и неправильную дробь, соответствующие каждому описанию, и записывают их перед ним. Они выполняют преобразования для каждого и проверяют правильность ответа.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1qwinr8T2w7MI8bhjYRPT4XnzT8ye6-CW/view?usp=sharing>

Решение задач

13. Находятся ответы на вопросы, записав соответствующие выражения.

а) Определяется, сколько яблок получит каждый друг, когда Самир поделит 2 яблока поровну между 4 друзьями.

$$2 : 4 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ (яблока)}$$

б) Определяется, сколько метров будет составлять длина каждой части, если разделить ленту длиной 5 м на 4 равные части.

$$5 : 4 = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \text{ (м)}$$

в) Определяется, сколько кг достанется каждому, если 8 кг поровну раздать 3 людям?

$$8 : 3 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ (кг)}$$

14. В задаче требуется найти длину полученной полоски.

Решение задачи:

- Чтобы найти длину полоски, полученной в результате склеивания Лалой концов полосок длиной $\frac{7}{10}$ м и $\frac{8}{10}$ м, эти дроби складываются. $\frac{7}{10} + \frac{8}{10} = \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$ (м)

Ответ: длина полученной полоски $1\frac{1}{2}$ м.

15. В задаче требуется найти, сколько сока достанется каждому ребенку.

Решение задачи:

- Вычисляется количество сока, приготовленного Сабиной.

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ (стакана)}$$

- Определяется, сколько сока достанется каждому ребенку.

$$3 : 6 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ (стакана)}$$

Ответ: каждому ребенку достанется $\frac{1}{2}$ стакана сока.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет правильные и неправильные дроби.	Учебник, РТ
Выражает деление на дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Преобразует неправильную дробь в смешанное число.	Рабочие листы, учебник, РТ
Преобразует смешанное число в неправильную дробь.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.2. Сравнение и упорядочивание

ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.2. Сравнивает и упорядочивает дроби, смешанные числа.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">Сравнивает дроби с разными знаменателями.Сравнивает смешанные числа.Сравнивает смешанные числа и неправильные дроби.Упорядочивает дроби, смешанные числа.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги и прямоугольники, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы формата А3 и А4
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://www.iknowit.com/lessons/c-ordering-and-comparing-fractions.html Задания: https://www.iknowit.com/lessons/c-ordering-and-comparing-fractions.html https://www.splashlearn.com/math/compare-fractions-using-benchmark-fractions-games https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common-itools_int_9780547584997_.html/fractions/fractions.html https://video.edu.az/video/811 https://youtu.be/G2Wq6xfkl0Q https://youtu.be/3SGrEV0OVCU https://youtu.be/KIKMr2D52OA

Побуждение. Из зеленой и синей цветной бумаги вырезают ленты прямоугольной формы одинакового размера. Учитель вызывает к доске 2 учеников и предлагает одному из них отрезать $\frac{1}{2}$ часть зеленого прямоугольника, а другому $\frac{3}{4}$ его части. Учитель также может обсудить, как отделить $\frac{3}{4}$ ленты. Затем он задает ученикам вопросы:

– Площадь какой ленты будет больше: синей или зеленой? Как это определить?

Исследование-обсуждение

В задаче требуется выяснить, кто тратит больше времени на чтение. Для этого ученики могут выразить заданные периоды либо в виде неправильных дробей, либо в виде смешанных чисел.

Лала – $3\frac{1}{2}$ часа

В виде смешанного числа

В виде неправильной дроби

Лала – $3\frac{1}{2}$ часа

Лала – $\frac{7}{2}$ часа

Самир – $\frac{9}{2}$ часа

Самир – $4\frac{1}{2}$ часа

Самир – $\frac{9}{2}$ часа

Учитель задает наводящие вопросы ученикам:

– Какое из двух смешанных чисел с разными целыми частями больше? Какая из двух неправильных дробей с одинаковыми знаменателями больше? Как это найти?

По ответам на вопросы определяется, что Самир больше времени уделяет чтению. Ученики также могут найти ответ, используя числовую ось и дробные полоски.

Изучение Сравнение дробей с разными знаменателями

Для сравнения двух дробей с одинаковыми знаменателями подчеркивается, что сравниваются их числители. Когда знаменатели разные, дроби сравнивают, приводя их к общему знаменателю. Технику приведения двух дробей к общему знаменателю целесообразно объяснить на нескольких примерах. Правило приведения дробей к общему знаменателю поэтапно разъясняется ученикам. В этом случае отмечается, что используется нахождение НОК. С учениками обсуждаются правила нахождения НОК, а затем и дополнительных множителей.

Ложные представления, возникающие у учеников. При сравнении двух дробей ученики иногда думают, что больше та дробь, у которой знаменатель больше. В этом случае эту ошибку можно устранить, используя модели.



Подумай!

С учениками на примерах обсуждается, какая из 2-х дробей, одна из которых правильная, а другая неправильная, больше. Поскольку правильная дробь меньше 1, а неправильная дробь больше или равна

1, правильная дробь всегда меньше неправильной дроби. Это можно смоделировать, используя числовую ось и дробные полоски. В технически оснащенных классах можно играть в подобные интерактивные игры:
https://www.mathplayground.com/ASB_TugTeamFractions.html
<https://mrnussbaum.com/the-legend-of-the-golden-pizza-an-amazing-fractions-adventure>
https://www.abcyu.com/games/number_line_fractions_percents_decimals

Ложные представления, возникающие у учеников. При приведении двух дробей к общему знаменателю некоторые ученики принимают за общий знаменатель произведение знаменателей. Если НОК не равно произведению знаменателей, то в числите и знаменателе получаются разные числа. В этом случае ученики думают, что они решили неправильно. Уместно сообщить ученикам, что дроби с наименьшим общим знаменателем записывают путем приведения дробей к общему знаменателю, равному НОК знаменателей. Так как полученные дроби соответственно равны между собой, то сравнение будет верным. В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:
<https://www.sheppardsoftware.com/math/fractions/least-common-denominator/>

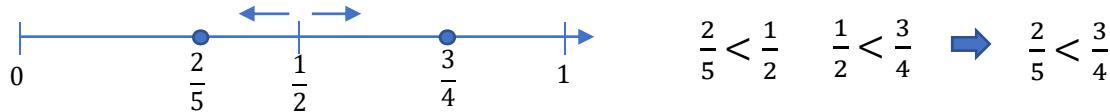
Задания

- Дроби приводятся к наименьшему общему знаменателю. Решение и пояснение задания из образца обсуждается с учениками. В это время особое внимание уделяется поиску дополнительного множителя.
- Дробь в кружке сравнивается с данными дробями.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; \frac{7}{12}; \frac{4}{10}$	$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3} < \frac{3}{4}$	$\frac{1}{3} < \frac{7}{12}$	$\frac{1}{3} < \frac{4}{10}$
---------------	--	-----------------------------	-----------------------------	------------------------------	------------------------------

- Вычисления, выполненные в задании, основываются на знаниях и навыках учеников с 4-го класса.

К сведению учителя! Две правильные дроби можно сравнивать, не приводя их к общему знаменателю. Одним из таких методов является сравнение путем выбора эталона. В англоязычной литературе это называется “comparing fractions using benchmarks”. В качестве эталона выбирается дробь $\frac{1}{2}$. Обе дроби сравниваются с $\frac{1}{2}$. Дробь, которая больше $\frac{1}{2}$ — большая, а дробь, которая меньше $\frac{1}{2}$ — меньшая. Сравнение дробей можно изобразить, определив, лежат ли они справа или слева от $\frac{1}{2}$ на числовой оси. Например, при сравнении дробей $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$ определяется, что $\frac{3}{4}$ находится справа от $\frac{1}{2}$, а $\frac{2}{5}$ — слева на числовой оси. Числа сравниваются на основе того, что число справа больше.



Изучение Сравнение смешанных чисел

Ученики научились сравнивать смешанные числа в 4-м классе. В 5-м классе учатся сравнивать смешанные числа, дробные части которых являются дробями с разными знаменателями. Следует помнить общее правило: при сравнении смешанных чисел сначала сравниваются целые части. При равенстве целых частей сравниваются дробные части. Пример, приведенный в учебнике, обсуждается с учениками.

Изучение Сравнение смешанных чисел и неправильных дробей

Чтобы сравнить смешанное число и неправильную дробь, следует отметить, что либо данные числа должны быть записаны как смешанные числа, либо записаны как неправильные дроби. Обсуждается пример, приведенный в учебнике.

В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/9864>



Обсуждается сравнение неправильных дробей с натуральными числами. Подчеркивается, что натуральное число можно рассматривать и как смешанное число с дробной частью, равной 0. В этом случае с натуральным числом сравнивается только целая часть смешанного числа. Ученики также могут обосновывать примеры, изображая их на числовой оси или используя дробные полоски.

- Решение и объяснение задачи, приведенной в примере, обсуждается с учениками. Данные числа записываются в порядке возрастания и убывания.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель записывает на доске два числа и просит учеников сравнить эти числа. Ученики выполняют задание и объясняют, как они сравнивали числа.

Углубление. Учитель вызывает к доске 2 учеников. Один из них говорит 1 число. Другой ученик называет число больше или меньше этого числа или равное этому числу. Ученики определяют, являются ли данные числа правильными, неправильными дробями или смешанными числами, а ученик, который определил 2-е число, объясняет, как он нашел это число.

Практическое задание. Числа, написанные на рабочем листе, вырезаются, карточки раскладываются на столе лицевой стороной вниз и перемешиваются. Один ученик из каждой группы подходит к доске и выбирает два числа. Он записывает выбранные им числа на доске и сравнивает их. Выполнив задание, он садится, а к доске подходит следующий ученик из группы. Игра продолжается до тех пор, пока каждый из учеников в группе не проведет сравнение. Команда, выполнившая задание первой, получает 1 дополнительный балл. Каждое правильное сравнение оценивается в 1 балл. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем.

Рабочий лист можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/15kd5FYsKZcGqs3hgfosNxo9iiwrXhgo0/view?usp=sharing>

$1\frac{2}{3}$	$1\frac{3}{5}$	$1\frac{5}{6}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{5}{6}$	$3\frac{3}{8}$
$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{13}{8}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{10}{8}$
$\frac{9}{3}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{6}$	$\frac{35}{15}$	$\frac{36}{24}$	$\frac{20}{8}$	$\frac{14}{21}$
$1\frac{7}{8}$	$\frac{24}{36}$	$\frac{45}{25}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{100}$	$\frac{48}{32}$	$\frac{121}{44}$

Решение задач

8. В задаче требуется определить, в каком классе больше детей записалось в спортивный кружок.

Решение задачи:

- Данные части сравниваются: $\frac{3}{4} * \frac{5}{7} \rightarrow \frac{21}{28} * \frac{20}{28} \rightarrow \frac{21}{28} > \frac{20}{28} \rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{7}$

Ответ: в 5А классе больше детей записалось в спортивный кружок.

Обсуждение. Учитель просит решить задачу для случая, когда в каждом классе 28 учеников.

9. В таблице указаны фрукты, которые покупатель купил в магазине, и их массы. Требуется узнать, какими фруктами покупатель купил больше всего, и какими по счету окажутся апельсины в ряду.

Решение задачи:

- Определяется, каких фруктов покупатель купил больше всего.

Яблок: $1\frac{2}{5}$ кг, груши: 2 кг, гранат: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ кг.

Покупатель купил больше всего груш.

- Учитывая, что клиент покупает еще апельсинов, определяется, среди каких фруктов будут апельсины.

Фрукты, в том числе апельсины, упорядочены в порядке возрастания их масс. $1\frac{2}{5}; 1\frac{1}{2}; 1\frac{3}{4}; 2$.

Ответ: апельсины будут среди яблок и гранатов.

10. Требуется определить, что находится ближе к отелю: музей ковров или Девичья башня, какие места ближе и дальше всех от отеля.

Решение задачи:

- Расстояния от отеля до музея ковров и Девичьей башни сравниваются, чтобы определить, какое из них находится ближе к отелю.

$\frac{4}{9} < 2\frac{3}{8}$. Девичья башня находится ближе к отелю.

- Чтобы определить ближайшее и самое дальнее расположение к отелю, данные числа и названия упорядочиваются.

$\frac{4}{9}, \frac{15}{16}, 2\frac{3}{8}, 3\frac{1}{4}$. Девичья башня → Развлекательный центр → Музей ковров → Театр

По этому упорядочиванию определяется, что ближе всего Девичья башня, а дальше всего театр.

Ответ: ближайшее место к отелю – Девичья башня, самое дальнее место – театр.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Сравнивает дроби с разными знаменателями.	Учебник, РТ
Сравнивает смешанные числа.	Рабочие листы, учебник, РТ
Сравнивает смешанные числа и неправильные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Упорядочивает дроби, смешанные числа.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.3. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.3. Выполняет действия сложения и вычитания над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Складывает дроби, приводя их к общему знаменателю. Вычитает дроби, приводя их к общему знаменателю.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Прямоугольники в клетку, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://youtu.be/nSr17a7vxlc https://video.edu.az/video/4235 https://youtu.be/m1L9C9_Ldck https://youtu.be/8PARAF1t-PU https://youtu.be/rmOK3aPX--I https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online https://www.mathgames.com/skill/6.138-add-fractions-with-unlike-denominators https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/ https://www.geogebra.org/m/uuehy4h4</p> <p>Задания: https://www.iknowit.com/lessons/d-adding-fractions-unlike-denominators.html https://www.turtlediary.com/game/add-and-subtract-fractions.html https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997/_html/fractions/fractions.html https://www.math-play.com/fractions-board-game/fractions-board-game_html5.html</p>

Побуждение. Учитель рисует на доске прямоугольную полоску и задает ученикам вопросы:

– Если $\frac{1}{2}$ часть полоски покрасить в красный, а $\frac{1}{4}$ часть в зеленый, то какая часть полоски будет закрашена?

На сколько больше красная часть, чем зеленая часть?

Как это найти?

Ученики отвечают на вопросы, раскрашивая соответствующие части полоски. Поскольку 4 вдвое больше 2, часть красного цвета делится на 2 части. Берется 3 равные закрашенные части. Таким образом, окрашено $\frac{3}{4}$ полоски. По тому же правилу



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

получается, что красная часть на $\frac{1}{4}$ больше зеленой.

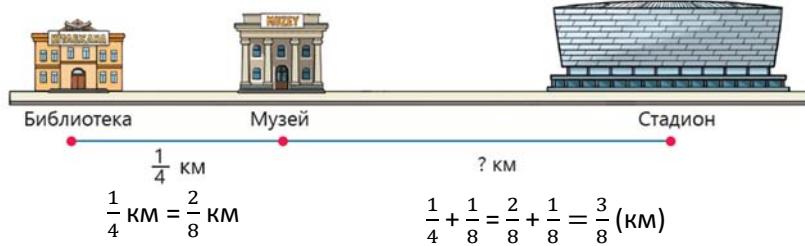


$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

Затем учеников спрашивают, как можно найти ответы на вопросы, написав примеры. Ученикам можно дать задание найти ответы, изображая соответствующие части на листе в клетку.

Исследование-обсуждение

В задаче складываются числа для нахождения расстояния от музея до стадиона, учитывая, что расстояние от музея до стадиона на $\frac{1}{8}$ км больше, чем расстояние от библиотеки до музея. Так как они не умеют складывать и вычитать дроби с разными знаменателями, ученики могут использовать равные дроби.



Учитель может предложить ученикам ответить на следующий вопрос, задавая наводящие вопросы.

– Каково расстояние от библиотеки до стадиона? Как это найти? Это расстояние меньше или больше 1 км?
 Ученики находят ответ, складывая числа и вычитая из 1 по правилу сложения чисел с одинаковым знаменателем.

Ответ можно также найти, выразив длину, указанную в километрах, в метрах. Таким способом ученики могут проверить ответ.

Изучение Сложение дробей с разными знаменателями

Ученикам сообщается о правиле сложения дробей с разными знаменателями, а также обсуждается с учениками задание-образец.

К сведению учителя! Задавая ученикам разные вопросы, можно привлечь их к общему обсуждению.

— Почему мы приравняли знаменатели? Почему при сложении дробей с равными знаменателями добавлялись только числители, а знаменатель оставался прежним? Уместно пояснить ответы на вопросы с помощью моделей.

Задания

1. Находится сумма. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками.

4. Значение предыдущего выражения используется для нахождения значения каждого выражения.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \underbrace{\frac{7}{8}}_{\frac{1}{8}} + \frac{1}{16} = \frac{14}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \underbrace{\frac{15}{16}}_{\frac{1}{16}} + \frac{1}{32} = \frac{30}{32} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{15}{16}$$

Закономерность продолжается, записывается следующее выражение и таким же образом находится значение выражения.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \underbrace{\frac{31}{32}}_{\frac{1}{64}} + \frac{1}{64} = \frac{62}{64} + \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

Ложные представления, возникающие у учеников. При сложении или вычитании дробей с разными знаменателями иногда ученики прибавляют или вычитают знаменатели и записывают в знаменатель, прибавляют или вычитают числители и записывают в числитель. Целесообразно давать задания, связанные со сложением или вычитанием заданных дробей, ученикам, которые совершают эти ошибки, изображая их на дробной полоске. Важно организовать работу над ошибками, чтобы ученики не допускали подобных ошибок в вычислениях.

Изучение Вычитание дробей с разными знаменателями

Отмечается, что сначала дроби с разными знаменателями приводятся к общему знаменателю, а затем вычитываются, как при сложении дробей с разными знаменателями. Примеры обсуждаются с учениками.

5. Обсуждается задание и решаются другие примеры.

7. Дроби приводятся к общему знаменателю и определяются числа, соответствующие пустым клеткам. При равенстве знаменателей числа, соответствующие пустым клеткам, определяются с помощью числителей.

$$\frac{2}{3} + \frac{\square}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{\square}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{\square}{15} - \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{\square}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{\square}{15} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{12}{15} - \frac{10}{15} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{6}{15} + \frac{7}{15} = \frac{13}{15}$$

Задания также можно выполнять по правилу нахождения неизвестного.

9. Выполняются задания.

а) Записываются две дроби с разными знаменателями, сумма которых равна 1. Образец: $\frac{1}{4} + \frac{6}{8} = 1$; $\frac{1}{4}$ и $\frac{6}{8}$

б) Записываются две дроби с разными знаменателями, разность которых равна $\frac{1}{6}$. Образец: $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = 1$; $\frac{5}{6}$ и $\frac{2}{3}$

в) Записываются две дроби, их знаменатели не равны 12, а сумма равна $\frac{7}{12}$. Образец: $\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$; $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{6}$

Когда дана сумма или разность, для записи 2-х дробей с разными знаменателями сначала выбирают две подходящие дроби с одинаковыми знаменателями, а затем сокращают одну из дробей или умножают числитель и знаменатель на любое число и заменяют его другой дробью, равной ей. Подобные вопросы уместно задавать ученикам в форме математического диктанта. Ученикам с высокими результатами обучения можно предложить найти три такие дроби.

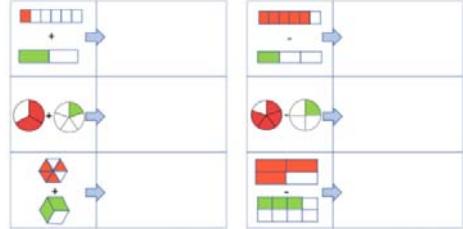
В технически оснащенных классах можно играть в подобные интерактивные игры:

https://www.abcya.com/games/adding_fractions

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель записывает на карточках несколько примеров и раздает их ученикам. Ученики решают последовательные примеры и объясняют, как они были решены.

Углубление. Учитель вызывает к доске нескольких учеников. На доске записывает 1 пример. 1-й ученик решает пример и говорит ответ. 2-й ученик пишет следующий пример с ответом, равное 1-му числу. Учитель сообщает, относится ли пример к сложению или к вычитанию. Согласно этому правилу, каждый ученик решает написанный им пример и объясняет, как его решить.



Практическое задание. Класс делится на группы и раздаются рабочие листы. Участники группы выполняют задания. Записываются дроби, соответствующие частям. Находится их сумма или разность. Каждая группа озвучивает ответ. За правильный ответ начисляется 1 балл, за неправильный ответ снимается 1 балл. Неправильные ответы обсуждаются. Ошибки исследуются и исправляются.

Задание можно выполнять в парах или индивидуально.

Рабочий лист можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/12G0GUyK-k6sjQ56BEINgm-lsRDfHhRra/view?usp=sharing>

Решение задач

10. В задаче требуется найти примерно, какую часть скелета образуют кости черепа и рук вместе, а какую часть скелета составляют остальные кости.

Решение задачи:

- Определяется, примерно какой частью скелета является кости черепа и рук вместе.

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{4} = \frac{2}{20} + \frac{5}{20} = \frac{7}{20}.$$

- Находится, какую часть скелета составляют остальные кости: $1 - \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$

Ответ: остальные кости составляют $\frac{13}{20}$ части скелета.

11. В задаче требуется найти сумму дробей, которые задумали Самир и Лала.

Решение задачи:

- Находится дробь, задуманная Самиром. $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$

- Находится сумма дробей, которые задумали Самир и Лала. $\frac{9}{10} + \frac{1}{2} = 1\frac{2}{5}$

Ответ: сумма дробей, которые задумали Самир и Лала, равна $1\frac{2}{5}$.

12. В задаче требуется найти, играла ли Айнур в течение дня на пианино столько времени, сколько планировала или нет.

Решение задачи:

- Находится, сколько времени Айнур играла на пианино после полудня:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12} \text{ (часа).}$$

- Находится, сколько времени Айнур играла на пианино в течение дня.

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \frac{9}{12} + \frac{7}{12} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} \text{ (часа).}$$

- Определяется, что это время меньше, чем время, которое Айнур планировала играть на пианино в течение дня.

$$1\frac{2}{3} > 1\frac{1}{3}.$$

Ответ: Айнур не играла в течение дня на пианино столько времени, сколько планировала.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Складывает дроби, приводя их к общему знаменателю.	Учебник, РТ
Вычитает дроби, приводя их к общему знаменателю.	Рабочие листы, учебник, РТ

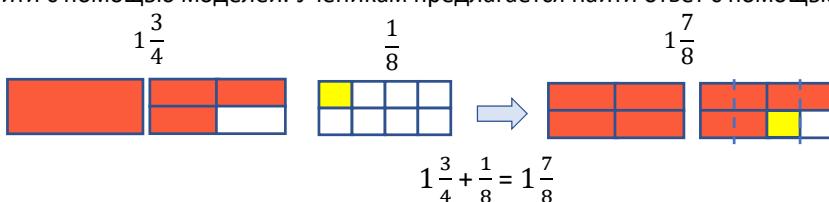
ТЕМА 2.4. Сложение смешанных чисел

ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.3. Выполняет действия сложения и вычитания над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Складывает смешанное число и натуральное число. • Складывает смешанное число и дробь. • Складывает смешанные числа.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Прямоугольники в клетку, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.splashlearn.com/math/add-mixed-numbers-games</p> <p>Задания: https://www.iknowit.com/lessons/e-adding-mixed-numbers-unlike-denominators.html</p> <p>https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/</p> <p>https://mrnussbaum.com/adding-mixed-numbers-with-unlike-denominators-online</p> <p>https://www.geogebra.org/m/rwrt6gsk</p> <p>https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online</p> <p>https://www.splashlearn.com/math/add-and-subtract-fractions-games</p>

Побуждение. На стол кладутся полоски, $1\frac{3}{4}$ части, одной из которой окрашена в красный, а $\frac{1}{8}$ часть другой окрашена в желтый. Учитель задает ученикам вопросы:

– Как найти сумму $1\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$, используя окрашенные части фигур?

Так как $1\frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4}$, отделив целую часть, найдут сумму дробной части и $\frac{1}{8}$. Для этого ученики могут использовать метод вычисления, изученный на предыдущем уроке. Поскольку 8 вдвое больше 4, ответ можно легко найти с помощью моделей. Ученикам предлагается найти ответ с помощью моделей.



Исследование-обсуждение

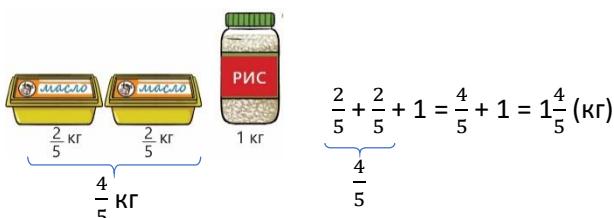
В задаче требуется определить, сколько килограммов продуктов купила мать Лалы. Для этого данные массы складываются. Задание выполняется на основе навыков 4-го класса. В младших классах ученики познакомились со сложением дробей с одинаковыми знаменателями и смешанными числами. Учитель может задавать ученикам наводящие вопросы

– Какова общая масса сливочного масла? Какое число является суммой целых и дробных частей? Как называются такие числа? Какова общая масса масла и риса?

Ученики также могут найти ответ, используя модели.

Правильность ответа можно проверить, выразив заданную массу в килограммах. Ученики научились выражать единицу измерения в виде обыкновенной дроби через меньшую единицу в младших классах.

К сведению учителя! Сложение смешанных чисел обучается в 4 этапа: 1) сложение смешанных чисел с равными знаменателями дробных частей; 2) сложение смешанных чисел, у которых знаменатели дробных частей равны, а сумма дробных частей больше 1; 3) сложение смешанных чисел с разными знаменателями дробных частей и суммой дробных частей меньше 1; 4) сложение смешанных чисел, у которых знаменатели дробных частей различны, а сумма дробных частей больше 1.



Изучение Сложение смешанных чисел (случай с одинаковыми знаменателями)

Для сложения смешанных чисел предлагается 2 способа.

1-й способ аналогичен сложению путем разложения чисел на разрядные значения. Полезно напомнить ученикам этот способ, знакомый с младших классов (4 класс, часть 1, стр. 23).

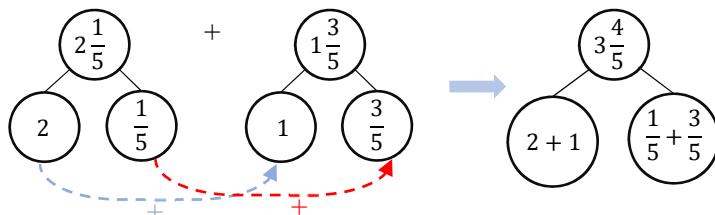
- Сумму также можно найти, записывая числа в развернутой форме. В этом случае находится сумма соответствующих разрядных значений, а ответы складываются. Например: $42\ 652 + 21\ 276 = ?$

Складываются десятки тысяч
Складываются тысячи
Складываются сотни
Складываются десятки
Складываются единицы

$$\begin{array}{r}
 42\ 652 = 40\ 000 + 2\ 000 + 600 + 50 + 2 \\
 + 21\ 276 = 20\ 000 + 1\ 000 + 200 + 70 + 6 \\
 \hline
 \text{Складываются ответы: } 60\ 000 + 3\ 000 + 800 + 120 + 8 = 63\ 928
 \end{array}$$



Для сложения смешанных чисел таким способом сначала складываются целые части, а затем складываются дробные части и находится сумма. Это можно изобразить следующим образом:



Во 2-м способе оба смешанных числа записываются в виде неправильных дробей, а затем сумма находится путем сложения обыкновенных дробей.

В технически оснащенных классах можно использовать такие видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/9128>



Подумай!

Вопросы, заданные в этой рубрике, являются частными случаями рассматриваемого примера в материале "Изучение". В первом случае целая часть одного из слагаемых равна нулю, а во втором случае дробная часть одного из слагаемых равна нулю. Учитель может задать ученикам наводящие вопросы: – Чем одно из слагаемых отличается от другого? Удобнее найти ответ 1-м или 2-м способом? Можно вызвать к доске 2 учеников и попросить одного найти ответ 1-м способом, а другого - 2-м способом и объяснить, как нашел. Затем обсуждается, какой способ удобнее.

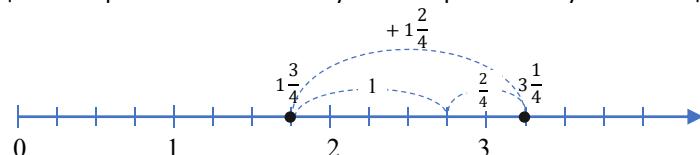
Задания

1. Решение и пояснение задания-образца обсуждается с учениками. Находится сумма заданных чисел.

Изучение Сложение смешанных чисел (случай с одинаковыми знаменателями и образования новой целой части)

Для этого случая обучают 2 способам сложения смешанных чисел. Поскольку подход тот же, ученикам не составит труда освоить эти методы.

В 1-м способе сначала складываются целые части, а затем складываются дробные части и находится сумма. При расчете этим методом при сложении дробных частей особое внимание следует уделять образованию нового целого. Так как образование нового целого числа при сложении обыкновенных дробей является новым для учеников, целесообразнее объяснять эту часть через числовую ось или дробные полоски.

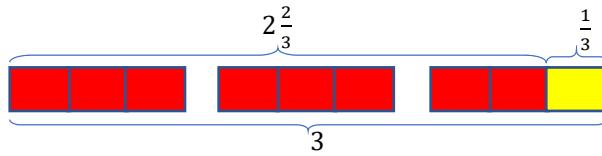


Во 2-м способе оба смешанных числа записываются в виде неправильных дробей, а затем сумма находится путем сложения обыкновенных дробей. При сложении данным способом образования нового целого не ощущается. Итак, сначала оба числа записываются как неправильные дроби, а после сложения полученное неправильное число снова записывается как смешанное число.



Подумай!

Учеников спрашивают, как можно объяснить, что данная сумма равна натуральному числу. Ученики могут находить суммы, изображая их с помощью моделей и используя способы вычисления.



1-й способ

$$2\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{3}{3} = 2 + 1 = 3$$

2-й способ

$$2\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

4. Определяются числа, соответствующие пустым клеткам. В некоторых случаях отмечается, что число, соответствующее пустым клеткам, удобнее находить, записывая смешанные числа в виде неправильных дробей.

$$1\frac{2}{4} + \frac{\square}{4} = 2\frac{3}{4}$$

$$\frac{\square}{6} + 3\frac{1}{6} = 4\frac{1}{6}$$

$$\frac{3}{5} + 2\frac{\square}{5} = 3$$

$$\frac{2}{3} + \frac{\square}{3} = 4\frac{1}{3}$$

$$\frac{\square}{9} + 2\frac{5}{9} = 4\frac{5}{9}$$

$$\frac{6}{4} + \frac{5}{4} = \frac{11}{4}$$

$$\frac{6}{6} + \frac{19}{6} = \frac{25}{6}$$

$$\frac{3}{5} + 2\frac{2}{5} = \frac{15}{3}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{11}{3} = \frac{13}{3}$$

$$2 + 2\frac{5}{9} = 4\frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3} = \frac{13}{3}$$

Изучив правила вычитания целых чисел, можно найти числа, соответствующие пустым клеткам, с помощью правила нахождения неизвестного.

Изучение Сложение смешанных чисел (случай с разными знаменателями)

При сложении смешанных чисел с разными знаменателями сначала указывается, что дроби приводятся к общему знаменателю, а затем подчеркивается, что сумма находится исходя из правила сложения дробей с одинаковыми знаменателями. Пример обсуждается с учениками.

В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/8861>

<https://youtu.be/vjhWao-cmVM>

https://youtu.be/row_icEUccU

<https://youtu.be/B5xoRPqm8rA>

Хотя в учебнике представлен 1-й способ, можно использовать 2-й способ, как и в предыдущих материалах.

5. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками, и аналогично решаются следующие примеры.

Изучение Сложение смешанных чисел (случай с разными знаменателями и образованием новой целой части)

Подчеркивается, что иногда при сложении смешанных чисел сумма дробных частей равна неправильной (больше 1) дроби. В этом случае пример решается путем обсуждения его с учениками.

В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/9356>



Подумай!

Определяется, как найти заданную сумму, представив смешанные числа в виде неправильных дробей. Ученики знакомы с правилом сложения, представив смешанные числа в виде неправильных дробей в предыдущих материалах в "Изучение". Ученики могут решить этот пример, используя это правило.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики забывают при сложении отделить 1 при образовании нового целого и не обращают внимания на то, что дробная часть смешанного числа больше 1. В это время уместно посоветовать ученикам обратить внимание на дробную часть полученного смешанного числа.

8. Чтобы найти сумму заданных чисел, сначала делаются возможные сокращения, а затем находится сумма.

$$\frac{9}{18} + 2\frac{7}{14} \rightarrow \frac{9}{18} = \frac{1}{2}; 2\frac{7}{14} = 2\frac{1}{2}; \frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} = 3$$

9. Дроби приводятся к общему знаменателю. В пустые клетки вписываются числа. Отмечается, что иногда числа в пустые клетки удобнее находить, записывая смешанные числа в виде неправильных дробей.

$$1\frac{\square}{4} + 1\frac{1}{2} = 2\frac{3}{4}$$

$$1\frac{\square}{4} + 1\frac{2}{4} = 2\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4}$$

$$1\frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{11}{4}$$

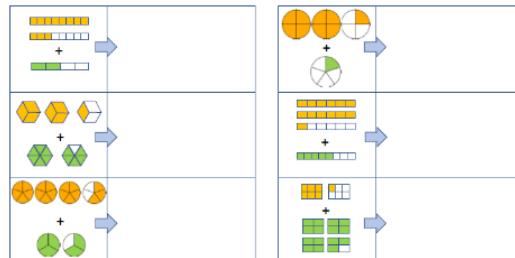
К сведению учителя! Если есть возможность сокращать дроби, то удобнее их сначала сокращать, а потом приводить к общему знаменателю. Причина этого в том, что вычисления производятся с относительно небольшими числами для приведения дробей к общему знаменателю после сокращения. Чтобы продемонстрировать это, ученикам можно предложить решить одни и те же задачи, сначала приведя дроби к общему знаменателю, не сокращая, а затем сначала сократив, а затем приведя их к общему знаменателю. В это время ученики найдут ответ, выполнив более простое вычисление. Таким образом, ученики определят, что удобнее находить сумму, делая возможные сокращения.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске нескольких учеников. На доске записываются несколько примеров на сложение смешанных чисел. Ученики решают последовательные примеры и объясняют, как они были решены. Примеры можно написать на небольших листах бумаги и положить на стол лицевой стороной вниз в виде карточек.

Углубление. Учитель может попросить учеников написать примеры для различных ситуаций. Например:

– Напишите такой пример, чтобы знаменатели были равны, но без образования новой целой части. Напишите пример на образование новой целой части с разными знаменателями. Напишите пример с разными знаменателями, в котором второе слагаемое правильная дробь и образуется новая целая часть.



Практическое задание. Класс делится на группы и раздаются рабочие листы. Участники группы выполняют задания. Записываются числа, соответствующие частям, и находится сумма. Каждая группа говорит ответ. За правильный ответ начисляется 1 балл, за неправильный ответ снимается 1 балл. Неправильные ответы обсуждаются. Ошибки исследуются и исправляются.

Задание можно выполнять в парах или индивидуально.

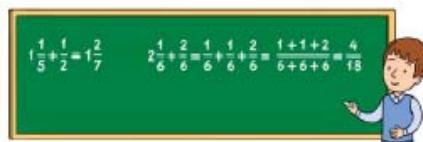
Рабочий лист можно скачать по ссылке.

https://drive.google.com/file/d/1xxK_YgII7VC8oCrA5xKg5NC79fulbD8/view?usp=sharing

Решение задач

10. Требуется выяснить, какие ошибки допустил Анар.

Привлечение. Задание можно выполнить в игровой форме. К доске вызываются 2 ученика, один из учеников пишет 1-й пример, написанный Анаром, а другой – 2-й пример. Затем ученики показывают ошибки и правильно решают пример.



Решение задачи:

- В 1-м примере Анар сложил знаменатели и записал сумму в знаменатель. Это не соответствует правилу сложения дробей. Дроби нужно складывать, приводя их к общему знаменателю.

$$1\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{5} + \frac{1}{2} = \frac{12}{10} + \frac{5}{10} = \frac{12+5}{10} = \frac{17}{10} = 1\frac{7}{10}$$

- Во 2-м примере Анар использовал вместо $2\frac{1}{6}$ сумму $\frac{1}{6} + \frac{1}{6}$. Но эта сумма не равна $2\frac{1}{6}$, как и в 1-м примере, здесь Анал сложил знаменатели и записал сумму в знаменателе, что не соответствует правилу сложения дробей.

$$2\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{13}{6} + \frac{2}{6} = \frac{13+2}{6} = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$$

11. В задаче требуется найти, сколько килограммов овощей использует повар на обед и ужин.

Решение задачи:

- Вычисляется общее количество картофеля, моркови и огурцов, используемых на обед.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + 1\frac{2}{5} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} + 1\frac{2}{5} = \frac{5}{4} + 1\frac{2}{5} = 1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{5} = 1\frac{5}{20} + 1\frac{8}{20} = 2\frac{13}{20} \text{ (кг)}$$

- Вычисляется количество овощей, используемых на ужин.

$$2\frac{13}{20} + 1\frac{2}{5} = 2\frac{13}{20} + 1\frac{8}{20} = 4\frac{1}{20} \text{ (кг)}$$

- Вычисляется, сколько килограммов овощей используется на обед и ужин.

$$4\frac{1}{20} + 2\frac{13}{20} = 6\frac{14}{20} = 6\frac{7}{10} \text{ (кг)}$$

Ответ: повар использовал всего $6\frac{7}{10}$ кг овощей на обед и ужин.

Проект. Учителям можно дать задание написать и решить задачи на сложение смешанных чисел, связанные с различными ситуациями в повседневной жизни.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Складывает смешанное число и натуральное число.	Учебник, РТ
Складывает смешанное число и дробь.	Рабочие листы, учебник, РТ
Складывает смешанные числа.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.5. Вычитание смешанных чисел

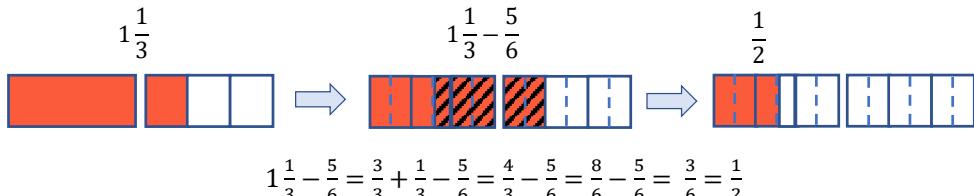
ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.3. Выполняет действия сложения и вычитания над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Вычитает натуральное число из смешанного числа. Вычитает дробь из смешанного числа. Вычитает смешанное число из смешанного числа. Вычитает смешанное число из натурального числа.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Клетчатые прямоугольники, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.youtube.com/watch?v=ORyhjp3-HYI</p> <p>Задания: https://www.mathgames.com/skill/5.73-subtract-mixed-numbers-with-unlike-denominators</p> <p>https://www.splashlearn.com/math/add-and-subtract-fractions-games</p> <p>https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionNumberLine.html?helpDir=../help_mt&returnURL=../MTindex.html&mode=3</p> <p>https://www.splashlearn.com/math/subtract-mixed-numbers-games</p> <p>https://video.edu.az/video/8983</p>

Вычитание смешанных чисел, как и сложение, обучают в 4 этапа: 1) вычитание смешанных чисел с одинаковыми знаменателями; 2) вычитание смешанных чисел, у которых знаменатели дробных частей равны и дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого; 3) вычитание смешанных чисел с разными знаменателями и дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого; 4) вычитание смешанных чисел с разными знаменателями и дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого. Последний случай дается в рубрике "Внимание!".

Побуждение. Учитель показывает ученикам прямоугольную полоску, $1\frac{1}{3}$ части которой окрашены в красный цвет. Он задает ученикам вопросы:

– Какая часть фигур закрашена? Если от цветной части отрезать $\frac{5}{6}$ полоски, какая часть останется?

Чтобы найти оставшуюся часть, нужно найти разность $1\frac{1}{3} - \frac{5}{6}$. Поскольку $1\frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$, ученики отделят целую часть и попытаются вычесть из дробной части $\frac{5}{6}$. В этом случае, поскольку вычесть дробную часть невозможно, $\frac{5}{6}$ будет вычтено из числа, полученного путем выражения целого в виде дроби и прибавления его к дробной части. Для этого ученики могут использовать метод вычитания дробей с разными знаменателями. Ученикам предлагается найти ответ, используя модель.



Исследование-обсуждение

Для выполнения задания можно использовать кружки, вырезанные из цветной бумаги. На рисунке изображено $2\frac{1}{2}$ пиццы. Поскольку съедено $1\frac{3}{4}$ пиццы, сначала откладывается 1 пицца, остается $1\frac{1}{2}$ пиццы. $\frac{3}{4}$ от $1\frac{1}{2}$ пиццы следует вычесть. Для этого сначала $\frac{1}{2}$ пиццы делятся на 2 равные части и $\frac{2}{4}$ части откладываются. Затем берется оставшаяся $\frac{1}{4}$ от 1 целого. Значит, $\frac{3}{4}$ части останутся.



Изучение Вычитание смешанных чисел (случай с одинаковыми знаменателями)

Как и сложение, вычитание смешанных чисел изучается двумя способами.

1-й способ похож на вычитание путем разложения чисел на разрядные значения. Полезно напомнить ученикам этот метод, знакомый с младших классов (4 класс, часть 1, стр. 26).

- Разность можно вычислить, записав числа в развернутой форме. В этом случае находится разность между значениями соответствующих разрядов. Ответы складываются. Например: $29\ 747 - 18\ 432 = ?$

Вычитаются десятки тысяч	Вычитаются тысячи	Вычитаются сотни	Вычитаются десятки	Вычитаются единицы
$29\ 747 =$	$20\ 000$	$9\ 000$	700	40
$- 18\ 432 =$	$10\ 000$	$8\ 000$	400	30
Ответы складываются:	$10\ 000$	$1\ 000$	300	10
				$+ 5 = 11\ 315$

В этом способе вычитания смешанных чисел сначала вычитаются целые части, а затем вычитаются дробные части и складывается результат.

Во 2-м способе оба смешанных числа записываются в виде неправильных дробей, а затем разность находится путем вычитания обыкновенных дробей.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/8776>

70



Подумай!

Вопросы, заданные в этой рубрике, являются частными случаями рассматриваемого примера в материале «Изучение». В первом случае целая часть вычитаемого равна нулю, а во втором случае дробная часть вычитаемого равна нулю.

Поскольку целая часть вычитаемого равна нулю, дробные части вычитаются. $1\frac{3}{5} - \frac{2}{5} = 1\frac{1}{5}$

Поскольку дробная часть вычитаемого равна нулю, вычитаются целые части. $3\frac{1}{6} - 1 = 2\frac{1}{6}$

Задания

1. Решение и пояснение задания-образца обсуждаются с учениками. Остальные примеры решаются по образцу.

Изучение Вычитание смешанных чисел (случай с одинаковыми знаменателями и переходом через единицу)

1-й способ поясняется на данном примере. Вычитание смешанного числа из натурального числа рассматривается как частный случай.

2-й способ обсуждается путем решения примера в рубрике «Подумай». $3\frac{1}{5} - 1\frac{4}{5} = \frac{16}{5} - \frac{9}{5} = \frac{16-9}{5} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео объяснения:

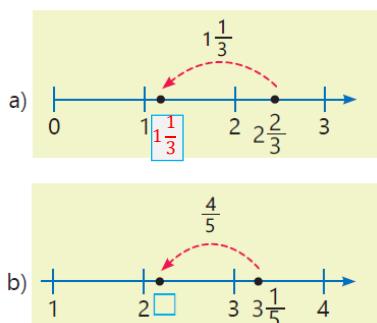
<https://video.edu.az/video/8713>

Изучение Вычитание смешанных чисел (случай с разными знаменателями)

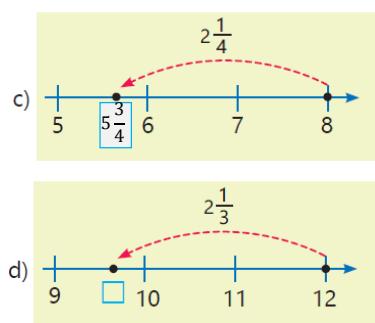
При нахождении разности смешанных чисел с разными знаменателями дробных частей отмечают, что сначала дробные части приводят к общему знаменателю, а затем применяют правило вычитания, если знаменатели смешанных чисел равны. Задание-образец обсуждается с учениками.

2-й способ обсуждается путем решения примера в рубрике «Подумай».

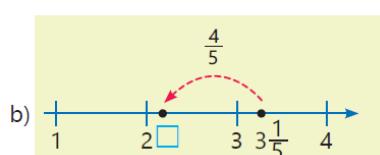
3. На основе изображения на числовой оси записывается пример вычитания и находится соответствующее пустой клетке число.



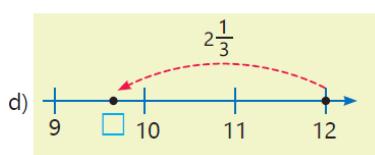
$$2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$$



$$8 - 2\frac{1}{4} = 5\frac{3}{4}$$



$$3\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 2\frac{2}{5}$$



$$12 - 2\frac{1}{3} = 9\frac{2}{3}$$

Ложные представления, возникающие у учеников.

Иногда ученики вычитают дробную часть уменьшаемого из дробной части вычитаемого, когда дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого. А когда уменьшаемое является натуральным числом, считают, что дробь вычитаемого является дробной частью разности. Для исключения ложных представлений, возникающих у учеников, их можно попросить проверить ответ разными способами. Например, при проверке ответа сложением ученики обнаружат, что сумма не совпадает с уменьшаемым. При этом уместно объяснить ученикам, что 1 целое число отделяется от уменьшаемого, иллюстрируя простые примеры моделями. В 3-м задании ученики могут проверить правильность ответа на основе изображения на числовой оси. Например, число между 3 и 4 получается в результате неправильного вычисления в пункте б). Однако на изображении число кажется расположенным между числами 2 и 3. Пункт в) можно объяснить тем же правилом. Основываясь изображениями на числовой оси, учитель может попросить учеников указать свои ошибки и снова решить примеры.

Ложное

$$b) 3\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 3\frac{3}{5}$$

$$b) 3\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 2\frac{6}{5} - \frac{4}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Верное

$$b) 3\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 3\frac{1}{5}$$

$$b) 3\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = 2\frac{1}{5}$$

4. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Остальные примеры решаются на основе образца.

5. Производятся возможные сокращения, а затем находится разность.

К сведению учителя! Ученикам можно дать задание решить примеры обоими способами, чтобы показать преимущество сокращения вычислений. Сначала ученики находят разность, приводя дроби к общему знаменателю. Затем решают тот же пример, сделав возможные сокращения и приведя его к общему знаменателю. Как и при сложении смешанных чисел, оказывается, что удобнее находить разность, делая возможные сокращения при вычитании смешанных чисел.

6. Вычисляется, сравнивается. Такой тип заданий очень важен для совершенствования навыков работы с обыкновенными дробями. В это время формируются навыки как вычисления, так и сравнения. Учитель также может использовать задание для улучшения навыков предположения. На этом этапе ученикам можно задать сначала приблизительно сравнить, а затем проверить предположение путем вычислений.



Внимание!

Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, подчеркивается, что 1 целая отделяется от уменьшаемого и прибавляется к дробной части. Образец задания, приведенный в учебнике, обсуждается с учениками. Можно напомнить задание из рубрики "Исследование-обсуждение".

9. В пустые клетки вписываются подходящие числа.

К сведению учителя! После того, как ученики найдут числа, соответствующие пропускам, они могут проверить правильность ответа, подставив их. Ученики также могут использовать правило нахождения неизвестного, чтобы найти числа, которые соответствуют пустым клеткам. Так как в числителях дробной части вычитаемого в 1-м примере есть пустая клетка, можно определить вычитаемое и найти число, соответствующее пустой клетке, используя правило нахождения неизвестного вычитаемого. Таким же образом в других примерах находятся числа, соответствующие пустым клеткам. Однако ученикам нужно постараться найти число, соответствующее пустой клетке, не методом нахождения неизвестного, а другим методом. Особое внимание уделяется последнему примеру.

$$6 - \square \frac{\square}{\square} = 4 \frac{3}{5} \rightarrow 5 + 1 - \square \frac{\square}{\square} = 4 \frac{3}{5} \rightarrow 5 \frac{5}{5} - \square \frac{\square}{\square} = 4 \frac{3}{5} \rightarrow 5 \frac{5}{5} - 1 \frac{\square}{\square} = 4 \frac{3}{5} \rightarrow 5 \frac{5}{5} - 1 \frac{2}{5} = 4 \frac{3}{5}$$

Этот пример также можно решить в виде уравнения. Тогда находится неизвестное вычитаемое и записывается в виде смешанного числа.

$$6 - \square \frac{\square}{\square} = 4 \frac{3}{5} \rightarrow 6 - x = 4 \frac{3}{5} \rightarrow x = 6 - 4 \frac{3}{5} \rightarrow x = 5 \frac{5}{5} - 4 \frac{3}{5} \rightarrow x = 1 \frac{2}{5}$$



Из истории математики

Учителям сообщают, что древние египтяне начали использовать дроби около 4000 лет назад. При соединении этих символов, которые используются для записи дробей, подчеркивается, что по легенде образуется глаз бога неба Гора, считающийся священным. Ученики могут написать различные дроби, используя эти символы.

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} & \frac{1}{32} & \frac{1}{64} \\ \hline \end{array}$$

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Дается задание изобразить дроби $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{8}$, используя древнеегипетские символы. Можно воспользоваться примером $\frac{3}{8} = \frac{2+1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$.

Углубление. Учитель может помочь ученикам ответить на вопросы в рубрике «Подумай».

– Для проверки возможности полного восстановления глаза путем сбора частей глаза можно написать такой пример: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = ?$ К какому общему знаменателю можно привести все дроби, чтобы решить этот пример?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} = \frac{32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1}{64} = \frac{63}{64} \neq 1$$

– Какой части не хватает для полного восстановления глаза?

Как вы думаете, какие части могут быть у этого глаза?

Практическое задание. Класс делится на группы и раздаются рабочие листы. Участники группы выполняют задания. Записываются числа, соответствующие частям. Находится их разность. Каждая группа называет ответ. За правильный ответ начисляется 1 балл, за неправильный ответ снимается 1 балл. Неправильные ответы обсуждаются. Ошибки исследуются и исправляются.

Задание можно выполнять в парах или индивидуально.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1i9E_wba0B1Jkz_cnGQjs_s1WwyestU9Y/view?usp=sharing



Решение задач

10. В задаче требуется найти, сколько других цветов песка использовал художник.

Решение задачи:

- Вычисляется общее количество песка голубого и желтого цвета, использованного художником.

$$2\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 2\frac{3}{4} \text{ (стаканов)}$$

- Вычисляется, сколько другого песка использовал художник. $5 - 2\frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$ (стаканов)

Ответ: художник использовал $2\frac{1}{4}$ стаканов другого песка.

Обсуждение. Использованные пески складывают, проверяют, чтобы общее количество равнялось 5 стаканам.

11. В задаче требуется узнать, сколько килограммов гранатов собрано в ящик.

Решение задачи:

- Вычисляется вес пустого ящика. $3\frac{1}{8} - 2\frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ (кг)

- Находится, сколько килограммов гранатов в ящике. $4\frac{1}{3} - \frac{3}{4} = 3\frac{7}{12}$ (кг)

Ответ: в ящик собрали $3\frac{7}{12}$ кг граната.

Обсуждение. Проверяется, что вес пустого ящика и собранного в ящик граната составляет $4\frac{1}{3}$ кг, а вес ящика с яблоками равен $3\frac{1}{8}$ кг.

Проект. Учителям можно дать задание написать и решить задачи, связанные с вычитанием смешанных чисел, связанных с различными ситуациями в повседневной жизни.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Из смешанного числа вычитает натуральное число, а ответ записывает в виде смешанного числа и неправильной дроби.	Учебник, РТ
Находит разность смешанного числа и обыкновенной дроби двумя способами.	Учебник, РТ
Находит разность смешанных чисел двумя способами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит разность натурального числа и смешанного числа.	Учебник, РТ

ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ

На предыдущих уроках ученики узнали о правильных дробях, неправильных дробях, преобразовании неправильных дробей в смешанные числа и наоборот, сравнении и упорядочении дробей, сложении и вычитании обыкновенных дробей с разными знаменателями, сложении и вычитании смешанных чисел. На этом уроке ученики будут решать различные задачи и примеры, чтобы закрепить изученные ими правила.

Практическое задание. Класс делится на группы и раздаются рабочие листы. Ученики решают примеры на карточках, определяют цвет, соответствующий ответу, и закрашивают фигуру этим цветом. Листы меняются по часовой стрелке. После того, как примеры закончены, для продолжения схемы записывается пример, ответ которого равен числу, соответствующему цвету. В конце листы наклеиваются на доску и обсуждаются результаты.

Задание можно выполнить за определенное время в форме групповой работы. Команда, быстрее и правильно заполнившая задание, может быть объявлена победителем.

Образец рабочего листа можно скачать по этой ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1VtYYx90WUsESS6Q-yMHvBxjOwL5JhL3u/view?usp=sharing>

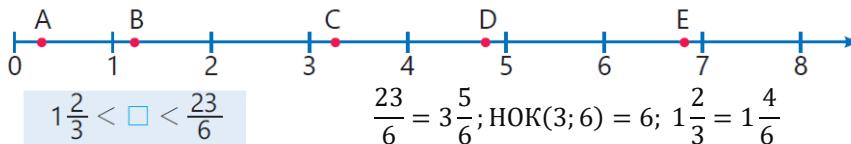
Куб также можно использовать в качестве активного метода обучения. Примеры записываются на гранях куба. Ученики бросают кубик. Пример, выпадающий на верхнюю грань куба, записывается на доске и решается. Затем объясняется, как он решается.

Решение заданий

1. Определяются числа, соответствующие пустым клеткам. Особое внимание уделяется последнему заданию.

$$3 \frac{\square}{5} = \frac{17}{\square} \rightarrow \frac{3 \cdot 5 + \square}{5} = \frac{17}{\square} \rightarrow \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5} \rightarrow 3 \frac{2}{5} = \frac{17}{5}$$

2. Определяется, какие буквы на числовой оси соответствуют числам в пустых клетках. Неправильные дроби записываются в виде смешанных чисел и дроби приводятся к общему знаменателю.



Отмечается, что точка С соответствует числу между $1 \frac{4}{6}$ и $3 \frac{5}{6}$.

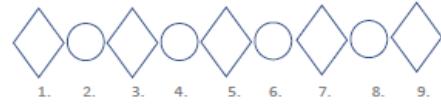
5. Находятятся ответы на вопросы.

а) Чтобы $\frac{a}{13}$ была правильной дробью, должно быть $a < 13$. Когда a равно или больше 3, дробь $\frac{a}{3}$ будет неправильной дробью. Чтобы дробь $\frac{a}{b}$ была правильной дробью, a может быть равно 1, 2.

б) Задание выполняется методом подбора или путем проверки каждого значения. Чтобы убедиться, что дробь $\frac{12}{a}$ — неправильная дробь, которая меньше $2 \frac{1}{2}$, замените a числами от 1 до 12 одно за другим.

Учитель может задавать вопросы:

– Если оставить числитель дроби без изменений, а знаменатель увеличить, увеличится или уменьшится значение дроби?



1.	$1 \frac{3}{8} + \frac{1}{2} =$	$2 \frac{3}{8}$ красный	$1 \frac{7}{8}$ синий	$1 \frac{4}{10}$ зеленый
2.	$3 - \frac{3}{4} =$	$2 \frac{1}{4}$ красный	$1 \frac{3}{4}$ синий	$2 \frac{3}{4}$ зеленый
3.	$2 \frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$	$2 \frac{2}{3}$ красный	$2 \frac{1}{6}$ синий	$3 \frac{1}{3}$ зеленый
4.	$1 \frac{2}{5} - \frac{9}{10} =$	$1 \frac{3}{10}$ красный	$\frac{1}{2}$ синий	$\frac{1}{2}$ зеленый
5.	$1 \frac{1}{4} + 3 \frac{3}{4} =$	5 красный	$4 \frac{4}{8}$ синий	4 зеленый
6.	$4 \frac{5}{12} - 2 \frac{2}{9} =$	$2 \frac{7}{9}$ красный	$2 \frac{7}{12}$ синий	$2 \frac{7}{36}$ зеленый
7.	$=$	$4 \frac{3}{8}$ красный	8 синий	$3 \frac{5}{8}$ зеленый
8.	$=$	$5 \frac{4}{5}$ красный	$7 \frac{1}{2}$ синий	$6 \frac{2}{7}$ зеленый
9.	$=$	$3 \frac{2}{4}$ красный	$5 \frac{1}{4}$ синий	$7 \frac{1}{6}$ зеленый

Когда вместо a пишутся числа 1, 2, 3, 4, оказывается, что полученные числа больше $2\frac{1}{2}$. Проверяется при $a = 5$. Сравниваются числа $\frac{12}{5}$ и $2\frac{1}{2}$. $\frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} = 2\frac{4}{10}$; $2\frac{1}{2} = 2\frac{5}{10}$. Значит $\frac{12}{5} < 2\frac{1}{2}$.

Таким образом значения a могут быть натуральными числами 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

8. Вычисляется, сравнивается. Эти виды заданий очень важны для совершенствования навыков работы с обыкновенными дробями. В это время формируются навыки как вычисления, так и сравнения. Учитель также может использовать задание для улучшения навыков предположения. На этом этапе ученикам можно задать сначала предположительно сравнить, а затем проверить путем вычислений. Учитель объясняет, что можно найти результат без вычислений при сравнении. Таким образом, когда одно из слагаемых одинаковое, ученики могут проверить правильность ответа, сравнив другие слагаемые. Аналогичное правило используется и при вычитании. Если вычитаемое одинаковое, то чем больше уменьшаемое, тем больше разность, а если уменьшаемое одинаковое, то чем больше вычитаемое, тем меньше разность. Целесообразно направить учеников, испытывающих затруднения в подобном сравнении, объяснить на простых примерах. Например:

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + \frac{1}{6} &< \frac{1}{4} + \frac{1}{3}, & \text{так как } \frac{1}{6} < \frac{1}{3}. \\ \frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} - \frac{1}{4} &< \frac{1}{2} + 1\frac{1}{3} - \frac{1}{5}, & \text{так как } \frac{1}{4} > \frac{1}{5}. \\ \frac{5}{6} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) &< \frac{5}{6} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right), & \text{так как } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{5}.\end{aligned}$$

10. Задание можно провести на уроке в форме ролевых игр. К доске выходят 3 ученика. Каждый из учеников озвучивает мнения и объясняет, приводя примеры, соответствующие каждому утверждению. В это время определяется, чей ответ верный, а чей ответ неверный. Следует напомнить ученикам, что при проверке правильности математических рассуждений, если имеется хотя бы один пример, показывающий, что мнение неверно, то это мнение ложно. На основании этого ученики говорят, что мнение Эльхана неверно, а мнение Сабины и Лалы всегда верно.

11. Требуется найти, со сколькими друзьями Анар поделился пиццей. Ученикам можно напомнить о связи между дробями и делением.

Решение задачи:

- Когда 3 пиццы делятся между детьми, зная, что каждый получает по $\frac{3}{5}$, определяется, что 3 пиццы делятся на 5 человек.
- Учитывая, что Анар разделил пиццу между собой и друзьями, установлено, что он поделился пиццей с 4 друзьями.

Ответ: Анар поделился пиццей с 4 друзьями.

Обсуждение. Записав дробь в виде деления, можно проверить, что, когда 3 пиццы делятся между 5 людьми, каждый получает $\frac{3}{5}$ пиццы.

13. В задаче требуется найти, какая часть месячного дохода семьи равна ежемесячным сбережениям.

Уместно напомнить ученикам о понятиях доход, расход, прибыль и сбережения с 3-го класса.

Решение задачи:

- Определяется, какая часть ежемесячного дохода семьи тратится на продукты, коммунальные услуги и другие расходы. $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{7}{12}$.
- Определяется, сколько составляет ежемесячные сбережения. $1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$.

Ответ: ежемесячные сбережения семьи равны $\frac{5}{12}$ месячного дохода.

Люди могут тратить свой доход на различные цели. Это называется **расход**. Если из дохода вычесть расход, получается **прибыль**.

$$\text{Доход} - \text{Расход} = \text{Прибыль}$$

Например, магазин покупает один мешок муки за 21 манат и продаёт его за 24 маната. Доход магазина от продажи муки составляет 24 маната, расход – 21 манат, а прибыль – 3 маната.

ДОХОД: 24 ман.
РАСХОД: 21 ман.
ПРИБЫЛЬ: 3 ман.

$$24 - 21 = 3$$

Доход Расход Прибыль

В семейном бюджете разница между доходом и расходом называется **сбережениями**.

Обсуждение. Проверяется, равно ли число, полученное путем сложения частей месячного дохода семьи, затрачиваемого на продукты, коммунальные услуги и другие расходы, и части, отнесенной на ежемесячные сбережения, 1.

14. В задаче требуется найти, сколько напольного плинтуса останется в избытке или не хватит.

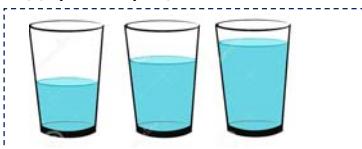
Решение задачи:

- Вычисляется ширина комнаты. $7\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} = 4\frac{3}{4}$ (м)
- Вычисляется общий периметр комнаты. $7\frac{1}{4} + 7\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4} + 4\frac{3}{4} = 24$ (м)

- Ширина двери вычитается из общего периметра. $24 - \frac{9}{10} = 23\frac{1}{10}$ (м)
- Определяется, сколько напольного плинтуса останется в избытке или не хватит. $25 - 23\frac{1}{10} = 1\frac{9}{10}$ (м).

Ответ: $1\frac{9}{10}$ м плинтуса останется в избытке.

Проект. Учителям можно предоставить разные картинки и давать им задания на решение задач и подготовку соответствующих презентаций в аналогичных ситуациях, связанных со сложением и вычитанием смешанных чисел. Учителям с высокими результатами обучения можно предложить выбрать свободную ситуацию.



ТЕМА 2.6. Умножение обыкновенных дробей

ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Находит произведение натурального числа и дроби. Находит произведение дробей.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, игральные кости, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.mathplayground.com/ASB_SnowSprint.html https://www.splashlearn.com/math/multiply-fractions-games-for-4th-graders https://www.youtube.com/watch?v=ULC05C5dS10</p> <p>https://www.geogebra.org/m/K7cDMUC7#material/AZnX7deX https://www.geogebra.org/m/K7cDMUC7#material/zawvmpyd</p> <p>Задания: https://www.mathgames.com/skill/5.84-multiply-fractions https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionFractions.html?helpDir=/help_mt&returnURL=../MTindex.html&mode=0 https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online</p>

Умножению обыкновенных дробей обучают в 3 этапа: 1) умножение натурального числа на обыкновенную дробь; 2) умножение обыкновенной дроби на обыкновенную дробь; 3) умножение обыкновенных дробей с сокращением.

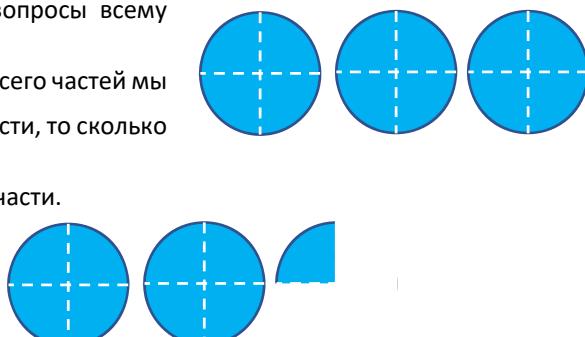
Побуждение. Из цветной бумаги вырезают несколько кругов и каждый круг делят на 4 равные части.

Учитель вызывает к доске 3 учеников. Он задает вопросы всему классу:

– Если дадим по $\frac{1}{4}$ части каждому ученику, то сколько всего частей мы дадим 3 ученикам? Если каждому ученику дать по $\frac{3}{4}$ части, то сколько всего частей мы дадим трем ученикам?

Учитель может продемонстрировать ответ, соединив части.

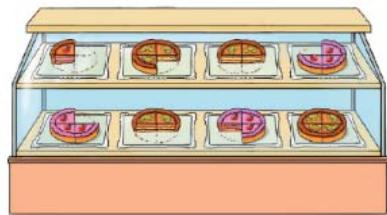
$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$



К доске вызывается еще 1 ученик, и учитель спрашивает, сколько частей будет отдано ученикам, если каждому ученику дать по $\frac{1}{2}$ части.

Исследование-обсуждение

Ученики изучают рисунок, чтобы определить, сколько от каждого лимонного чизкейка было продано до полудня. Выясняется, что до полудня продано $\frac{6}{4}$ лимонных и $\frac{5}{4}$ клубничных чизкейков. Количество чизкейков указывается умножением. Клубничный чизкейк: $6 \cdot \frac{1}{4}$. Лимонный чизкейк: $5 \cdot \frac{1}{4}$.

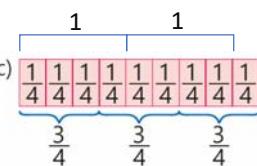


Изучение Умножение натурального числа на дробь

Умножение натурального числа на дробь объясняется на основе стратегии повторного сложения. Моделирование умножения с помощью числовой оси и дробных полосок помогает лучше понять это действие. Учителям также можно дать задание продемонстрировать несколько простых примеров, используя дробные полоски и числовую ось.

Задания

1. Записывается умножение, соответствующее рисунку, и находится произведение. Также можно вычислить, записав каждую часть в виде дроби с числителем равным 1. Но также целесообразно представить ученикам как произведение крупных частей.

c)  $3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

2. Повторное сложение заменяется умножением, находится произведение.

3. Обсуждается задание и решаются другие примеры.

4. Определяются числа, соответствующие пустым клеткам. В это время подчеркивается необходимость преобразования смешанных чисел в неправильные дроби. Например, в последнем примере смешанное число справа от знака равенства записывается как неправильная дробь.

$$3 \cdot \frac{\square}{5} = 1\frac{4}{5} \rightarrow \frac{3 \cdot \square}{5} = \frac{9}{5} \rightarrow \frac{3 \cdot 3}{5} = \frac{9}{5} \rightarrow 3 \cdot \frac{3}{5} = 1\frac{4}{5}$$

Изучение Умножение обыкновенных дробей

Учителям шаг за шагом объясняется метод нахождения произведения с помощью модели площади. На каждом изображении указано, какая часть фигуры имеет красную окантовку.



После объяснения дается пояснение простого правила и формулы, приведенных в разделе «Запомни». Учителям предлагается запомнить это правило.

Подумай!

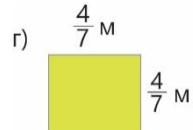
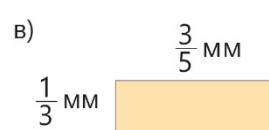
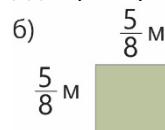
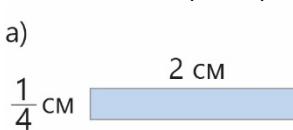
Обсуждается, как можно найти произведение дроби на натуральное число, используя правило умножения дробей. Учитель может задать ученикам наводящие вопросы:

– Как записать натуральное число в виде неправильной дроби? Как представить число 3 в виде дроби? Как найти произведение $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{1}$? Произведение находится по правилу умножения дробей.

$$\frac{2}{7} \cdot 3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{1} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7}$$

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры, выполнять задания:
<https://www.futuristicmath.com/games/5th-grade-multiplication-of-fractions-spin-the-wheel-game.html>
https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionFractions.html?helpDir=../help_mt&returnURL=../MTindex.html&mode=0
https://www.k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/html/fractions/fractions.html

5. Определяются дроби, соответствующие пустым клеткам. Записывается умножение, соответствующее рисунку, и находится результат, обсуждается задание-образец.
6. Находится результат, проверяют правильность нескольких ответов с помощью модели площади, обсуждают решение и пояснение задания-образца.
7. Производятся вычисление и сравнение.
8. Вычисляются периметры и площади прямоугольников.



$$P = 4 \frac{1}{2} \text{ см}$$

$$S = \frac{1}{2} \text{ см}^2$$

$$P = 2 \frac{1}{2} \text{ м}$$

$$S = \frac{25}{64} \text{ м}^2$$

$$P = 1 \frac{13}{15} \text{ мм}$$

$$S = \frac{1}{5} \text{ мм}^2$$

$$P = 2 \frac{2}{7} \text{ м}$$

$$S = \frac{16}{49} \text{ м}^2$$

Работа в парах. Карточки, вырезанные из листа в клетку, раздаются ученикам. Каждой паредается 1 пример. Каждая пара решает пример, сначала описывая его с помощью модели площади, а затем по правилу умножения обыкновенных дробей. Затем карточки меняются, и каждый ученик проверяет решение на листе перед собой и исправляет ошибки. Затем пары представляют карточку, которую они считают правильной.

Изучение Умножение обыкновенных дробей (сокращая дроби)

Иногда подчеркивают, что удобно находить произведение после сокращения числителя и знаменателя. Приведенный пример обсуждается с учениками. В это время отмечается, что дроби должны быть полностью сокращены. Иногда ученики затрудняются полностью сократить множители в числителе и знаменателе. В этот момент ученикам можно предложить сначала последовательно сократить, а затем найти НОД для полного сокращения. Уместно обратить внимание учеников на то, что полученные ответы совпадают и в вычислениях нет ошибок.

9. С учениками обсуждается решение и объяснение данного задания. Другие примеры решаются.
10. Выявляются ошибки и находятся правильные ответы. Это задание является одним из заданий, служащих для совершенствования навыков умножения обыкновенных дробей. Несколько примеров можно выполнить в виде игры. Например, примеры пишутся на больших листах бумаги. Ученики держат листы в руках перед доской и озвучивают их. Учитель обращается к классу. Если в примере есть ошибки, ученики, нашедшие ошибки, поднимают руки и говорят, что они их нашли. Одного из этих учеников выбирают и вызывают к доске, ему задают найти и исправить ошибку и написать заново пример на доске. Остальные примеры выполняются самостоятельно.

11. В задании требуется найти пример, ответ которого отличается от других. В этом задании ученики находят ответы, используя повторное сложение, сложение дробей, вычитание и умножение, нахождение произведения путем изменения мест множителей, а также используя различные свойства умножения. Учителю целесообразно определить, в каком правиле ученики испытывают затруднения при выполнении задания, и работать с этими учениками над заданиями, связанными с повторяющимися темами.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда, когда ученики умножают обыкновенные дроби, они умножают только числители, а знаменатель оставляют как есть, как и в сложении. В это время ученикам можно объяснить их ошибки с помощью модели площади.

Дифференцированное обучение.

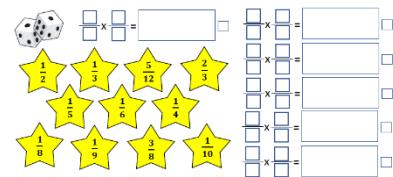
Поддержка. Учитель записывает на доске несколько примеров умножения обыкновенных дробей. Ученикам предлагается решить примеры. Например, «Решите пример, используя модель площади», «Решите пример, используя формулу», «Сначала сократите, а затем найдите ответ».

Углубление. Учитель вызывает двух учеников к доске и дает им задание решить один и тот же пример разными способами. Каждый ученик выбирает метод для своего товарища. Ученики решают пример, проверяют и объясняют решения, меняясь местами.

Игра «Цифры на звездочках». Класс делится на группы. Каждой группе дается задание и две игральные кости. Ученики бросают игральные кости и записывают числа в числите и знаменателе 1-й дроби так, чтобы полученная дробь была правильной дробью. Если числа на игральных kostях совпадают, их бросают повторно. Затем по тому же правилу снова записывается обыкновенная дробь, которая является вторым множителем, и находится произведение. Если произведение равно одному из чисел на звездочке, в маленьком квадратике рядом с ответом ставится «+», а эта звездочка зачеркивается. Согласно этому правилу, группа, которая зачеркивает наибольшее количество звездочек в результате, найденных за заданное время произведений, становится победителем.

Рабочий лист можно скачать по ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1_Eh5gDlWcRziD0lhdnzSgyo0DNQGuYjx/view?usp=sharing



Решение задач

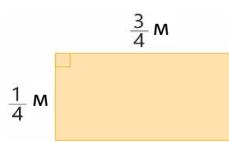
12. В задаче требуется проверить верность применения правила сокращения, относящегося к умножению, к сложению. Решение задачи можно найти, организовав дебаты. Для перекрестного обсуждения к доске вызывают двух учеников, один из которых пытается обосновать, что мнение Эльхана верно, а другой нет. Учитель просит обоих учеников обосновать свое мнение. Остальные ученики решают, чье мнение неверно. Результат дебатов оценивается путем решения примеров.

Таким образом, ученики сначала решают оба примера без сокращения, а затем сокращают полученную дробь и сравнивают ее с ответами Эльхана. Ученики приходят к выводу, что неправильно сокращать, когда в числителе или знаменателе сложение. Учитель может попросить учеников показать, что это мнение неверно, приводя дополнительные примеры.

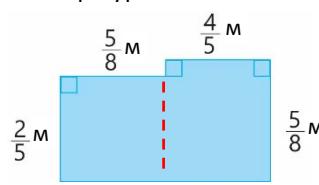
13. В задаче требуется найти периметр фигуры, площадь которой равна $\frac{3}{4} \text{ м}^2$.

Решение задачи:

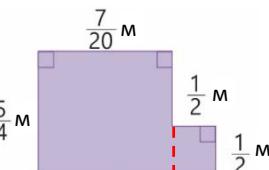
- Находится площадь каждой из данных фигур.



$$S = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16} (\text{м}^2)$$



$$S = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} + \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{4} (\text{м}^2)$$

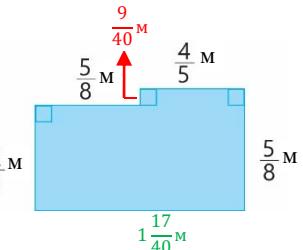


$$S = \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{20} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{11}{16} (\text{м}^2)$$

- Определяется, что фигура площадью $\frac{3}{4} \text{ м}^2$ синяя, и вычисляется ее периметр.

Находятся и складываются длины неизвестных сторон

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{5} = \frac{9}{40} (\text{м}) \quad \frac{5}{8} + \frac{4}{5} = 1\frac{17}{40} (\text{м}) \quad P = \frac{2}{5} + \frac{5}{8} + \frac{9}{40} + \frac{4}{5} + \frac{5}{8} + 1\frac{17}{40} = 4\frac{1}{10} (\text{м})$$



Ответ: периметр этой фигуры $4\frac{1}{10} \text{ м}$.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Находит произведение натурального числа и дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит произведение дробей.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.7. Умножение смешанных чисел

ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Находит произведение смешанных чисел. Находит обратное число.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, дробные полоски, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://wordwall.net/resource/30190172/multiplying-fractions-mixed-numbers https://video.edu.az/video/9449 https://www.youtube.com/watch?v=lvQM0AOPsRo https://www.geogebra.org/m/K7cDMUC7#material/zYEJ5xcV</p> <p>Задания: https://www.aaamath.com/fra-recip.htm https://www.iknowit.com/lessons/e-multiplying-with-mixed-numbers.html https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online</p>

Побуждение. Учитель вырезает из цветной бумаги несколько кружочков и демонстрирует. К доске вызывают 3 учеников. Каждому ученику дается 2 круга и предлагается разделить $1\frac{1}{2}$ части и держать их в руках. Учитель задает ученикам вопросы:

– Сколько кружков у каждого ученика? Сколько всего кружков у учеников?

Какими способами можно это найти?

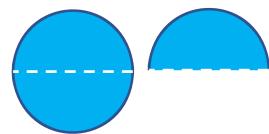
Возможные ответы могут быть такими:

– Будет 3 полных круга и 3 полуокруга, 2 полуокруга равны 1 целому кругу. Значит, будет 4 целых круга и 1 полуокруг.

– Можно собрать целые круги вместе и использовать правило умножения обыкновенной дроби на натуральное число и сложить результаты.

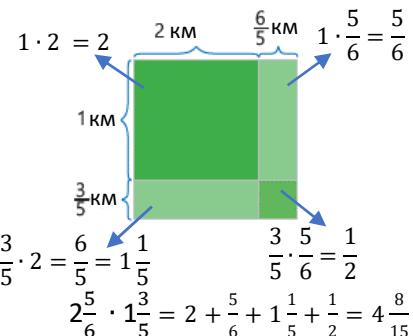
– $1\frac{1}{2}$ можно найти, сложив повторно 3 раза.

– $1\frac{1}{2}$ можно найти, записав ее в виде неправильной дроби и воспользовавшись правилом умножения обыкновенной дроби на натуральное число.



Исследование-обсуждение

В задании ученики должны определить площади каждой части и найти общую площадь, используя эти площади. Площадь каждой части находится исходя из правила умножения обыкновенных дробей, изученного на предыдущем уроке. Площадь каждой части суммируется для определения общей площади участка. Ученики увидят, как использовать этот метод для определения произведения $2\frac{5}{6} \cdot 1\frac{3}{5}$ с использованием модели площади.

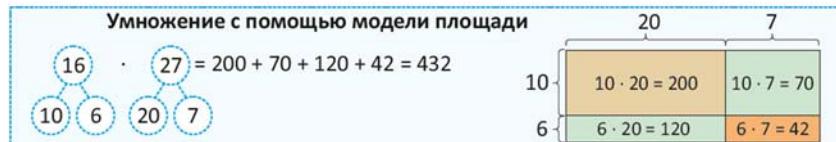


Изучение Умножение смешанных чисел

Нахождение произведения смешанных чисел обучается двумя способами.

1) Множители записываются в виде неправильных дробей, а произведение находится путем умножения дробей. Результат записывается в виде смешанного числа. Пример обсуждается с учениками.

2) Произведение смешанных чисел находится с помощью модели площади. Полезно напомнить ученикам знакомый с 4-го класса способ умножения с помощью модели площади (4-й класс, часть 1 стр. 63).



Отмечается, что произведение смешанного числа на обыкновенную дробь и натуральное число можно найти с помощью распределительного свойства умножения, для каждого случая приводятся примеры.

Ложные представления, возникающие у учеников. Некоторые ученики могут найти неправильный ответ, умножая целые части и дробные части по отдельности. Например, $1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{5} = 3\frac{2}{10}$. Важно сообщить таким

ученикам, что после записи смешанного числа в виде неправильной дроби они должны выполнить умножение в соответствии с правилом умножения обыкновенных дробей. Целесообразно организовать работу над ошибками.



Подумай!

Произведение $2 \cdot 3\frac{1}{4}$ можно найти несколькими способами. По мере озвучивания каждого способа пишется подходящий пример.

- Записав смешанное число в виде неправильной дроби, как произведение натурального числа на обыкновенную дробь
- , Записав смешанное число в виде суммы его целой и дробной частей, используя распределительного свойства умножения
- Используя повторное сложение
- Используя модель площади

В технически оснащенных классах можно играть в подобные интерактивные игры:

<https://www.splashlearn.com/s/math-games/multiply-mixed-numbers>

Задания

1. Обсуждается задание и решаются другие примеры.

2. Вычисление производится с использованием распределительного свойства умножения, правильность нескольких ответов проверяется по модели площади. Решение и объяснение задания обсуждается с учениками.

Изучение

Взаимно обратные числа

Объясняется определение взаимно обратных чисел и показываются несколько примеров. Показывается, что числители и знаменатели данных чисел меняются местами, а при записи дроби в обратном порядке получается обратная ей дробь.



Запомни!

Отмечается, что при изменении мест числителя и знаменателя в обыкновенной дроби получается новая дробь, обратная предыдущей. Обсуждается данное буквенное выражение.

3. Среди заданных чисел определяются взаимные обратные числа. Для этого ученики находят произведение заданных чисел и показывают, что оно равно 1. Кроме того, ученики могут проверить, является ли следующее число обратным первому числу, определив число, обратное первому числу.
4. Ответы находятся с помощью сочетательного свойства умножения и произведения обратных величин. Цель состоит в том, чтобы найти произведение более простым способом, определив обратные числа и заменив их произведение на 1.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель приводит несколько примеров умножения смешанных чисел, и ученикам сообщается, как решить примеры. Например, «Решите пример, используя модель площади», «Решите пример, используя формулу», «Найдите произведение, используя распределительное свойство умножения».

Углубление. Учитель пишет два смешанных числа и дает задание найти их произведение не менее чем двумя разными способами.

Игра. Класс делится на группы и раздаются рабочие листы. Ученикам необходимо решить приведенные примеры и соединить линиями примеры, ответы на которые являются взаимно обратными числами. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно справится с заданием.

Образец рабочего листа можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1W1uXhuBmlq6UTTdO3QAlqlw3mV9cyWmG/view?usp=sharing>

$$\frac{5}{12} \cdot 1\frac{1}{5} = \boxed{}$$

$$4 \cdot 1\frac{5}{16} = \boxed{}$$

$$3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{2}{3} = \boxed{}$$

$$1\frac{1}{4} \cdot 2 = \boxed{}$$

$$1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{3} = \boxed{}$$

$$1\frac{1}{6} \cdot \frac{8}{49} = \boxed{}$$

$$2\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \boxed{}$$

$$\frac{2}{11} \cdot 2\frac{1}{5} = \boxed{}$$

Решение задач

5. В задаче требуется найти, сколько денег строительная компания должна заплатить мастеру Али.

Решение задачи:

- Определяется, сколько манатов строительная компания платит мастеру Али за 1 день.

$$7\frac{1}{4} \cdot 8 = 58 \text{ (ман.)}$$

- Определяется, сколько манатов строительная компания заплатила мастеру Али за 5-дневную рабочую неделю.

$$58 \cdot 5 = 290 \text{ (ман.)}$$

Ответ: строительная компания должна выплатить мастеру Али 290 манатов.

6. В задаче требуется найти общую сумму, которую заплатил покупатель.

Решение задачи:

- Определяется, сколько денег заплачено за яблоки. $3\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{5} = 4\frac{9}{10} \text{ (ман.)}$
- Находится, сколько килограммов груш купил покупатель. $5 - 3\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ (кг)}$
- Определяется, сколько денег заплачено за груши. $1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{3}{5} = 3\frac{9}{10} \text{ (ман.)}$
- Определяется, сколько всего денег заплатил покупатель. $4\frac{9}{10} + 3\frac{9}{10} = 8\frac{8}{10} = 8\frac{4}{5} \text{ (ман.)}$

Ответ: покупатель заплатил $8\frac{4}{5}$ манатов.

7. В задаче требуется определить периметр и площадь ковра.

Привлечение. Учитель рисует на доске прямоугольник и утверждает, что длины его сторон взаимно обратные числа. Он говорит, что



ширина прямоугольника равна $\frac{1}{2}$ м и задает ученикам вопросы:

- Как найти длину прямоугольника? Как вычислить периметр прямоугольника? Как найти площадь прямоугольника, не делая вычислений?

Решение задачи:

- Длина прямоугольника определяется с учетом того, что ширина и длина прямоугольника являются взаимно обратными числами. Определяется число обратное $\frac{4}{5}$. $1 : \frac{4}{5} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$
- Вычисляется периметр прямоугольника. $(\frac{4}{5} + 1\frac{1}{4}) \cdot 2 = 4\frac{1}{10} \text{ (м)}$
- Поскольку ширина и длина прямоугольника являются взаимно обратными числами, площадь прямоугольника определяется равной 1 м^2 .

Ответ: периметр прямоугольника $4\frac{1}{10}$ м, а площадь 1 м^2 .

8. В задаче требуется найти расстояние между городами А и В.

Решение задачи:

- Вычисляется расстояние, пройденное легковой и грузовой машинами за $1\frac{3}{4}$ часа.

$$\text{Легковой автомобиль: } 1\frac{3}{4} \cdot 80 = 140 \text{ (км)}$$

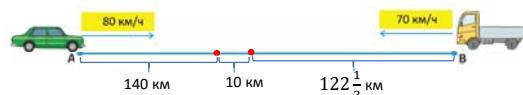
$$\text{Грузовая машина: } 1\frac{3}{4} \cdot 70 = 122\frac{1}{2} \text{ (км)}$$

- Вычисляется расстояние между городами А и В.

$$140 + 122\frac{1}{2} + 10 = 272\frac{1}{2} \text{ (км)}$$

Ответ: расстояние между городами А и В составляет

$$272\frac{1}{2} \text{ км.}$$



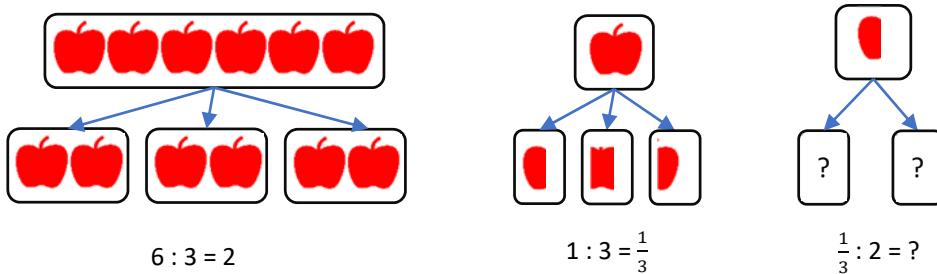
Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Находит произведение смешанных чисел разными способами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит обратное число.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.8. Деление обыкновенных дробей

ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Делит дробь на натуральное число. • Делит натуральное число на дробь. • Делит обыкновенную дробь на обыкновенную дробь.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Прямоугольники в клетку, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.splashlearn.com/math/divide-fractions-games https://video.edu.az/video/1756 https://www.geogebra.org/m/K7cDMUC7#material/dQ6ay8pu https://www.geogebra.org/m/K7cDMUC7#material/Pwuh4bVV</p> <p>Задания: http://www.math-play.com/math-basketball-dividing-fractions-game/math-basketball-dividing-fractions_html5.html</p> <p>https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online</p>

Побуждение. Учитель рисует на доске такую схему и напоминает действия деления, описанные в первых двух схемах. Спрашивает, какие числа вписать в пустые клетки в последней схеме.



На этот вопрос можно ответить логически. Например, это можно описать другой схемой:



Исследование-обсуждение

В соответствии с утверждением Самира, шоколад делится на кусочки. Вместо шоколада можно использовать карточки, вырезанные из бумаги в клетку. Записывается соответствующее деление. Правильность ответа проверяется умножением.



Изучение Деление обыкновенных дробей на натуральное число

Уместно объяснять учебный материал на моделях, вырезанных из бумаги. Во всех случаях отмечается возможность проверки правильности результата деления умножением. Такое правило особенно примечательно: *деление одного числа на другое означает умножение этого числа на число, обратное делителю.*

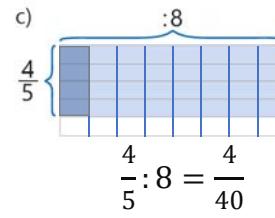
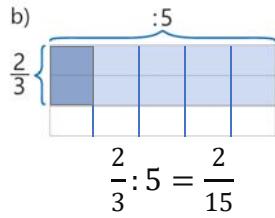
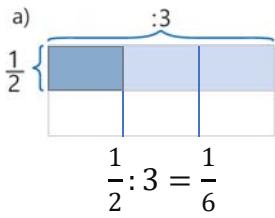
Правило поясняется на примере.

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<https://math4childrenplus.com/dividing-fractions-catapult-game/>

Задания

1. Записывается частное, соответствующее рисунку, и вычисляется. В это время уместно нарисовать изображения в тетради и поделить их на соответствующие части.



2. Задание обсуждается и решаются другие примеры.

3. Числа, соответствующие пустым ячейкам, определяются с помощью связи умножения и деления. Некоторые примеры можно решить, умножив на обратное число. Например:

$$\frac{8}{9} : 4 = \square \rightarrow \square \cdot 4 = \frac{8}{9}$$

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{9}$$



Из истории математики

Учителям рассказывают о методе деления, который использовали в Древнем Египте. Информация, представленная в учебнике, может быть расширена. Когда древние египтяне делили 5 буханок на 8 человек, они сначала делили 4 буханки на 8 человек каждому по $\frac{1}{2}$, а затем делили оставшуюся одну буханку на 8 человек и определяли, что каждому досталось по $\frac{1}{8}$. Значит, вместо пяти $\frac{1}{8}$ частей они использовали одну $\frac{1}{2}$ и одну $\frac{1}{8}$ части, чтобы определить, сколько хлеба потребуется каждому человеку. Древние египтяне думали, что таким образом легче распределять. С круговыми моделями процесс можно наглядно продемонстрировать в классе.



Итак, когда 5 буханок делят между 8 людьми, каждому достается $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{8}$ буханки.

Изучение

Деление натурального числа на обыкновенную дробь

Подчеркивается, что разделить 2 на $\frac{1}{3}$ означает найти, сколько $\frac{1}{3}$ в 2. Данный пример обсуждается с учениками.



Подумай!

На примерах поясняется, что частное больше делимого, когда делитель меньше 1. Учитель может задать ученикам наводящие вопросы:

– Как разделить 1 на $\frac{1}{4}$? Как это можно представить дробными полосками? Как это можно показать делением? Частное больше или меньше, чем делимое?

Ученики могут обосновать свои ответы дробными полосками и делением, приводя дополнительные примеры.



1



$$1 : \frac{1}{4} = 4$$

К сведению учителя! Чтобы быстрее найти ответ при делении натурального числа на дробь, числитель которой равен 1, можно научить учеников следующему правилу: *Деление натурального числа на дробь, числитель которой равен 1, означает умножение этого числа на знаменатель дроби.*

$$a : \frac{1}{b} = a \cdot b$$

Например, $2 : \frac{1}{4} = 8$. Учеников можно попросить привести несколько дополнительных примеров.

Учеников можно спросить, сколько $\frac{1}{5}$ содержится в 1 целом и 2 целых.

4. Приведенное выше правило можно использовать для выполнения задания. Ответ также можно найти с помощью изображений. Ответ проверяется умножением.

5. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Другие примеры решаются.

6. Задание выполняется в форме дебатов на определение, чье мнение верное. Учитель предлагает некоторым ученикам обсудить каждое мнение у доски. Сначала озвучивается мнение. Те, кто думают, что это правильно, отходят налево, а те, кто думает, что это неправильно, отходят направо. Если есть неопределившиеся ученики, они остаются в середине. Учитель просит учеников, стоящих с каждой стороны, обосновать свой выбор. В классе организовывается обсуждение. Дается задание привести примеры для проверки верности ответа. Устанавливается, что мнение Лалы верное. Учеников можно попросить написать дополнительные примеры в соответствии с мнением Лалы.

Изучение Деление обыкновенных дробей

Для деления обыкновенных дробей необходимо умножить делимое на обратную делителю. С учениками обсуждаются буквенные выражения и примеры заданий, приведенные в учебнике.

7. Решение и объяснение задания обсуждается с учениками. Другие примеры решаются.

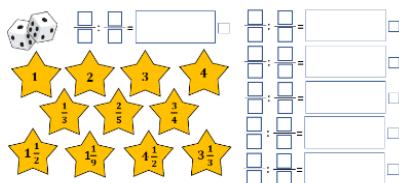
9. Выполняется вычисление.

К сведению учителя! Ученики должны обратить внимание на последовательность действий в дополнение к выполнению действий с обыкновенными дробями в 9-м задании. Иногда ученики акцентируют внимание на действиях с дробями, поэтому забывают обращать внимание на последовательность действий. С такими учениками целесообразно организовать работу над ошибками, выполнить задания, связанные с последовательностью действий.

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<https://mrnussbaum.com/dividing-fractions-online>

Игра «Цифры на звездочках». Класс делится на группы. Каждой группе дается задание и две игральные кости. Ученики бросают игральные кости и пишут числа в числите и знаменателе деления таким образом, чтобы получившаяся дробь была правильной дробью. Если числа на игральных костях совпадают, игральные кости бросают повторно. Затем по тому же правилу снова пишется обыкновенная дробь, которая является делителем, и находится частное. Если частное равна одному из чисел, указанных на звездочках, в маленьком квадрате рядом с ответом ставится «+», а эта звездочка зачеркивается. Согласно этому правилу, группа, которая зачеркивает наибольшее количество звездочек в результате, найденных за заданное время произведений, становится победителем.



Образец рабочего листа можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1yrVpi5FKgbbR6ELI2aK0w5ucLlf4cz-S/view?usp=sharing>

Решение задач

10. В задаче требуется найти, сколько стаканов можно наполнить 2 л фруктового сока.

Решение задачи:

- Записывается соответствующий пример: $2 : \frac{1}{4} = 8$ (стаканов).

Ответ: 8 таких стаканов можно наполнить 2 л фруктового сока.

11. В задаче требуется найти, сколько больших и сколько маленьких пакетов нужно, чтобы собрать куркуму.

Решение задачи:

- Вычисляется, во сколько больших пакетов можно собрать $\frac{2}{3}$ кг куркумы.

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = 3 \text{ (больших пакета)}$$

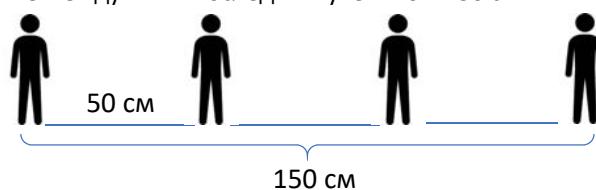
- Вычисляется, в сколько маленьких пакетов можно собрать $\frac{4}{5}$ кг куркумы.

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{15} = \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{2} = 6 \text{ (маленьких пакета)}$$

Ответ: куркуму можно собрать в 3 больших и 6 маленьких пакетов.

12. В задаче требуется узнать, сколько кустов роз посадил садовник.

Привлечение. Учитель рисует на доске такую схему. Он говорит, что расстояние между двумя соседними учениками 50 см, а расстояние между 1-м и последним учеником 150 см.



Учителям задаются вопросы:

- Что показывает число, полученное в результате деления расстояния между 1-м и последним учеником на расстояние между двумя соседними учениками?

Решение задачи:

- Расстояние между 1-м и последним посаженным кустом роз делят на расстояние между двумя соседними кустами и определяют количество интервалов. $12 : \frac{3}{4} = 16$.
- Так как количество кустов на 1 единицу больше числа промежутков, то находится количество посаженных кустов роз: $16 + 1 = 17$.

Ответ: садовник посадил 17 кустов роз.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Использует различные способы для деления дроби на натуральное число.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит натуральное число на дробь.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит обыкновенную дробь на обыкновенную дробь различными способами.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.9. Деление смешанных чисел

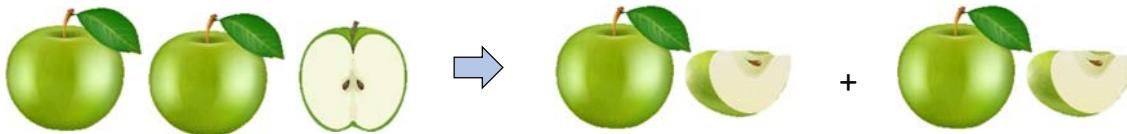
ПОДСТАНДАРТЫ	1.3.4. Выполняет действия умножения и деления над натуральными числами, дробями и смешанными числами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Делит смешанное число на смешанное число. • Делит смешанное число на обыкновенную дробь или обыкновенную дробь на смешанное число. • Находит частное, используя свойство делимости суммы на число.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, дробные полоски, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://www.video.edu.az/video/9014 https://video.edu.az/video/7814 https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online Задания: http://www.aaamath.com/div-mixed.htm Задания: https://www.mathgames.com/skill/7.99-divide-and-multiply-mixed-numbers

Побуждение. Учитель показывает 2 целых яблока и половину яблока и спрашивает:

– Как записать количество яблок? Если это яблоко разделить поровну между двумя людьми, сколько яблок достанется каждому?

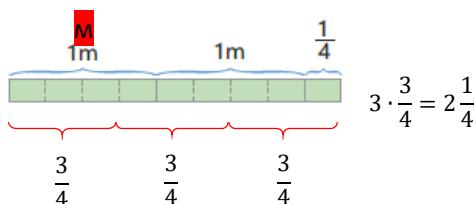
Учителю целесообразно продемонстрировать это на практике. Для этого приглашаются 2 ученика.

Каждый ученик получает $1\frac{1}{4}$ яблока. Можно увеличить количество учеников и выполнить задание несколько раз.



Исследование-обсуждение

Ученики выясняют, сколько скатерей можно украсить лентой из 1 рулона. Для выполнения деления ученики отделяют $\frac{3}{4}$ части изображения и определяют, что получилось 3 по $\frac{3}{4}$ части. Правильность ответа проверяется умножением



Изучение Деление смешанных чисел

Правило деления смешанных чисел разъясняется ученикам на основе иллюстрации и задания.

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<http://www.aaamath.com/div-mixed.htm>

<https://www.mathmammoth.com/practice/divide-fractions>

<https://www.fractions4kids.com/division-of-mixed-fractions-quiz/>

<https://mrnussbaum.com/fraction-workshop-online>

Ложные представления, возникающие у учеников. Некоторые ученики могут найти неправильный ответ, поделив целые числа и дробные части отдельно при делении смешанных чисел, как при умножении смешанных чисел. Полезно сообщить таким ученикам, что после записи смешанного числа в виде неправильной дроби необходимо выполнить деление соответственно делению обыкновенных дробей, а после решения примера направить их на проверку правильности ответа умножением.

Задания

1. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Находится частное, правильность нескольких ответов проверяется умножением.

2. По рисунку находится частное, правильность ответа проверяется умножением. Используя модели, ученики могут наглядно увидеть, сколько раз одно смешанное число содержится в другом.

Изучение Нахождение частного, используя свойство деления суммы на число

Материал обучения объясняет правило деления смешанного числа на натуральное число. В это время учитель может напомнить свойство деления суммы на число. Он должен особо отметить, что это свойство, изученное для натуральных чисел, верно для всех чисел:

$$(a - b) : c = a : c - b : c$$



Подумай!

Значение заданного выражения находится по правилу деления суммы на число, и решение примера обсуждается с учениками. $6\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \left(6 + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4} = 6 : \frac{1}{4} + \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 24 + 2 = 26$.

3. Вычисление производится путем записи смешанных чисел в виде суммы целых и дробных частей.

4. Вычисление производится с учетом последовательности действий. Полезно запомнить порядок действий в выражениях со скобками и без них.

5. К ответам на вопросы пишутся подходящие примеры, и ответ находится на основе деления смешанных чисел.

a) $5 : 2\frac{1}{2} = 5 : \frac{5}{2} = 5 \cdot \frac{2}{5} = 2$ (корзины) б) $10\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4} = \frac{21}{2} : \frac{7}{4} = \frac{21}{2} \cdot \frac{4}{7} = 6$ (тетрадей)

К сведению учителя! В теме было дано правило нахождения частного разными способами при делении смешанных чисел. Уместно предложить ученикам найти число одним способом и проверить ответ другими способами.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель записывает на доске несколько примеров и говорит, как они будут их решать. Например, «Решите примеры, записав смешанные числа в виде неправильных дробей», «Найдите частное, используя свойство деления суммы на число».

Углубление. Учащимся с высокими результатами обучения даются относительно сложные задания. Их можно задавать в виде вопросов. Например: «Какое число, умноженное на $2\frac{2}{5}$, дает 3?» «Какие два числа дают в сумме 5?» Учитель может попросить дать не менее 2 вариантов ответа на последний вопрос. Учащиеся пишут и решают подходящие примеры и проверяют ответ умножением.

Игра. Класс делится на группы и получает рабочие листы.

Учащиеся решают приведенные примеры и соединяют линиями примеры с одинаковыми ответами. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно справится с заданием. В игру можно сыграть, вырезав части с примерами и разложив их на столе в виде карточек и сгруппировав попарно.

$$\begin{array}{l} 4\frac{4}{5} : 4 = \boxed{} \\ 8 : 2\frac{2}{3} = \boxed{} \\ 2\frac{1}{8} : 2\frac{3}{7} = \boxed{} \\ \\ 6\frac{1}{2} : 3 = \boxed{} \\ 12\frac{1}{2} : 4\frac{1}{6} = \boxed{} \\ \\ 2 : 2\frac{2}{7} = \boxed{} \\ 4 : 3\frac{1}{3} = \boxed{} \\ 17\frac{1}{3} : 8 = \boxed{} \end{array}$$

Образец рабочего листа можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/139AyyeWcqbvqUNPZnMNv4sc7GsxZRRNt/view?usp=sharing>

Решение задач

6. В задаче требуется найти, хватит ли израсходованного в течение дня риса на 100 человек.

Решение задачи:

- Определяется количество используемого риса после полудня. $4\frac{3}{4} \cdot 2 = 9\frac{1}{2}$
- Определяется количество риса, употребляемого в течение дня. $4\frac{3}{4} + 9\frac{1}{2} = 14\frac{1}{4}$
- Определяется, для скольких человек достаточно риса, употребляемого в течение дня. $14\frac{1}{4} : \frac{1}{8} = 114$.
- Найденное число сравнивается с числом 100. $114 > 100$.

Ответ: риса, использованного в течение дня, хватит на 100 человек.

7. В задаче требуется найти ширину, длину и площадь кухни.

Решение задачи:

- Вычисляется длина гостиной. $25\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4} = 6\frac{4}{5}$ (м)
- Вычисляется длина кухни. $6\frac{4}{5} : 2 = 3\frac{2}{5}$ (м)
- Вычисляется площадь кухни. $25\frac{1}{2} : 3 = 8\frac{1}{2}$ (м^2)
- Вычисляется ширина кухни. $8\frac{1}{2} : 3\frac{4}{10} = 2\frac{1}{2}$ (м)

Ответ: ширина кухни $2\frac{1}{2}$ м, длина $3\frac{2}{5}$ м, а площадь $8\frac{1}{2}$ м^2 .

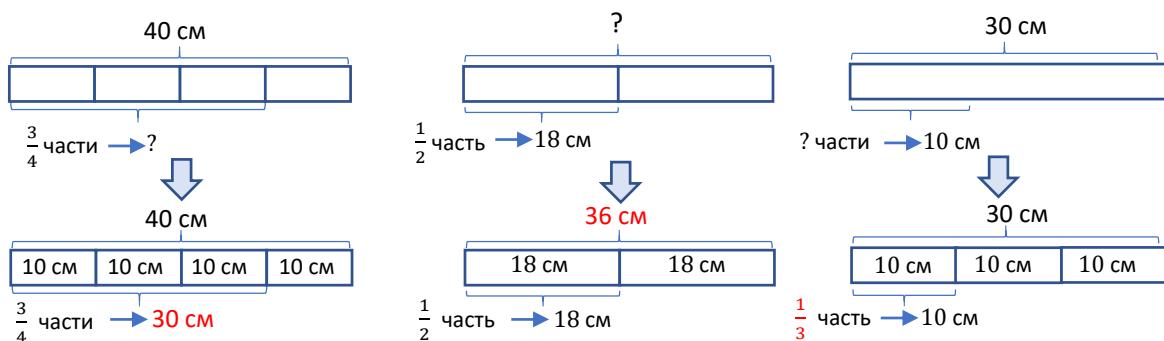
Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Делит смешанное число на смешанное число.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит смешанное число на обыкновенную дробь или обыкновенную дробь на смешанное число.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит частное, используя свойство делимости суммы.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 2.10. Нахождение части числа и числа по его части

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.6. Находит часть числа и число по его части.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Находит часть числа. • Находит число по его части.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, дробные полоски, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://youtu.be/D4DL4UleRul</p> <p>https://www.mathswithmum.com/fraction-of-a-number/</p> <p>https://www.eslgamesplus.com/fractions-of-whole-numbers-math-game-for-kids/</p> <p>https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/264/Crystal-crash-fractions-numbers</p>

Побуждение. К доске вызываются 3 ученика. Каждому ученику выдается лента. Учитель сообщает 1-му ученику, что длина ленты 40 см и задает найти длину $\frac{3}{4}$ ее части, 2-му ученику сообщает, что длина $\frac{1}{2}$ части равна 18 см и задает найти длину всей ленты, а 3-му ученику сообщает, что длина ленты 30 см и задает найти какую часть ленты составляют 10 см. На доске рисуются модели для каждой задачи. Учитель направляет учеников к выполнению соответствующих заданий. Результаты обсуждаются с классом и проверяется правильность ответов.



Исследование-обсуждение

- Для определения длины дороги от дома до библиотеки ученики пользуются правилом нахождения части числа, которое они изучили в 4-м классе. Определяется, что длина дороги от дома до библиотеки равна 240 м.
- Чтобы найти длину дороги от библиотеки до музея, ученики должны из длины дороги от дома до музея вычесть длину дороги от дома до библиотеки. Так как памятник находится между библиотекой и музеем, то расстояние между памятником и музеем будет 60 м.
- Это составляет $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ часть всей дороги.

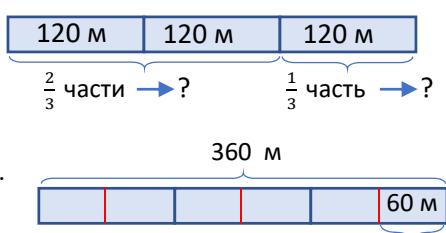
Ученики также могут найти ответ, проиллюстрировав их с помощью моделей. Для этого на доске рисуется длинная полоса и делится на 3 равные части.

- Расстояние от дома до библиотеки, т.е. $\frac{2}{3}$ части длины полоски, составляет 240 м.
- Расстояние от библиотеки до музея, т.е. $\frac{1}{3}$ часть полоски, составляет 120 м. Расстояние между памятником и музеем 60 м.
- Это составляет $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ часть всей дороги.



$$\text{Дорога от дома до библиотеки} \rightarrow 360 : 3 \cdot 2 = 240 \text{ (м)}$$

$$\text{Дорога от библиотеки до музея} \rightarrow 360 - 240 = 120 \text{ (м)}$$



Изучение Нахождение части числа

Чтобы найти часть числа, нужно число умножить на эту дробь. Данную задачу обсуждают с учениками. Учитель чертит на доске прямоугольную ленту и делит ее на 4 равные части, отмечая $\frac{3}{4}$ части. Определяют

число, соответствующее каждой $\frac{1}{4}$ части, а затем находят длину, соответствующую $\frac{3}{4}$ части. Объясняется правило, как найти какую часть одно число составляет от другого.



Подумай!

Обсуждается, как проверить правильность ответа при нахождении части числа. В это время ученики, изображая часть числа на ленте и используя какую часть одно число составляет от другого, могут озвучивать свои ответы.

Задания

1. Находятся части, соответствующие рисункам, напишите примеры умножения и проверьте правильность ответа.

Использование изображений для нахождения частей числа позволяет ученикам проверить свои концептуальные знания. Предоставление ученикам возможности находить дробь числа с помощью изображений помогает укрепить их навыки определения части числа. Важно различать правила нахождения числа по его части и части числа. Учителю рекомендуется обратить внимание на правильное использование учениками изображений при нахождении части числа

2. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Части заданных величин находятся.

Изучение Нахождение числа по его части

Правило нахождения числа по его части разъясняется ученикам путем решения задания-образца и изображения на модели.

К сведению учителя! Иногда ученики затрудняются определить, как найти число по части или часть числа. С такими учениками целесообразно организовать работу над ошибками. При нахождении части числа модель разбивается на части, а если она известна полностью, то находятся соответствующие ей части. При нахождении числа по частям модель разбивается на части и известно, что заданное число соответствует указанным частям и находится целое. Различия можно обсудить с классом, показав примеры нахождения числа по части и части числа изображениями и сравнив их.

Ложные представления, возникающие у учеников. При нахождении числа по его части иногда ученики допускают ошибку, пользуясь правилом нахождения части числа, а при нахождении части числа допускают ошибку, используя правило нахождения числа по его части. Ученикам, допускающим такие ошибки, можно предложить выявить свои ошибки, попросив их проверить полученный ответ. После проверки ответа задание можно выполнить еще раз и проверить правильность ответа.

4. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Число находится по его частям, проверяется правильность ответа.

5. Определяется число, соответствующее пустой клетке. При определении этих чисел уместно спросить учеников, находится ли часть числа или число по части.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске нескольких учеников. Нарисовав на доске изображения, касающиеся нахождению части числа или числа по его части, дается задание найти соответствующее число. Ученики выполняют задание, используя рисунки и правило вычисления, и объясняют, как они нашли ответ. **Углубление.** Учитель вызывает к доске двух учеников и дает им задания, связанные с нахождением части числа или числа по его части. Ученики рисуют изображения и находят соответствующее число, объясняют, как они его нашли, и проверяют правильность ответа.

Игра. Класс делится на группы, каждой группе выдаются рабочие листы и костики домино. Костики домино кладутся лицом вниз на стол. Предварительно костики домино без очков, а также с одинаковым количеством очков, которые будут записаны в числителе и знаменателе, отбрасываются. Выбирается одна костька домино и записывается правильная дробь, соответствующая количеству очков. На основании этой дроби учитель предлагает ученикам написать и решить задачу, связанную с нахождением соответствующей части числа 60 или числа с соответствующей частью 60. Каждая группа пишет 2 задания на нахождение части числа и 2 задания на нахождение числа по его части. Группа, быстрее всех справившаяся с заданием, получает 1 дополнительный балл. Каждый правильный ответ оценивается в 3

Tasche				
Tasche				
Messlatte				
Messlatte				

балла. Группа, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем. Задание может быть выполнено в виде парной работы или индивидуальной работы путем раздачи ученикам рабочих листов. Рабочий лист можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1Zf5YiflKocqQ1JL6sa4RUIucICvifV37/view?usp=sharing>

Решение задач

6. В задаче требуется определить, сколько километров проехал автомобиль, чтобы добраться до пункта назначения.

Привлечение. Учитель рисует на доске изображение ленты, отмечает $\frac{2}{3}$ и говорит, что она равна 20 см. Ученикам предлагается найти общую длину ленты и определить длину остатка. Учитель задает ученикам наводящие вопросы:

- Чтобы найти длину ленты, нужно найти часть числа или число по части? Какими методами можно найти длину оставшейся части ленты? Как вы можете это объяснить?

Решение задачи:

1-й способ. Рисуется соответствующее задаче изображение.

- На основе изображения определяется длина пути, соответствующая $\frac{1}{7}$ части. $120 : 3 = 40 (км)$

• Определяется длина всего пути.

$$40 \cdot 7 = 280 \text{ (км)}$$

- Определяется, что расстояние, которое проедет автомобиль до пункта назначения, составляет $\frac{4}{7}$ всего пути и 160 км. $40 \cdot 4 = 160 (км)$

2-й способ. Задача решается с помощью правила нахождения числа по его части.

- Определяется длина всей дороги. $120 : \frac{3}{7} = 280 (км)$

- Определяется, сколько километров автомобиль должен проехать, чтобы добраться до пункта назначения.

$$280 - 120 = 160 \text{ (км)}$$

Ответ: автомобиль должен проехать 160 км, чтобы добраться до пункта назначения.

Обсуждение. Обсуждаются мнения учеников, решивших задачу разными способами.

7. В задаче требуется найти, сколько денег осталось после данных расходов, какую часть месячного дохода составляет эта сумма денег.

Решение задачи:

- Вычисляются деньги, выделенные на оплату коммунальных услуг. $640 \cdot \frac{1}{8} = 80 (ман.)$

- Вычисляется, сколько денег осталось. $640 - 80 = 560 (ман.)$

- Вычисляются деньги, потраченные на продукты. $560 \cdot \frac{4}{7} = 320 (ман.)$

- Вычисляются остальные расходы. $640 - (80 + 320) = 240 (ман.)$

- Выясняется, какую часть месячного дохода составляют оставшиеся деньги. $240 : 640 = \frac{240}{640} = \frac{3}{8}$

Ответ: у работника осталось 240 манатов. Это $\frac{3}{8}$ месячного дохода.

Обсуждение. Обсуждаются мнения учеников, решивших задачу разными способами.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Находит часть числа.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит число по его части.	Рабочие листы, учебник, РТ

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры.

Правильные дроби, неправильные дроби, смешанные числа, равные дроби, общий знаменатель, наименьший общий знаменатель, дополнительный множитель, обратные числа.

Решение исходной задачи. Напоминаются приведенные на первой странице раздела информация и задание “Попытайтесь!”, широкое использование дробей в кулинарии. Решение исходной задачи обсуждается с классом.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ

- Находятся значения выражений, обращая внимание на последовательность действий.
- Значение выражений вычисляется при заданных значениях переменной. После записи заданных значений вместо переменной вычисляется значение полученных числовых выражений.

При выполнении 1-го и 2-го задания обращают внимание на последовательность действий.

- Находится закономерность. Следующие два числа записываются. Например,
Выполняются задания 4-8.

$$\begin{array}{cccc} + \frac{3}{5} & + \frac{3}{5} & + \frac{3}{5} & + \frac{3}{5} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{a) } \frac{3}{5}; & 1\frac{1}{5}; & 1\frac{4}{5}; & 2\frac{2}{5}; & 3 \end{array}$$

Практическое задание. Класс делится на группы. Карточки с примерами, вырезанными из рабочих листов, раздаются группам. Ученикам раздаются рабочие листы с написанными на них числами. Ученики располагают примеры в любом порядке от центра, как показано на рисунке. В течение отведенного времени группы решают примеры, находят ответы и записывают пример в поле под каждым полем для ответов. По истечении времени результаты групп анализируются и обсуждаются. Ученики могут проверить ответы, чтобы показать, что они верны.

Рабочий лист можно скачать по ссылке.

The worksheet consists of a 5x5 grid of mathematical expressions. The top row contains:
1/3 : 3 2 1/4 : 6 4 : 1 1/3 1 1/6 : 2 2 1/2 : 4 1 1/2 : 2 1/3
The bottom row contains:
3 1/5 : 1/4 9 - 6 1/4 1 1/5 : 10 4 1/3 - 1/6 1 1/4 + 1 5/6 4 - 1 1/3
The middle section is a 5x5 grid of empty boxes for answers, with some numbers placed in specific cells:
Row 1: 5 1/2, 4, 10, 5/8, 6 2/3
Row 2: 3/8, 1/3 : 3, 2 1/4 : 6, 4 : 1 1/3, 3 1/2
Row 3: 1/6 : 2, 2 1/2 : 4, 1 1/2 : 2 1/3
Row 4: 1/9, 3 1/5 : 1/4, 9 - 6 1/4, 1 1/5 : 10, 3 1/12
Row 5: 4 1/3 - 1/6, 1 1/4 + 1 5/6, 4 - 1 1/3, 3, 1 2/3, 12, 2 1/3, 4 1/6
At the bottom right, there are two cartoon children and the word "Hesablama".

https://drive.google.com/file/d/1xpfnFUISS7GBTGNACBRJA-sPjDjk8_g4/view?usp=sharing

9. В задаче требуется найти, какую часть молока в бидоне разлила доярка в банки.

Решение задачи:

- Определяется, какую часть молока в бидоне составляет оставшееся молоко. $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$
- Определяется, какую часть молока доярка разлила в каждую банку. $\frac{2}{5} : 4 = \frac{1}{10}$

Ответ: доярка налила в каждую банку по $\frac{1}{10}$ молока из бидона.

10. В задаче требуется найти, сколько картофеля осталось.

Решение задачи:

- Находится, сколько килограммов картофеля повар использует для столичного салата. $8 \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} = 1 \frac{2}{5}$ (кг)
- Находится, сколько килограммов картофеля повар использует на пирожки. $1 \frac{2}{5} - \frac{1}{4} = 1 \frac{3}{20}$ (кг)
- Находится, сколько килограммов картофеля повар использует для столичного салата и пирожков. $1 \frac{2}{5} + 1 \frac{3}{20} = 2 \frac{11}{20}$ (кг)
- Вычисляется, сколько килограмм картофеля осталось. $8 \frac{2}{5} - 2 \frac{11}{20} = 5 \frac{17}{20}$ (кг)

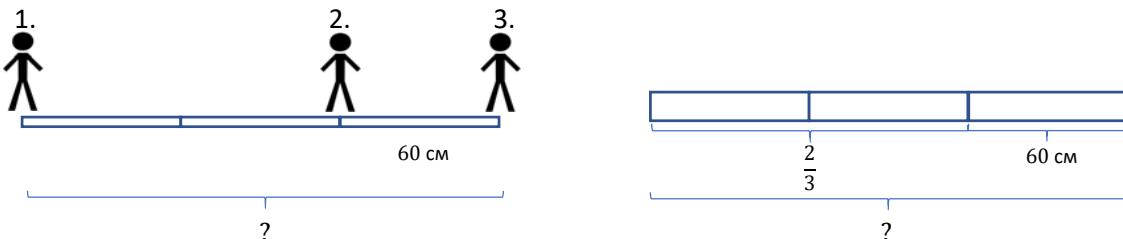
- Вычисляется, сколько килограмм картофеля использовалось на другие блюда. $5\frac{17}{20} \cdot \frac{2}{5} = 2\frac{17}{50}$ (кг)
- Вычисляется, сколько килограмм картофеля осталось. $8\frac{2}{5} - (1\frac{2}{5} + 1\frac{3}{20} + 2\frac{17}{50}) = 3\frac{51}{100}$ (кг)

Ответ: осталось $3\frac{51}{100}$ кг картофеля.

Обсуждение. $\frac{2}{5}$ части оставшегося картофеля, т.е. $5\frac{17}{20}$ кг, использовалось на другие блюда, поэтому останется $\frac{3}{5}$ части. Таким образом можно проверить правильность ответа, найдя $\frac{3}{5}$ части от $5\frac{17}{20}$.

11. В задаче требуется найти длину дороги от дома Самира до дома дяди.

Привлечение. К доске выходят 3 ученика. Учитель говорит, что расстояние между 1 и 2 учениками составляет $\frac{2}{3}$ расстояния между 1 и 3 учениками, а расстояние между 2 и 3 учениками равно 60 см, задает найти расстояние между учениками и рисует соответствующее изображение на доске.



Учителям задаются вопросы:

- Какую часть расстояния между 2-м и 3-м учеником составляет расстояние между 1-м и 3-м учеником?
Исходя из этого, как найти расстояние между 1-м и 3-м учеником? Ученики сначала определяют, что $\frac{1}{3}$ часть от общей длины равна 60, а затем находят ответ, находя число по части.

Решение задачи:

- Находится, какая часть дороги пройдена. $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$
- Найдя длину дороги, $\frac{5}{8}$ которой составляет 15 км, определяется общая длина дороги от дома Самира до автовокзала. $15 : \frac{5}{8} = 24$ (км)
- Найдя длину дороги, $\frac{1}{3}$ которой составляет 24 км, определяется длина дороги от дома Самира до дома дяди. $24 : \frac{1}{3} = 72$ (км)

Ответ: длина дороги от дома Самира до дома дяди составляет 72 километра.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, решивших задачу разными способами.

К сведению учителя! Учителям, испытывающим трудности с нахождением части числа и числа по его части, рекомендуется предложить решить задачу с помощью изображения. Для проверки правильности ответа ученики могут использовать метод решения задачи путем нахождения числа по части.

12. В задаче требуется определить общую массу муки, израсходованной на приготовление заданного количества продуктов.

Решение задачи:

- Вычисляется количество муки, израсходованной на 20 тортах. $20 \cdot 2\frac{1}{2} = 50$ (стаканов)
- Вычисляется количество муки, израсходованной на 5 пицц. $5 \cdot 2 = 10$ (стаканов)
- Вычисляется количество муки, израсходованной на 12 пирогов. $12 \cdot 1\frac{3}{4} = 21$ (стакан)
- Вычисляется, сколько стаканов муки использовалось на приготовление данного количества продуктов.

$$50 + 10 + 21 = 81 \text{ (стакан)}$$

- Вычисляется, сколько килограммов муки использовалось на приготовление данного количества продуктов.

$$81 : 5 = 16\frac{1}{5} \text{ (кг)}$$

Ответ: для приготовления данного количества продуктов необходимо $16\frac{1}{5}$ кг муки.

STEAM

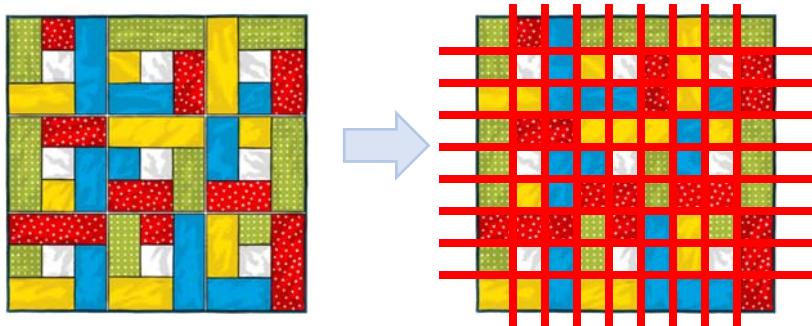
Ученики знакомятся с искусством пэчворка. Учеников можно попросить сравнить искусство пэчворка в прошлом и сегодня. Ученикам рассказывают о роботизированных машинах, которые делают пэчворк.



Можно посмотреть видеоролики, демонстрирующие работу машин, изготавливающих пэчворк:

https://youtu.be/Z_ft09Lanyl

1. Ученики делят изображение на соответствующие части, чтобы определить, какую часть общей фигуры составляют белые фигуры.



2. Пэчворк квадратной формы с длиной стороны $\frac{9}{50}$ м, изображенный на рисунке, составлен с помощью компьютера. Для этого можно использовать программу Paint. Ученики определяют, что пэчворк состоит из 9 равных частей, определяют длину стороны квадрата, соответствующую каждой части по правилам рисования мозаик и узоров, и рисуют пэчворк.

3. Ученики создают пример пэчворка, который они хотят, на компьютере. Можно использовать эти ссылки:

<https://www.coolmath4kids.com/manipulatives/pattern-blocks>

<https://apps.mathlearningcenter.org/pattern-shapes/>

4. Объясняется, каким образом нарисовали пэчворк на компьютере и как использовали дроби для этого. Ученикам можно предложить исследовать Национальный фестиваль пэчворка, проводимый в Азербайджане, подготовить презентацию, добавив, какие фигуры используются в представленных примерах пэчворка, и как можно установить связь между изображениями и дробями.

3-Й РАЗДЕЛ

Десятичные дроби

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	84	
Тема 3.1.	Десятичные дроби	2	85	52
Тема 3.2.	Сравнение и упорядочивание	2	87	54
Тема 3.3.	Округление десятичных дробей	3	89	56
Тема 3.4.	Перевод из обыкновенной дроби в десятичную и наоборот	2	91	58
Тема 3.5.	Сложение и вычитание десятичных дробей	2	94	60
	Задачи и примеры	2	98	62
Тема 3.6.	Умножение и деление десятичных дробей на степени числа 10	2	100	64
Тема 3.7.	Умножение десятичной дроби на натуральное число	2	103	66
Тема 3.8.	Умножение десятичных дробей	2	105	68
Тема 3.9.	Деление десятичной дроби на натуральное число	2	107	70
Тема 3.10.	Деление десятичных дробей	3	110	72
Тема 3.11.	Действия над обыкновенными и десятичными дробями	3	113	74
	Обобщающий урок. STEAM. Высокоскоростные поезда	2	117	76
	МСО-3	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		28		

Краткий обзор раздела

В разделе ученики знакомятся с разрядными единицами в десятичных дробях, правилами выражения десятичных дробей в виде обыкновенных дробей, обыкновенных дробей в виде десятичных дробей, сравнением, упорядочиванием, округлением, сложением, вычитанием, умножением, делением, умножением и делением на степени числа 10. Применяя эти правила, выполняются различные действия путем преобразования десятичных и обыкновенных дробей.

На что стоит обратить внимание?

Некоторые ученики считают, что дробная часть десятичных дробей больше 1, потому что они принимают дробную часть равной числу после запятой. Уместно сообщить этим ученикам, что запятая разделяет разряд единиц и десятых, а целая и дробная части в сумме равны этому числу.

При сравнении, сложении или вычитании десятичных дробей возникают ошибки, если количество цифр после запятой разное. Ученикам, допускающим подобные ошибки, рекомендуется акцентировать внимание на важности цифр соответствующего разряда, организовать работу над ошибками.

При умножении или делении десятичных дробей на 10; 100; 1000; 0,1; 0,01; 0,001 и т.д. им трудно определить, в каком направлении будет двигаться запятая. Ученики, допускающие подобные ошибки, не могут правильно использовать соотношение между умножением и делением. Ученикам можно показать на примерах, что при умножении числа больше 1 число увеличивается, а при делении число уменьшается. По этому же правилу можно дать ученикам задание объяснить на примерах, что при умножении числа меньше 1 число уменьшается, а при делении число увеличивается.

Ученики иногда допускают определенные ошибки при упрощении выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби. Целесообразно определить, связаны ли ошибки таких учеников с обыкновенными дробями, десятичными дробями или порядком действий, и организовать работу над ошибками.

Развитие математического языка

Правильное использование терминов "разряд десятых, сотых, тысячных, десятитысячных", "выражение обыкновенных дробей в виде десятичных и десятичных дробей в виде обыкновенных" дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

"Разряд десятых", "разряд сотых", "разряд тысячных", "разряд десятитысячных"

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Обыкновенная дробь, смешанное число, десятичная дробь • Целые и дробные части десятичных дробей
- Сравнение, упорядочивание, сложение и вычитание десятичных дробей
- Действия над обыкновенными дробями

Междисциплинарная интеграция

Десятичные числа встречаются в деньгах и измерениях. При совершении покупок широко используются десятичные дроби при расчете цены, массы товара, определении длины.

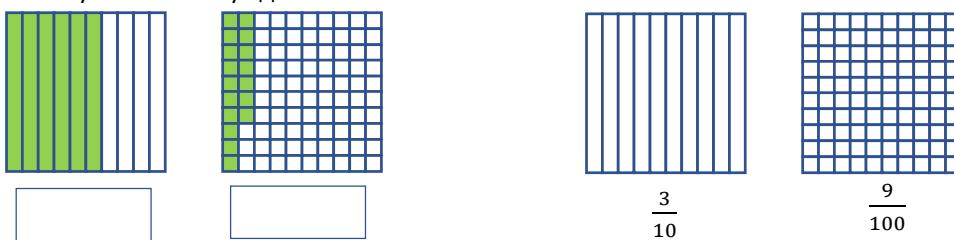
ТЕМА 3.1. Десятичные дроби

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.1. Читает, записывает десятичные дроби, определяет значение разряда цифры в записи.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Читает десятичные дроби. • Записывает десятичные дроби. • Определяет значение разряда цифры в записи десятичной дроби.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Цветная бумага, карточки с цифрами, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://youtu.be/D4DL4UleRul https://video.edu.az/video/726 https://video.edu.az/video/1760 https://video.edu.az/video/1831</p> <p>Задания: https://www.splashlearn.com/math/decimals-games https://www.teacherled.com/iresources/decimals/decimalline/ https://mathsbot.com/manipulatives/placeValueCounters https://mathsbot.com/manipulatives/placeValueCards https://www.mathspad.co.uk/i2/teach.php?id=decimalBlocksTool</p>

Обсуждение исходной задачи. Обсуждается теоретический материал и задача, приведённой на первой странице раздела. Хотя решение задачи не является важным, выслушивается мнение учеников о стратегии решения.

Ученики должны разделить пройденное расстояние на затраченное время, чтобы определить скорость. На доске записываются подходящие примеры. 100: 9,58 200: 19,19. Поскольку ученики еще не усвоили правило деления на десятичные дроби, они могут найти ответ, представив десятичную дробь в виде обыкновенной дроби. Узнав, как делить десятичные дроби, ученики легко определят ответ, используя это правило. Решение этой задачи будет рассмотрено еще раз в конце раздела.

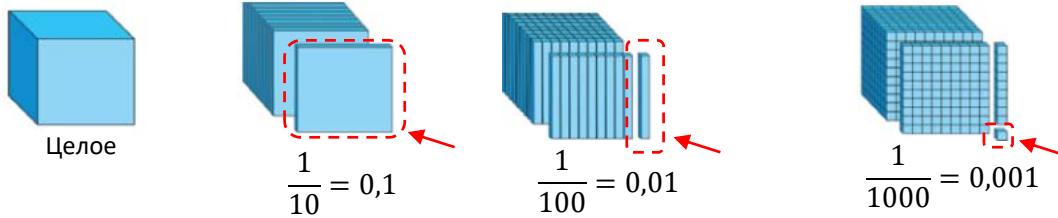
Побуждение. Сотенные и десятичные квадратные карты кладутся на стол. К доске вызывают 4 ученика. Двум ученикам выдаются карточки с окрашенными частями, а двум другим – неокрашенные карточки. Учитель задает ученикам вопросы: “Какая часть фигуры закрашена? Как это найти? Как выразить найденную часть обыкновенными и десятичными дробями?” Ученикам, которым выданы неокрашенные карточки, задается раскрасить $\frac{3}{10}$ и $\frac{9}{100}$ части и написать десятичные дроби, соответствующие окрашенным частям. Ответы учеников обсуждаются с классом.



В технически оснащенных классах задание можно выполнить, выведя на доску соответствующие изображения с помощью проектора.

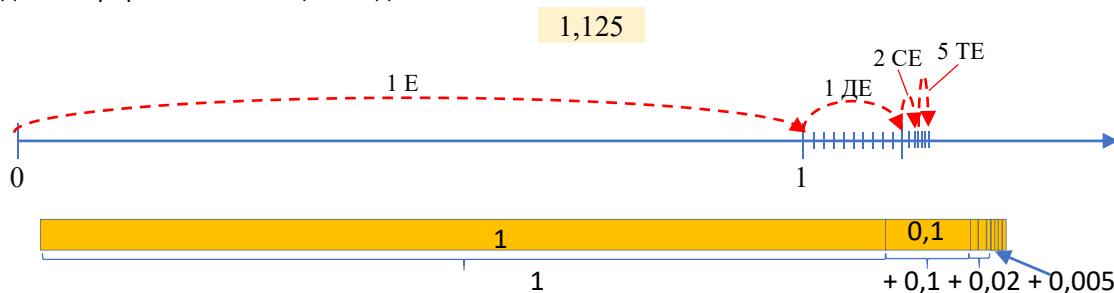
Исследование-обсуждение

Каждую часть, данную в условии, нужно выразить в виде обыкновенной и десятичной дробей, учитывая, что куб, представляющий целую часть, каждый раз по условию делится на 10 равных частей. Часть, соответствующая каждому рисунку, выражается в виде обыкновенной и десятичной дробей. На 2-м рисунке каждая разделенная часть равна $\frac{1}{10}$ части целого. По тому же правилу куб, разделенный на $\frac{1}{10}$ частей, делится еще раз на 10 равных частей, и каждая маленькая часть равна $\frac{1}{100}$ от целого. Продолжая ту же закономерность, подчеркивается, что следующий куб еще раз делится на 10 равных частей, и что каждая меньшая часть равна $\frac{1}{1000}$. К каждому рисунку сначала пишутся обыкновенные дроби, а затем десятичные дроби.



Изучение Разрядные единицы в десятичных дробях

Учителям дается информация о разряде сотых и тысячных при написании десятичных дробей. Образец задания, приведенный в таблице, обсуждается с учениками. Объясняется правило чтения и записи в развернутой форме десятичных дробей. Несколько примеров можно показать на числовой оси, данной ученикам, чтобы определить, в каких промежутках расположены десятичные дроби на числовой оси. Например, представление числа 1,125 на числовой оси и его запись в развернутой форме можно продемонстрировать с помощью моделей.



К сведению учителя! Расположение десятичных дробей на числовой оси поможет ученикам в дальнейшем выработать навыки сравнения и округления десятичных дробей. Целесообразно улучшение этих навыков.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики допускают ошибку при разделении целой и дробной части в десятичных дробях. Например, некоторые ученики думают, что дробная часть числа 4,25 равна 25. Рекомендуется указать, что дробная часть числа меньше 1 и организовать работу над ошибками.

Ложное
Дробная часть числа
4,25 равна 25

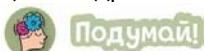
Верное
Дробная часть числа
4,25 равна 0,25

Задания

2. Числа, данные словами, записываются в виде десятичных дробей.
а) ноль целых сто сорок три тысячиных: 0,143 б) одиннадцать целых сто тридцать две тысячиных: 11,132
3. Даные числа записываются в виде обыкновенных дробей. $0,007 = \frac{7}{1000}$; $0,050 = \frac{50}{1000} = \frac{1}{20}$; $1,199 = 1\frac{119}{1000}$.

Изучение Связь между разрядными единицами

Учителям дается информация о соотношении между разрядными единицами в десятичных дробях. Ученикам разъясняется, что 1 единица равна 10 десятым, 1 десятая равна 10 сотым, а 1 сотая равна 10 тысячным. Также ученикам сообщается о десятисотых и стотысячных разрядах, и где эти разряды расположены в записи числа. Образец задания приведен в таблице разрядов, в этом задании ученикам сообщается о числах в каждом разряде и как эти числа читаются. С учениками обсуждается, чему равна целая и дробная части заданного числа.



Равенство $0,15 = 0,150 = 1,1500$ обсуждается с учениками. Ученики могут сказать, что число, полученное прибавлением нуля к концу десятичной дроби, равно предыдущей десятичной дроби, а дроби, полученные при выражении их обыкновенными дробями, равны по основному свойству дроби. Ученикам можно дать задание привести дополнительные примеры.

В технически оснащенных классах можно сыграть в подобные интерактивные игры:

<https://www.turtlediary.com/game/equivalent-decimals.html>

4. Десятичные дроби записываются по таблице разрядов, соответствующие точки указываются на числовой оси.

5. Записываются разрядные значения цифр, выделенных красным цветом, в десятичных дробях.

7. Определяются неверные равенства и объясняется, почему они неверны.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске нескольких учеников. На доске записана одна десятичная дробь для каждого ученика. Каждый ученик читает десятичные дроби, называет целые и дробные части, записывает десятичные дроби в развернутой форме. Отметив десятичные дроби на числовой оси, они объясняют, как определили их положение на оси.

Углубление. Учитель вызывает к доске двух учеников и называет каждому ученику две десятичные дроби с одинаковой цифрой в разных разрядах. Ученики пишут на доске числа, произносят целую и дробную части, записывают десятичные дроби в развернутой форме. Отметив десятичные дроби на числовой оси, они объясняют, как определили их положение на оси. Учитель дает ученикам задание объяснить разницу между понятиями цифры и числа и записать разрядное значение одной и той же цифры в каждой десятичной дроби.

Игра. Карточки с десятичными дробями подготавливаются и кладутся на стол лицевой стороной вниз. К доске вызывают несколько учеников. Ученики выбирают одну из карточек, лежащих на столе, и встают перед доской, держа ее в руке. Учитель оглашает определенные условия и держащим карточки с соответствующими числами ученикам дает задание, сделать шаг вперед. Числа с цифрой 1 в разряде десятых, числа с цифрой 0 в разряде сотых, числа с цифрой 2 в разряде единиц и т.д. Если вперед выходят ученики с верным выбором, им присуждается 1 балл. По этому правилу игра повторяется несколько раз. В конце игрок с наибольшим количеством очков объявляется победителем.

Практическое задание. Отбираются 5 учеников, каждому из них выдается по 1 рабочему листу. Карточки с десятичными дробями, используемые в игре, кладутся на стол лицевой стороной вниз. Каждый ученик выбирает 1 карточку, записывает на ней число в ячейке десятичной дроби и соответственно ей заполняет пустые ячейки. Рабочие листы kleятся на доску. Результаты обсуждаются с классом.

Десятичная дробь	Целая часть	Дробная часть		
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>		
Читается <input type="text"/>				
Запись в развернутой <input type="text"/> форме				
Изображение на числовой оси <input type="text"/>				
2,45	1,534	4,017	5,1089	12,865
25,6	2,109	12,05	7,883	40,102

Скачать рабочий лист можно по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1jj8RUmi-8jlmUsOm8en7weNFTcMTurn7/view?usp=sharing>

Решение задач

8. Исходя из условия, определяются десятичные дроби и требуется найти название фрукта, используя буквы, соответствующие этим числам.

Привлечение. Учитель кладет на стол маленькие листы с десятичными дробями и задает вопросы ученикам:

2,486	1,032	4,138	8,36	3,4138	5,1214	7,3426	12,024
-------	-------	-------	------	--------	--------	--------	--------

– У каких из чисел цифра в разряде десятых нечетная? У каких из чисел цифра в разряде сотых четная? Сколько чисел, у которых цифра в разряде десятых и сотых четная? Сколько чисел, у которых цифра в разряде тысячных в 2 раза больше цифры в разряде единиц? Сколько чисел, у которых цифра в разряде десятитысячных делится на 4? Как определить эти числа?

Решение задачи:

- Числа переписываются в тетрадь. Десятичные дроби с четной цифрой в разряде десятых подчеркиваются.

0,656 → **Н** 1,983 → **Л** 4,583 → **К** 0,233 → **И** 1,479 → **Ш** 0,746 → **Т**
3,899 → **Я** 8,652 → **А** 0,144 → **Р** 2,456 → **В** 2,471 → **Д** 0,346 → **М**

- Среди подчеркнутых дробей 2-ю черту проводят под десятичными дробями с нечетной цифрой в разряде сотых.

0,656 → **Н** 1,983 → **Л** 4,583 → **К** 0,233 → **И** 1,479 → **Ш** 0,746 → **Т**
3,899 → **Я** 8,652 → **А** 0,144 → **Р** 2,456 → **В** 2,471 → **Д** 0,346 → **М**

- Среди подчеркнутых дробей 3-ю черту проводят под десятичными дробями, у которых цифра в разряде тысячных делится на 3.

0,656 → **Н** 1,983 → **Л** 4,583 → **К** 0,233 → **И** 1,479 → **Ш** 0,746 → **Т**
3,899 → **Я** 8,652 → **А** 0,144 → **Р** 2,456 → **В** 2,471 → **Д** 0,346 → **М**

- Отмечают буквы, соответствующие числам, удовлетворяющие всем трем условиям. Н, Я, И, В, Ш.

Ответ: фрукт, который можно написать с использованием соответствующих букв – вишня.

Обсуждение. Вычеркивая цифры, не соответствующие условию, проверяют, что название фрукта, составленное из букв, совпадающих с оставшимися числами, — вишня.

Проект. Учитникам можно дать задание подготовить презентацию о различных ситуациях из повседневной жизни (показатели весов, оплата деньгами, показатели на заправке, показатели термометра и т.д.).

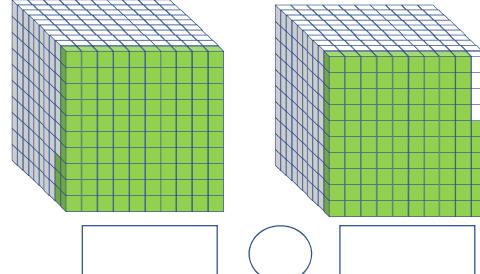
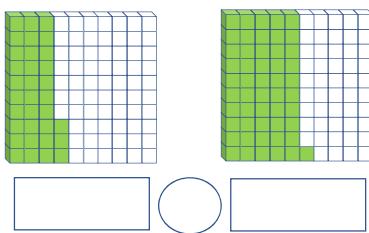
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Читает десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Записывает десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет значение разряда цифры в записи десятичной дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.2. Сравнение и упорядочивание

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.2. Сравнивает и упорядочивает десятичные дроби.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Сравнивает десятичные дроби. Упорядочивает десятичные дроби.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, кубики, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/729 https://video.edu.az/video/733 https://video.edu.az/video/1874 https://video.edu.az/video/4150 Задания: https://www.splashlearn.com/math/compare-decimals-games https://www.splashlearn.com/math/order-decimals-games https://www.teacherled.com/iresources/decimals/comparedecimals/

Побуждение. Карточки с сотенными и тысячными блоками кладутся на стол. К доске вызывают 4 учеников.



Двум ученикам дают карточки с сотенными блоками, части которых закрашены, а двум другим – карточки с тысячными блоками. Учитель задает ученикам вопросы:

– Какая часть 1-й фигуры закрашена? Какая часть 2-й фигуры закрашена? У какой фигуры закрашено больше частей? Как это можно определить, записав соответствующие десятичные дроби? Как в это время используются разрядные значения? Соответствующие вопросы также задаются для тысячных блоков. Ответы учеников обсуждаются с классом.

В технически оснащенных классах задание можно выполнить, выведя на доску соответствующие изображения с помощью проектора.

Исследование-обсуждение

Для того, чтобы определить кольцо, которое покупатель хочет купить, необходимо найти одну из десятичных дробей, представленных на шкале, которая больше 6,5 и меньше 7. Учитель может задать ученикам наводящие вопросы: «Сколько цифр стоит после запятой на показателе весов? Сколько нулей нужно добавить справа, чтобы после запятой в числе 6,5 было 3 цифры? Какие кольца имеют массу больше 6,500 граммов? Какое из этих колец имеет массу менее 7 граммов? Как это определить?» По ответам на вопросы определяется, может ли покупатель купить 3-е кольцо.

Изучение Сравнение десятичных дробей

Подчеркивается, что десятичная дробь с большей целой частью больше, а правило сравнения десятичных дробей при равенстве целых частей разъясняется ученикам на примере задания, приведенного в учебнике. При этом сравнение десятичных дробей обсуждается с учениками путем изображения десятичных дробей на числовой прямой. В это время обращают внимание на то, какая из данных двух десятичных дробей находится справа, а какая слева.



В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

https://www.abcya.com/games/comparing_number_values



С учениками обсуждается мнение о том, что «из двух десятичных дробей с равными целыми частями больше та, в которой цифр после запятой больше». Если есть пример, показывающий, что утверждение неверно, то это утверждение ложное. Ученики могут отметить, что больше не десятичная дробь с наибольшим количеством цифр после запятой, а то, что больше та десятичная дробь, у которой цифра соответствующего разряда наибольшая, а если количество цифр отличается, то они уравниваются и сравниваются путем добавления нулей. На примерах показано, что это мнение не всегда верно.

Например, они могут показать, что мнение неверно, сравнив числа 2,5 и 2,41; 5,21 и 5,117 и т.д.

1. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Данные десятичные дроби сравниваются.
2. В пустые клетки записываются такие числа, чтобы равенство было верным.

2,4~~9~~1 > 2,482

8,47~~0~~ < 8,472

2,~~9~~ > 2,801

1,405 > 1,4~~0~~

$\frac{78}{1000} < 0,0\del{8}$

8,47~~1~~ < 8,472

$\frac{78}{1000} < 0,0\del{9}$

Изучение Упорядочивание десятичных дробей

Правило упорядочивания десятичных дробей обсуждается с учениками, определив их расположение на числовой оси. На числовой оси число слева меньше, а число справа больше. Числа расположены в порядке возрастания.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.mathsisfun.com/numbers/ordering-game.php?m=Dec-Tricky>

https://www.softschools.com/math/ordering_numbers/ordering_decimals/

<https://www.sheppardsoftware.com/math/decimals/balloon-pop-ordering/>

3. Точки, соответствующие заданным числам на числовой оси, отмечены буквами. Определяется, какое число соответствует каждой букве. Десятичные числа располагаются в порядке убывания.

4. Числа упорядочиваются. Объяснение решения задания обсуждается с учениками.

5. Определяется, какое из заданных чисел лежит между числами 1,4 и 1,5.

6. Из данных десятичных дробей определяются те, что меньше 0,1 и больше 0,008.

К сведению учителя! Иногда ученики затрудняются найти, какие числа находятся между заданными 2-мя числами, изображать десятичные дроби с 3-мя цифрами после запятой на числовой оси. Ученикам можно дать задание подготовить числую ось, как показано на рисунке. Когда такие числовые оси заламинированы, ученики могут повторно использовать одну и ту же числовую ось. Ученикам можно дать задания на нахождение чисел, лежащих между двумя числами, изображая и сравнивая десятичные дроби на числовой оси.



Ученикам, испытывающим трудности с заданиями 5 и 6, следует предложить найти ответ, используя числовую ось.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики допускают различные ошибки при сравнении десятичных дробей.

1) Думать, что десятичная дробь с большим количеством цифр всегда наибольшая.

Например, сравнивая числа 0,39 и 0,4, отмечают, что 0,39 больше, потому что больше цифр. Можно ученикам напомнить, что следует приравнивать и сравнивать количество цифр после запятой, добавляя ноль в конце дробной части, и задать им сравнить десятичные дроби, изображая их на сотенном квадрате и числовой оси.

Должное

Бернхард

$$0.39 < 0.40$$

? Сравнивать, не учитывая ноль

Например, сравнивая числа 0,23 и 0,036, они сравнивают числа 23 и 36 и думают, что 0,036 больше, а десятичные дроби 21,4 и 21,04 равны. Ученикам можно предложить приравнять и сравнить количество цифр после запятой и попросить их определить, какую часть представляет каждая дробь и какая из этих частей больше, а какая меньше.

Должное

Верное

0,230 < 0,036

3) Предполагать, что десятичные дроби между 0 и 1 меньше нуля

Например, они думают, что $0,5$ меньше нуля. Спросив учеников, что больше: 0 или $0,5$, можно направить их найти ответ.

Должное

Верное

0 < 0,5

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске двух учеников, и один из учеников называет десятичную дробь. Другой ученик называет десятичную дробь, которая меньше этой десятичной дроби. По этому правилу каждый ученик последовательно находит 3 десятичные дроби и сравнивает их, записывая на доске.

Углубление. Учитель вызывает к доске двух учеников. На доске пишут по одной десятичной дроби для каждого ученика. Каждый ученик пишет десятичную дробь больше или меньше этой десятичной дроби. Он расставляет эти числа на доске в порядке возрастания или убывания, используя знак сравнения, и объясняет, как он нашел соответствующие числа.

Игра. На столы раскладывают рабочие листы, цветные кружки и 2 игральные кости. К каждому столу подходит 2 ученика и бросают игральные кости по очереди. 1-й ученик ставит желтый кружок, а 2-й ученик ставит зеленый кружок на число, которое находится на пересечении количества очков, выпавших на игральных костях. Ученик с большим числом в соответствующей ячейке записывает сравнение и берет один из цветных кружков. Если ученик возьмет быстрее всех 3 цветных кружка, он объявляется победителем.

	0,21	1,55	3,6409	2,7605	4,5	2,112	
	0,145	3,052	2,6277	2,01	3,623	2,562	
	3,0453	3,0898	4,069	3,7	3,56	2,543	
	1,27	4,6	5,4532	2,483	2,46	2,187	
	4,123	2,0162	1,709	2,091	0,871	2,232	
	3,109	3,57	2,656	2,304	2,59	2,256	

Скачать рабочий лист можно по ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1MBo0N1TKAjBC4YoD_nC6H9Ke95f3k0GT/view?usp=sharing

Решение задач

7. В задаче требуется найти число, задуманное Самиром.

Привлечение. Доска делится на три столбца. К доске вызываются 3 ученика, которые заполняют каждый столбец.

Числа, которые находятся
между числами 0,5 и 0,6

Числа, которые находятся между числами 3 и 4

Числа, которые находятся
между числами 2.1 и 2.18

Ученики называют последовательно числа согласно условию. Когда они называют каждое число, ученики, считающие, что это число соответствует условию, поднимают руки. Ученики, которые так не думают, не поднимают руки. Учитель может объяснить ошибки, выявляя учеников, которые допускают ошибки, и спрашивая их, почему они так думают. После того, как каждый ученик назовет 3 числа, учитель задает

классу вопросы: “Какое число имеет одинаковое число в разряде десятых и сотых? У какого числа сумма цифр в разряде единиц и сотых равна 8?” и т.д.

Решение задачи:

- Определяется, что у чисел, которые больше 2,647, но меньше 2,66, цифра в разряде сотых равна 4 или 5
- Определяется, что число, у которого цифры в разряде сотых и тысячных одинаковые, это 2,655.

Ответ: Самир задумал число 2,655.

Обсуждение. Можно проверить правильность ответа, написав все числа в заданном интервале.

8. В задаче требуется выяснить, как можно определить цифры.

Решение задачи:

- По условию жемчужины расположены от лёгкого к тяжелому. Определяются стертые цифры в числах, указывающих их вес.

4,209 г 4,218 г 4,219 г

Ответ: стертые цифры восстанавливаются на основании сравнения чисел в соответствующих разрядах. Масса 1-й жемчужины 4,209 грамма, масса 2-й жемчужины 4,218 грамма, а масса 3-й жемчужины 4,219 грамма.

Обсуждение. Проверив, что данные числа записаны в порядке возрастания, можно проверить правильность ответа.

Проект. Учителям можно дать задание исследовать и подготовить презентацию о птицах и насекомых с наименьшей массой, а также выразить массу некоторых из них в десятичных дробях и расположить их в порядке возрастания.

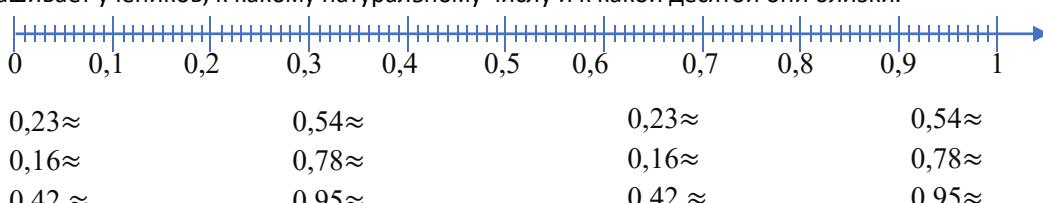
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Сравнивает десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Упорядочивает десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.3. Округление десятичных дробей

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.3. Округляет десятичные дроби.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">• Округляет десятичные дроби до десятых.• Округляет десятичные дроби до сотых.• Определяет ближайшее натуральное число к десятичной дроби.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, кубики, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/1473 https://video.edu.az/video/4159 https://youtu.be/P7ozJW8LSxw Задания: https://www.splashlearn.com/math/round-decimals-games https://numberdyslexia.com/8-fun-rounding-decimal-games-to-play-online/ https://www.sheppardsoftware.com/math/decimals/scooter-quest/rounding/

Побуждение. На доске рисуется числовая ось. Учитель записывает данные числа на числовой оси и спрашивает учеников, к какому натуральному числу и к какой десятой они близки.



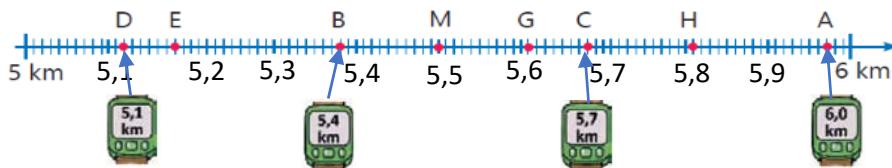
Учитель задает наводящие вопросы ученикам: “Как определить, к какому натуральному числу близко число? Какие числа ближе всего к нулю? Какие числа ближе всего к единице? Как это записать с помощью округления? Какие числа ближе всего к 0,2? Как это записать с помощью округления?” и т.д.

Ученики дают ответ и записывают его на доске.

Исследование-обсуждение

Чтобы определить среднюю точку между 5 км и 6 км, ученики находят точку на числовой оси, равноудаленную от обеих точек. Они определяют, что середина между числами 5 и 6 равна 5,5 и

соответствующая ей буква М. Обращая внимание на показатели шагомера, ученики определяют, какие точки соответствуют 5,4 км, 5,7 км, 5,1 км и 6 км.



Изучение Округление десятичных дробей

Иногда измерения или вычисления можно упростить, округлив десятичные дроби до определенного разряда, когда точное значение не требуется. Данные задания обсуждаются вместе с учениками. Ученикам сообщается, что округление десятичных дробей производится так же, как и в натуральных числах. Показываются несколько примеров заданий.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.math-play.com/rounding-decimals-game-1/rounding-decimals-game.html>

1. Определяются десятичные дроби, соответствующие точкам, отмеченным на числовой оси. Находится, к какому натуральному числу ближе всего эти десятичные дроби. Десятичные дроби 4,12 и 4,47 ближе к 4, а 4,6, 4,67, 4,88 и 4,92 ближе к 5.

К сведению учителя! Чтобы определить, какое натуральное число ближе к данной десятичной дроби, можно определить серединную точку на числовой оси. Целесообразно проинформировать учеников, что числа слева от этой точки ближе к натуральному числу слева, а число справа ближе к натуральному числу справа. В 1-м задании серединная точка между числами 4 и 5 равна 4,5. Можно сказать, что числа слева от 4,5 ближе к 4, а числа справа ближе к 5. Например, 4,12 ближе к 4, так как она левее 4,5.



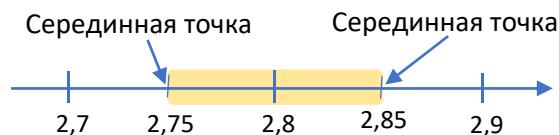
2. Данные десятичные дроби округляются до разряда десятых с помощью числовой оси. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Данные десятичные дроби изображают на числовой оси подобным образом и округляют до десятых.

3. Десятичные дроби округляются до заданного разряда. Решение и объяснение данных задач обсуждаются с учениками. Уместно спросить учеников, до какого разряда округляется каждая десятичная дробь.

4. Данные десятичные дроби округляются до указанных разрядов.

5. К каждому условию записываются 3 десятичные дроби.

К сведению учителя! Иногда ученики затрудняются записать десятичные дроби, равные заданному числу при округлении. Таких учеников можно направить на нахождение соответствующих чисел с помощью числовой оси. Например, для записи десятичных дробей, равных 2,8 при округлении до десятых, рисуется числовая ось, на которой отмечаются 2,7; 2,8; 2,9. Серединная точка между числами 2,7 и 2,8 и серединная точка между числами 2,8 и 2,9 отмечаются на этой числовой оси. В этом случае любое число, взятое между 2,75 и 2,85, считается равным 2,8 при округлении до десятых. Можно выбрать несколько десятичных дробей и показать ученикам, что они попадают в этот интервал.

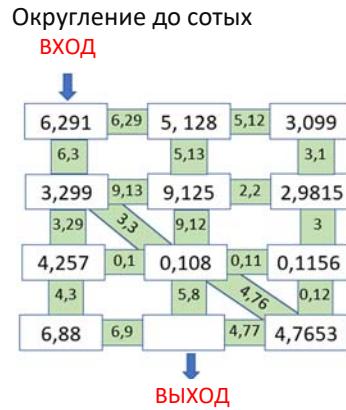


Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске двух учеников, называет им десятичные дроби и дает задание округлить их до определенного разряда. Ученики, округлив десятичные дроби записывают их на доске и проверяют правильность ответа путем округления на числовой оси.

Углубление. Учитель вызывает к доске двух учеников, называет им десятичные дроби 12,52; 2847; 20,2894 и т.д. и дает задание записать их на доске. Один из учеников определяет, до какого разряда следует округлить данную десятичную дробь, чтобы получить наименьшее возможное число, а другой — максимально возможное число, и объясняет, как он нашел это.

Игра. В случайном порядке выбирают 4 учеников. Ученикам раздаются рабочие листы с игрой на округление до десятых. По правилам игры ученики по двое должны округлить числа, начиная с числа во входе, за заданное время и прийти к выходу, продолжая в направлении полученного ответа. Пройденный путь можно обозначить цветным карандашом. Первый ученик, правильно выполнивший задание, становится победителем 1-го этапа. На 2-м этапе ученикам, ставшим победителями 1-го этапа, раздается рабочий лист с игрой на округление до сотых. Первый ученик, правильно выполнивший задание, объявляется победителем игры.



Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1bbHTsuuAge7oXc1wnS-lAqWEhGWE-bNP/view?usp=sharing>

Решение задач

6. В задаче требуется выяснить, какую десятичную дробь задумала Лала.

Привлечение. Карточки с цифрами от 0 до 9 кладутся на стол. К доске вызывают двух учеников. Каждый ученик выбирает 4 карточки. Учитель сообщает каждому ученику числа, полученные округлением до десятых, сотых, единиц, и дает задание составить возможные числа, используя заданные цифры. Ученики пишут на доске несколько десятичных дробей, используя выбранные цифры.

Рисуется подходящая схема.



Решение задачи:

- Определяется, что в разряде единиц цифра ноль, а в разряде десятых – 7. Ставится запятая.



- Отмечается, что цифры 4 и 5 будут в разряде сотых и тысячных.

- Если в разряде сотых цифра 4, то при округлении до десятых получится 0,7, а если в разряде сотых цифра

5, то при округлении получится 0,8.



- В разряд тысячных записывается цифра 4.



Ответ: Лала задумала число 0,754.

Обсуждение. Число, которое задумала Лала, округляется до десятых.

7. Требуется проверить, верно ли мнение Самира.

Решение задачи:

- При округлении 0,449 до десятых отмечается, что вместо 0,4 получается 0,5. Поэтому ответ, полученный при округлении десятичной дроби сначала до сотых, а затем до десятых, не всегда равен ответу, полученному при округлении десятичной дроби до десятых.

Ответ: мнение Самира не верно.

Обсуждение. На нескольких дополнительных примерах можно показать, что мнение не верное.

8. Требуется выяснить при округлении до какого разряда вес двух птиц будет одинаковым, а при округлении до какого разряда вес трех птиц будет одинаковым.

Решение задачи:

- Определяется, что если массу птиц округлить до десятых, то получается, что массы двух птиц равны.

$$1,857 \text{ г} \approx 1,9 \text{ г} \quad 1,915 \text{ г} \approx 1,9 \text{ г}$$

- Определяется, что если массу птиц округлить до единиц, то получается, что массы трех птиц равны.
 $1,857 \text{ г} \approx 2 \text{ г}$ $2,065 \text{ г} \approx 2 \text{ г}$ $1,915 \text{ г} \approx 2 \text{ г}$

Ответ: если массы птиц округлить до десятых, у двух будет одинаковая масса, а если округлить до единиц, то у трех будет одинаковая масса.

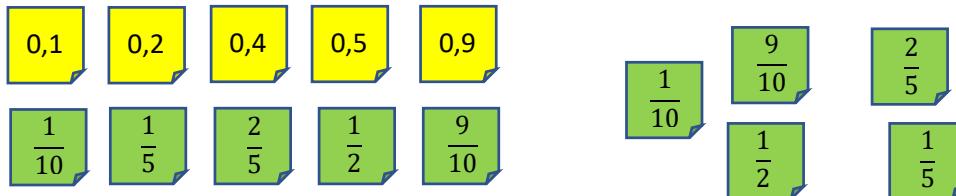
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Округляет десятичные дроби до десятых.	Рабочие листы, учебник, РТ
Округляет десятичные дроби до сотых.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет ближайшее к десятичной дроби натуральное число.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.4. Перевод обыкновенной дроби в десятичную и наоборот

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Преобразует обыкновенные дроби и смешанные числа в десятичные дроби. • Переводит десятичную дробь в обыкновенную дробь.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Круги, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/1749 https://video.edu.az/video/8959 https://video.edu.az/video/8831 https://video.edu.az/video/8959 https://video.edu.az/video/9915 https://video.edu.az/video/1888 Задания: https://www.rapidtables.com/convert/number/fraction-to-decimal.html https://www.abcyu.com/games/fractions_to_decimals

Побуждение. Учитель наклеивает на доску стикеры с десятичными дробями в ряд, а стикеры с обыкновенными дробями, равными этим десятичным дробям, лежат в перемешку. Учащимся предлагается найти и наклеить соответствующую обыкновенную дробь рядом с каждой десятичной дробью, написанной на стикере.



Задание можно выполнить методом мозгового штурма. Учитель задает наводящие вопросы ученикам:

– Как записать десятичную дробь в виде обыкновенной дроби? Какое число будет записано в знаменателе, если десятичную дробь 0,1 выразить в виде обыкновенной дроби? Можно ли сократить эту обыкновенную дробь? Какую десятичную дробь можно сократить, если записать ее в виде обыкновенной дроби? Учащихся просят быстро и коротко ответить на вопросы. Каждая десятичная дробь записывается как обыкновенная дробь и по возможности сокращается. Соответствующая дробь записывается под десятичной. Учитель также может задать ученикам вопросы о том, как можно найти десятичную дробь, соответствующую обыкновенной дроби: “Каким числам может быть равен знаменатель обыкновенной дроби, можно ли их записать в виде десятичной дроби? Как записать данные дроби в виде дроби со знаменателем, равным 10?”

Исследование-обсуждение

В задании ученики должны определить, какую из упаковок возьмет покупатель. Это можно сделать несколькими способами. Данная масса выражается в граммах. $\frac{3}{4} \text{ кг} = 0,750 \text{ кг}$. По тому же правилу и массы на данных весах выражаются в граммах. При этом ученики могут сказать, что $\frac{3}{4} \text{ кг}$ равны 0,750 кг. При этом учитель может спросить у учеников, какими еще способами можно определить равенство заданных масс. Учащиеся также могут сказать, что это можно сделать, используя перевод обыкновенных дробей в десятичные и десятичные дроби в обыкновенные. С помощью этого правила ученики могут выразить обыкновенную дробь, данную учителем, в виде десятичной дроби.

Изучение Перевод из обыкновенной дроби и смешанного числа в десятичную дробь

Учителям сообщается, что, умножая числитель и знаменатель обыкновенной дроби на одно и то же число, можно записать ее в виде дроби со степенью 10 в знаменателе и полученную дробь представить в виде десятичной дроби. Пример обсуждается с учениками. Правильность ответа также проверяется изображением на числовой оси. По этому же правилу с учениками обсуждается и правило записи смешанного числа в виде десятичной дроби. При записи смешанного числа в виде десятичной дроби ученикам сообщается, что при отделении целой части преобразование производится по правилу преобразования обыкновенной дроби в десятичную дробь, а целая и дробная части складываются. Правильность ответа на числовой оси обсуждается с учениками.



Подумай!

Спрашивается, как преобразовать неправильную дробь в десятичную. Например, дробь $\frac{15}{4}$ переводится в десятичную дробь. Здесь ученики могут сказать, что неправильная дробь тоже является обыкновенной дробью, что обыкновенная дробь по правилу преобразуется в десятичную дробь, и по этому же правилу, записав неправильную дробь в виде смешанного числа, они определяют ответ, используя правило преобразования смешанного числа в десятичную дробь.

Ложные представления, возникающие у учеников. Так как ученики легко дополняют знаменатель нескратимых дробей со знаменателем от 2 и от 5 до 10, у них не возникает затруднений при переводе таких дробей в десятичные дроби. Однако они сталкиваются с трудностями, пытаясь дополнить дроби со знаменателем 4, 8 и 25 до 10. Таким ученикам можно напомнить, что можно записать знаменатель десятичной дроби, дополнив его не только до 10, но и до 100, 1000 и т.д. Целесообразно дать ученикам задания на выражение дроби в виде десятичной дроби путем дополнения знаменателя до 100, если знаменатель дроби равен 4,25 или 50, до 1 000, если знаменатель дроби равен 8,125 или 200. Ученики, усвоившие это правило, правильно определяют в дальнейшем, нужно ли дополнять знаменатели до 10, 100 или 1000.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.sheppardsoftware.com/math/fractions/convert-to-decimals-game/>

https://www.mathplayground.com/ASB_Puppy_Chase_Decimals.html

Задания

2. Деление записывается в виде обыкновенной дроби, она переводится в десятичную дробь.

3. Учителям сообщают, что иногда после сокращения обыкновенной дроби, а затем умножения числителя и знаменателя на одно и то же число в знаменателе получается степень числа 10. Сначала данные дроби сокращаются, а затем записываются в виде десятичных дробей.

4. Чтобы проверить, верно ли равенство, находятся числа, соответствующие пустым клеткам.

Изучение Перевод десятичной дроби в обыкновенную дробь

Учителям объясняется правило преобразования десятичной дроби в обыкновенную. Десятичные числа записываются как обыкновенные дроби или смешанные числа. Затем, по возможности, дробь сокращается. Обсуждается пример.

5. Решение и пояснение задания обсуждается с учениками. Десятичная дробь преобразуется в обыкновенную дробь или смешанное число. Дробная часть сокращается.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.splashlearn.com/math/convert-decimals-to-fractions-games>

<https://wordwall.net/resource/201970/math/decimals-to-fractions>

К сведению учителя! Иногда ученики не обращают внимания на количество цифр после запятой при записи десятичных дробей в виде обыкновенных дробей. В 1-й теме раздела ученики выполнили задания, связанные с этим. В 7-м, 8-м и 9-м заданиях целесообразно обратить внимание на учеников, допускающих такие ошибки, и организовать работу над ошибками.

6. Десятичные дроби переводятся в обыкновенные, и определяют числа, соответствующие пустым клеткам, дроби по возможности сокращают.

$$0,19 = \frac{\boxed{19}}{100}$$

$$0,07 = \frac{\boxed{7}}{100}$$

$$0,25 = \frac{\boxed{25}}{100} = \frac{1}{\boxed{4}}$$

$$3,125 = 3 \frac{\boxed{125}}{1000} = 3 \frac{1}{\boxed{8}}$$

7. Требуется выявить ошибки Самира при выражении числа, написанного на доске, в виде неправильной дроби. Определив ошибку, записывается правильное решение.

10. Ученики могут упорядочить данные числа, записав их в виде десятичных дробей или обыкновенных дробей.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель вызывает к доске нескольких учеников, записывает обыкновенные дроби в 1 столбик, десятичные дроби во 2-й, а ученики выполняют по 1 заданию из каждого столбца по очереди.

Углубление. Учитель вызывает к доске двух учеников, записывает на доске несколько примеров на перевод из обыкновенных дробей в десятичные дроби и наоборот и предлагает ученикам найти ошибки.

Ученики находят ошибки и записывают их на листе. Затем ученики по очереди называют и объясняют найденные ошибки.

Игра. Обыкновенные дроби и равные им десятичные дроби записываются на карточках и кладутся на стол лицевой стороной вниз. Открываются 2 карты, если дроби на этих картах равны, они откладываются и из оставшихся карт открываются 2 карты. Если дроби на картах не равны, карты остаются в игре, их заново кладут лицевой стороной вниз на то место, где они были открыты, и игра продолжается. Победителем объявляется та команда, которая быстрее всех правильно сгруппирует карточки. Равенство для каждой группировки записывается на доске и обсуждается.

Рабочий лист можно скачать по ссылке:

https://drive.google.com/file/d/13MzRMa-mq-9a-aJLh_xFoEr9BWBo77Wn/view?usp=sharing

В технически оснащенных классах ученики могут поэтапно играть в подобные интерактивные игры:

<https://www.turtlediary.com/game/decimals-and-fractions.html>

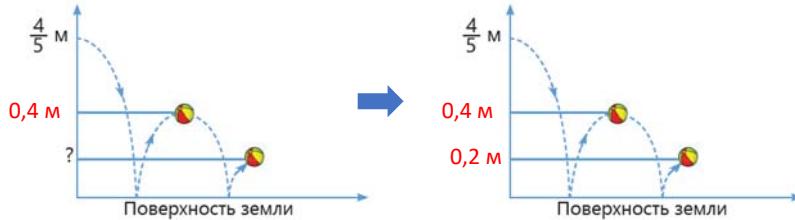
Решение задач

11. В задаче требуется найти, на какую высоту подпрыгнет мяч после того, как второй раз ударится о землю.

Привлечение. На уроке можно создать ситуацию по условию задачи. Учитель вызывает одного из учеников к доске. Как и в задании, он дает указание ударить по мячу 1 раз. Другие ученики наблюдают за ситуацией. В это время ученики наблюдают разницу между высотой мяча при первом ударе о землю и высотой с каждым разом становится меньше. На основании этого ученики могут решить поставленную задачу.

Решение задачи:

- Определяется высота мяча, брошенного горизонтально, после удара о землю. $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{10} = 0,4 \text{ м.}$
- Определяется, на какую высоту этот мяч поднялся после второго удара о землю. $\frac{4}{10} : 2 = \frac{2}{10} \text{ м} = 0,2 \text{ м.}$



Ответ: после второго удара мяча о землю он поднимется на высоту 0,2 м.

12. В задаче требуется установить соответствие между емкостями и продуктами.

Решение задачи:

- Массу каждого продукта вместе с емкостью находят путем сложения обыкновенных дробей и выражают в виде десятичной дроби. По показателям весов определяют, в какой емкости какой продукт.

$$\text{Фасоль: } 1\frac{3}{4} + \frac{1}{10} = 1,85 \text{ м. (2)} \quad \text{Горох: } \frac{27}{20} + \frac{1}{10} = 1,45 \text{ м. (3)} \quad \text{Рис: } 1\frac{11}{20} + \frac{1}{10} = 1,65 \text{ м. (1)}$$

Ответ: в 1-й емкости рис, во 2-й – фасоль, а в 3-й – горох.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Преобразует обыкновенные дроби и смешанные числа в десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Переводит десятичную дробь в обыкновенную дробь.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.5. Сложение и вычитание десятичных дробей

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Складывает десятичные дроби. • Вычитает десятичные дроби.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Прямоугольники, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/1068 https://video.edu.az/video/1112 Задания: https://www.math-play.com/subtracting-decimals-basketball-game/ subtracting-decimals-basketball-game_html5.html https://www.mathplayground.com/ASB_Hungry_Puppies_Decimals.html https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/292/Montys_Maths_Wall

Побуждение. Учитель наклеивает на доску стикеры с примерами на сложение и вычитание. Ученикам предлагается выразить сумму или разность в манатах.

$$30 \text{ гяп.} + 20 \text{ гяп.} =$$

$$30 \text{ гяп.} + 20 \text{ гяп.} =$$

$$50 \text{ гяп.} + 50 \text{ гяп.} =$$

$$50 \text{ гяп.} + 50 \text{ гяп.} =$$

$$80 \text{ гяп.} + 40 \text{ гяп.} =$$

$$80 \text{ гяп.} + 40 \text{ гяп.} =$$

$$70 \text{ гяп.} - 10 \text{ гяп.} =$$

$$70 \text{ гяп.} - 10 \text{ гяп.} =$$

$$1 \text{ ман.} - 30 \text{ гяп.} =$$

$$1 \text{ ман.} - 30 \text{ гяп.} =$$

$$1 \text{ ман.} 20 \text{ гяп.} - 50 \text{ гяп.} =$$

$$1 \text{ ман.} 20 \text{ гяп.} - 50 \text{ гяп.} =$$

Учитель задает наводящие вопросы ученикам: «Какими способами можно выразить сумму в манатах?» Ученики могут сказать «сначала сложив в гяпиках, а потом выразив сумму в манатах», или «сначала выразив данные суммы в манатах, а потом сложив». В обоих случаях то, как был найден ответ, обсуждается с классом. Примеры нахождения разности выполняются аналогичным образом.

Исследование-обсуждение

В задании требуется выяснить, сколько манатов кассир должен вернуть Лале.

Для этого ученики обращают внимание на цены, указанные на рисунке. В 4-м классе ученики научились выполнять вычисления с деньгами, выраженнымными в манатах и гяпиках. Чтобы найти сумму цен, нужно сложить 3 маната 60 гяпиков и 4 маната 80 гяпиков. Полученный ответ, то есть 8 манатов 40 гяпиков, вычитается из 10 манатов. По этим правилам определяется, что кассир вернет Ляле 1 манат 60 гяпиков, то есть 1,60 манатов.



Изучение Сложение десятичных дробей

Отмечается, что для того, чтобы сложить две десятичные дроби в столбик, нужно также как, и натуральные числа, записать цифры соответствующих разрядов и запятые друг под другом. Затем сложить, начиная с самого правого разряда. Если результат сложения по разрядам равен или больше 10, то к левому разряду прибавляется 1. Поэтапно разъясняется и обсуждается решение данного примера.



Запомни!

Для нахождения суммы десятичных дробей цифры соответствующих разрядов записываются друг под другом, подчеркивается, что, если количество цифр после запятой не равно, оно уравнивается путем прибавления нулей. После этого сложение производится как натуральные числа без учета запятой, а затем запятая ставится под запятыми.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://mrnussbaum.com/fun-adding-decimals-games-from-computermice>

Ложные представления, возникающие у учеников. Когда количество цифр

после запятой разное, ученики пытаются записать числа как в натуральных числах при сложении, и делают ошибки, потому что не обращают внимания на запятую. Таким ученикам можно дать задание сосредоточить внимание на рубрике «Запомни!» и в то же время проверить правдоподобность ответа, найдя приближенный ответ. Например, при написании чисел 2,204 + 2,1,

Ложное	Верное
$ \begin{array}{r} 2,204 \\ + 2,1 \\ \hline 2,225 \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2,204 \\ + 2,1 \\ \hline 4,304 \end{array} $

не обращая внимания на запятые, ученики могут получить ответ 2,225. Поскольку каждое слагаемое приблизительно равно 2, можно подчеркнуть, что в сумме будет приблизительно 4. Это означает, что сумма 2,225 не правдоподобна. Учеников можно попросить пересчитать и найти сумму.

Задания

3. Сначала сумма предполагается, округлив слагаемые до единиц, а затем вычисляется точно.
5. Сравнивается, сначала предположив, а затем вычислив точно.

Изучение Вычитание десятичных дробей

Если число цифр после запятой не равно при вычитании двух десятичных дробей, отмечают, что они уравниваются путем прибавления нулей, а затем вычитание производят по общему правилу. Решение данного задания, правило вычитания в столбик по шагам, приведенным в таблице разрядов, обсуждаются с учениками.



Подумай!

Учениками обсуждается, как можно вычесть десятичные дроби по правилу вычитания натуральных чисел. Как и в сложении десятичных дробей, отмечается, что можно использовать для вычитания правило вычитания натуральных чисел, но сначала уравнять количество цифр после запятой, затем вычесть по правилу вычитания натуральных чисел, и, наконец, поставить запятую под запятыми. Идея обосновывается на нескольких примерах.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://mrnussbaum.com/fun-subtracting-decimals-games-from-computermice>

Ложные представления, возникающие у учеников. Когда количество цифр

после запятой разное, ученики пытаются записать числа как в натуральных числах при вычитании, и делают ошибки, потому что не обращают внимания на запятую. Таким ученикам можно дать задание сосредоточить внимание на рубрике "Запомни!" и в то же время проверить правдоподобность ответа, найдя приблизительный ответ. Например, при записи чисел 5,625 - 3,1 не обращая внимания на запятые, ученики могут получить ответ 5,594. Можно подчеркнуть, что разность будет примерно равна 2, так как уменьшаемое приблизительно равно 5, а вычитаемое 3. Это означает, что разность 5,594 не правдоподобна. Ученикам можно предложить пересчитать и найти разность.

8. Разность предполагается, округлив десятичные дроби до единиц, а затем вычисляется точно.

К сведению учителя! Нахождение суммы или разности путем округления десятичных дробей до определенного разряда дает ученикам возможность проверить правдоподобие точного ответа. Важно проверить, правдоподобен ответ или нет, чтобы устранить вышеперечисленные ложные представления, возникающие у учеников. Рекомендуется помочь ученикам выявить свои ошибки, попросив их проверить ответ путем предположения ответа.

9. Обыкновенные дроби записывают как десятичные дроби и находят разность.

10. Выполняется вычисление.

К сведению учителя! В 10-м задании обыкновенные дроби даны в нескольких местах. Ученики знакомы с правилом перевода обыкновенных дробей в десятичные. По этому правилу обыкновенные дроби записывают в виде десятичных дробей, а затем находят сумму или разность. Выявление учеников, испытывающих затруднения при решении таких задач, и организация работы над их ошибками важно для подготовки их к следующим урокам.

В технически оснащенных классах можно использовать подобный учебный материал:

<https://video.edu.az/video/1129>

13. Ученики решают уравнения, находя неизвестное или используя методы баланса.

К сведению учителя! Иногда ученики делают ошибки при решении уравнений, заданных обыкновенными и десятичными дробями несмотря на то, что они могут решать простые уравнения, заданные натуральными числами. Проверка ответов при решении уравнений дает ученикам возможность самостоятельно обнаруживать свои ошибки. В 13-м задании уместно попросить учеников проверить правильность ответа.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Ученики делятся на пары. Каждый ученик называет десятичную дробь. Ученики записывают эти числа. Один из них находит сумму этих чисел, а другой находит разность. Затем каждый ученик

Ложное	Верное
$\begin{array}{r} 5,625 \\ - 3,1 \\ \hline 3,1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5,625 \\ - 3,1 \\ \hline 2,525 \end{array}$
5,594	

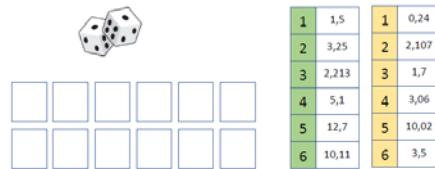
проверяет правильность примера, написанного его другом. Ученики объясняют, как они решили оба примера.

Углубление. Ученики делятся на пары. Один из учеников называет десятичную дробь. Учитель предлагает другому ученику назвать десятичные дроби в зависимости от различных условий. Например, десятичная дробь, которую назвал 1-й ученик, меньше или больше десятичной дроби, с тремя цифрами после запятой и т.д. Ученики записывают эти числа. Один из них находит сумму этих чисел, а другой находит разность. Затем каждый ученик проверяет, правдоподобен ли ответ, написанный его другом. Ученики объясняют, как они решили оба примера.

Командная игра. Класс делится на группы. Каждой группедается рабочий лист и 2 игральные кости. Бросаются игральные кости. Находятся сумма и разность десятичных дробей, написанных перед числами, соответствующими количеству очков, выпавших на верхней грани каждого кубика. С помощью этого правила можно выбрать пару чисел до 6 раз и написать подходящие примеры. Каждый правильный пример, написанный в течение заданного времени, оценивается в 1 балл. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем. Некоторые из примеров записываются на доске и обсуждаются.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1rfVYyCpN874Oojni74AdsVHs_MUkkXwm/view?usp=sharing



Решение задач

15. В задаче требуется выяснить, сколько метров забора можно построить.

Привлечение. Учитель предлагает ученикам осмотреть класс и задает им вопросы. Если предположим, что ширина классной комнаты примерно 9 м, а длина 5 м, а ширина двери 0,9 м, как можно найти длину плинтуса, уложенного по краям комнаты? С помощью метода мозгового штурма ученикам предлагается озвучить первые пришедшие им на ум ответы. Мнения учеников выслушиваются. Ответы обсуждаются путем рисования подходящей схемы на доске.

Решение задачи:

- Вычисляется периметр сада прямоугольной формы. $12,4 + 12,4 + 3,8 + 3,8 = 32,4$ (м)
- Чтобы найти длину забора, из периметра сада вычитается ширина двери. $32,4 - 3,6 = 28,8$ (м)

Ответ: вокруг сада требуется построить забор длиной 28,8 м.

Обсуждение. Обсуждаются методы решения учеников, которые решают задачу разными способами.

16. В задаче требуется определить, сколько сантиметров проволоки использовал Самир.

Решение задачи:

- Находится длина 2-й стороны треугольника. $20,7 + 8 = 28,7$ (см)
- Находится длина 3-й стороны треугольника. $20,7 + 28,7 - 10,8 = 38,6$ (см)

Вычисляется периметр треугольника. $20,7 + 28,7 + 38,6 = 88$ (см).

Ответ: Самир использовал 88,2 см проволоки.

17. В задаче требуется найти, сколько молока в каждом бидоне.

Решение задачи:

$$\begin{array}{l} \text{1-й бидон: } \boxed{} \\ \text{2-й бидон: } \boxed{} + 2,8 \text{ л} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 14,8 - 2,8 = 12 \text{ (л)} \\ 12 : 2 = 6 \text{ (л)} \end{array} \right\} 14,8 \text{ л} \quad \begin{array}{l} \text{1-й бидон: } \boxed{6 \text{ л}} \\ \text{2-й бидон: } \boxed{6 \text{ л}} + 2,8 \text{ л} = 8,8 \text{ л} \end{array}$$

Ответ: в одном бидоне 6 л, а в другом 8,8 л молока.

Обсуждение. Сложив количество молока в каждом бидоне, получив в 2 бидонах всего 14,8 л молока, и найдя разность молока в бидонах, можно показать, что в одном из бидонов молока на 2,8 л больше, чем в другом.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Складывает десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычитает десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ

ЗАДАЧИ И ПРИМЕРЫ

На предыдущих уроках ученики познакомились с десятичными дробями, связью между разрядными единицами в десятичных дробях, сравнением и упорядочением десятичных дробей, округлением десятичных дробей, преобразованием обыкновенной дроби в десятичную дробь, преобразованием десятичной дроби в обыкновенную дробь, сложением и вычитанием десятичных дробей. На этом уроке ученики будут решать различные задачи и примеры, чтобы закрепить изученные ими правила, связанные с десятичными дробями.

Игра «Четыре числа». Класс делится на группы и раздаются рабочие листы. Карточки с примерами перемешиваются и кладутся на стол лицевой стороной вниз. Каждый ученик в группе выбирает и решает пример и раскрашивает прямоугольник с правильным ответом. Каждый ученик решивший пример, выбирает следующую карточку и решает соответствующий пример. Команда, которая быстрее всех закрасит 4 квадрата в одном столбце или в одном ряду, объявляется победителем.

Образец рабочего листа можно скачать по этой ссылке.

<https://drive.google.com/file/d/1maRQOx-tJtgsnhMAmtp0T6r4c2OPl7Ob/view?usp=sharing>

В игру также можно играть парами, используя цветные круги. К доске вызываются 2 ученика. Одному из учеников дается красный кружок, а другому — синий. Примеры разложены на столе. Каждый ученик выбирает пример, решает его и ставит кружок в соответствующую клетку. Ученики с хорошими навыками угадывания имеют больше шансов выиграть игру с этим правилом. Угадывая, ученики могут быстрее определить, в каком примере сумма или разность будут равны числам, которые могут располагаться в столбце или строке. Они могут проверить правильность своих ответов, решая примеры и ставя кружочки в соответствующие квадратики. Игрок с 4 кругами в одном столбце или строке объявляется победителем.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

http://www.math-play.com/Decimals-Jeopardy/decimals-jeopardy-game_html5.html

<https://www.iknowit.com/lessons/e-addition-subtraction-decimals.html>

<https://www.mathmammoth.com/practice/mystery-picture-decimals>

<https://www.mathplayground.com/super-math-puzzles-triangle-sums-decimals.html>

<https://www.mathplayground.com/super-math-puzzles-pyramid-decimals.html>

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ

5. Сумма или разность десятичных дробей предполагается, округлив их до единиц, а затем вычисляется точно.

$$43,91 + 36,32 \approx 44 + 36 = 80$$

$$43,91 + 36,32 = 80,23$$

$$87,23 - 38,94 \approx 87 - 39 = 48$$

$$87,23 - 38,94 = 48,29$$

6. Закономерность определяется, записываются следующие два числа.

К сведению учителя! В пунктах а) и б) 6-го задания можно определить, расположены ли числа в порядке возрастания или убывания, и соответственно, как определяется каждое следующее число. Однако, поскольку в пункте в) даны десятичные и обыкновенные дроби, необходимо сначала выразить числа либо десятичными дробями, либо обыкновенными дробями, а затем продолжить определение закономерности. Целесообразно предложить ученикам, испытывающим затруднения при выполнении задания, выражать числа либо десятичными, либо обыкновенными дробями.

7. Числа, написанные на карточках, располагаются в порядке возрастания путем уравнивания количества цифр после запятой, либо путем сравнения цифр в соответствующих разрядах, и определяется, что полученное слово — это слово ЕВКЛИД.

3 – 1,75	1,46 + 3,54
1,73 + 0,83	5,31 – 4,4
2,73 – 2,68	1,89 + 2,99
1,68 + 1,05	3,74 – 2,7
14 – 7,1	1,44 + 5,8
2,28 + 2,62	12,14 – 4,9
6,11 – 1,21	5,27 + 0,35
0,983 + 0,3	10,1 – 2,09
3,105 – 2,8	2,68 + 3,72
5,91 + 4,89	18,13 – 15,7

8. Чтобы определить среди данных десятичных дробей те, которые больше $\frac{1}{2}$, но меньше $\frac{3}{4}$, дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{4}$ переводятся в десятичные. $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{3}{4} = 0,75$. Определяются десятичные дроби, которые больше 0,5, но меньше 0,75, и располагаются в порядке возрастания. 0,505; 0,563; 0,63; 0,7.

15. Соответствующие уравнения записываются и решаются.

К сведению учителя! В дальнейшем ученики научатся составлять и решать относительно сложные уравнения, соответствующие заданному выражению. Выявив учеников, у которых слабо развит навык составления простых уравнений по выражению, целесообразно совершенствовать этот навык аналогичными заданиями.

16. В задаче требуется определить, какая часть длиннее: отрезанная или оставшаяся.

Решение задачи:

- Определяется оставшаяся часть. $16,25 - 7,8 = 8,45$ (м)
 - Сравниваются отрезанная и оставшаяся части. $7,8 < 8,45$.

16,25 M

Ответ: оставшаяся часть длиннее отрезанной части.

18. Требуется определить победителя соревнования по сумме результатов.

Решение задачи:

- Вычисляется и сравнивается результат каждого ученика

Сабина: $3.17 + 2.85 + 2.48 = 8.5$ (м) Айнур: $3.58 + 2.4 + 2.06 = 8.04$ (м) Дада: $3.32 + 2.6 + 2.35 = 8.27$ (м)

$$8.04 < 8.27 < 8.5$$

Ответ: победительницей соревнования по сумме результатов стала Сабина

19. Требуется найти сколько килограммов картофеля в четырех мешках

Привлечение. Учитель вызывает к доске 4 учеников. Он дает одному из учеников задание назвать число и каждому следующему ученику называть число на 2 единицы больше этого числа. Согласно этому правилу, сначала определяются и записываются на доске числа, которые назовут ученики. Затем находится сумма чисел, названных учениками.

Решение задачи

- Находится сколько картошки в каждом мешке

2- й мешок: $6\ 2 + 1\ 7 = 7\ 9$ (кг) 4- й мешок: $9\ 6 + 1\ 7 = 11\ 3$ (кг)

- Находится сколько всего килограммов картофеля в четырех мешках

$$6.2 + 7.9 + 9.6 + 11.3 = 35 \text{ (kg)}$$

Ответ: В четырех мешках 35 кг картофеля

30. В задаче требуется найти вес слова

Решение задачи:

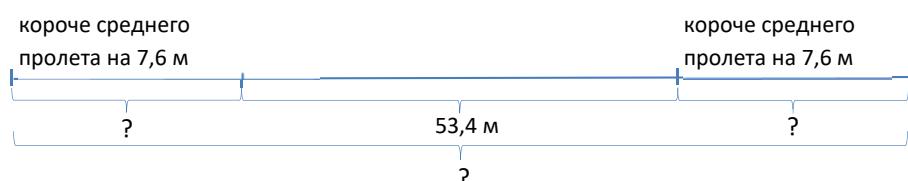
- Находится вес бегемота. $0,65 + 2,8 = 3,45$ (т)
 - Находится вес слона. $7,9 - 3,45 = 4,45$ (т)

Ответ: слон весит 4,45 т.

21. В задаче требуется найти длину моста

Привлечение. Учитель берет ленту, складывает ее с 2 краев, показывает ученикам и говорит: Длина средней части ленты 30 см, а длина каждой из крайних частей короче на 8 см. Для того чтобы найти общую длину ленты, учитель задает ученикам наводящие вопросы: “Как найти длину крайних частей ленты? Сколько сантиметров составляет общая длина ленты?”

Рисуется схема для решения задачи.



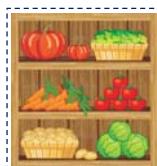
Решение задачи:

- Находятся длины каждого из крайних пролетов. $53,4 - 7,6 = 45,8$ (м)
- Находится длина моста. $45,8 + 53,4 + 45,8 = 145$ (м)

Ответ: общая длина моста 145 метров.

Обсуждение. Обсуждаются методы решения учеников, которые решают задачу иными способами.

Проект. Ученикам можно раздать разные картинки и дать задание составить и решить задачи, из повседневной жизни, связанные со сложением и вычитанием десятичных дробей, подготовить презентацию. Ученикам можно привести примеры нескольких ситуаций. Например, подсчет стоимости блюд при заказе из меню, вычисление общей массы по массам при покупках, вычисление высоты комнатного растения по мере его роста и т.д.



ТЕМА 3.6. Умножение и деление десятичных дробей на степени числа 10

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">• Умножает десятичные дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.)• Делит десятичные дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.)
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, линейка
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/1158 https://video.edu.az/video/1238 Задания: https://www.mathgames.com/skill/6.42-multiply-decimals-with-numbers-up-to-100 https://toytheater.com/place-value-move/ http://www.math-play.com/Multiplying-Decimals-Basketball-Game_html5.html

Побуждение. Учитель записывает на доске примеры умножения и деления на степени 10. Он спрашивает у учеников ответ каждого примера.

$$300 \cdot 10 = \quad 200 \cdot 100 = \quad 300 : 10 = \quad 200 : 100 =$$

$$30 \cdot 10 = \quad 20 \cdot 100 = \quad 30 : 10 = \quad 20 : 100 =$$

$$3 \cdot 10 = \quad 2 \cdot 100 = \quad 3 : 10 = \quad 2 : 100 =$$

$$0,3 \cdot 10 = \quad 0,2 \cdot 100 = \quad 0,3 : 10 = \quad 0,2 : 100 =$$

Для того чтобы найти ответы на примеры, последней строки, учитель задает ученикам наводящие вопросы:

— Как найти ответы на примеры последней строки, выражая десятичные дроби обыкновенными дробями? Какая связь между ответами в каждом столбце и первым множителем (или делимым)? Как можно определить ответы примеров последней строки на основе этого шаблона?

Когда ученики найдут ответы каждого примера, они увидят, что запятая, в зависимости от количества нулей в степенях 10, перемещается вправо при умножении и влево при делении.

Исследование-обсуждение

Отмечается, что емкость бидонов 7,5 л. Сколько литров молока можно налить в 10 таких бидонов, можно узнать несколькими способами. Учитель может направлять учеников, задавая наводящие вопросы.

— Как найти ответ повторным сложением? Как найти ответ, представив десятичную дробь в виде обыкновенной? Какая связь между полученным числом и 7,5, как изменилось место запятой?

Определив, что для наполнения 10 бидонов требуется 75 литров молока, ученики могут дать разные ответы, чтобы найти количество молока, необходимое для наполнения 100 бидонов. Например, если 10 бидонов вмещают 75 л, то 100 бидонов вмещают 750 л. Ответ можно найти, умножив десятичную дробь 7,5 на 100. Как определить полученное число по закономерности? И т.д.

Отмечается, что из 1 бидона молока можно приготовить 10 банок гатыга. Для того чтобы определить, сколько литров гатыга в каждой банке, ученикам можно задать наводящие вопросы: — Как найти ответ,

представив десятичную дробь в виде обыкновенной? Какая связь между полученным числом и 7,5, как изменилось место запятой? Как с помощью этого правила найти, сколько литров молока в 100 таких бидонах? Как определить число, полученное при делении 7,5 на 10 по этому правилу? Обобщив ответы, уместно подчеркнуть, что запятая переносится вправо при умножении ответов на 10 и 100, и влево при делении на 10.

Изучение Умножение десятичной дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.)

С учениками обсуждается правило умножения десятичных дробей на степени числа 10. При умножении десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т.д. отмечают, что запятая переносится вправо на количество нулей в множителе. Пример задания обсуждается с классом.



Подумай!

С учениками обсуждается, как найти ответ, используя обыкновенные дроби в данных произведениях. Подходящие примеры можно записать на доске и решить.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.splashlearn.com/s/math-games/multiply-the-decimal-numbers-by-a-power-of-10>

К сведению учителя! В учебнике то, что произведения $0,1 \cdot 10$; $0,01 \cdot 100$; $0,001 \cdot 1000$ равны 1, показано с помощью повторного сложения.

$$0,1 \cdot 10 = 0,1 + \underbrace{\dots + 0,1}_{10} = 1$$

$$0,1 \cdot 100 = 0,1 + \underbrace{\dots + 0,1}_{100} = 10$$

$$0,1 \cdot 1000 = 0,1 + \underbrace{\dots + 0,1}_{1000} = 100$$

Нахождение 1-го произведения повторным сложением можно проверить в классе, потому что количество сложений невелико. Поскольку проверить это для других случаев будет трудно, можно предложить ученикам найти произведение, записав десятичные дроби в виде обыкновенных дробей, согласно правилу умножения обыкновенной дроби на натуральное число. С помощью этого правила ученики могут показать, что при умножении на 0,1 число делится на 10, при умножении на 0,01 — на 100 и т.д.

Ложные представления, возникающие у учеников. При умножении на 10, 100, 1000 и т.д., когда количество нулей в этом множителе больше, чем количество знаков после запятой, запятая при переносе ставится после последней цифры справа, и думают, что произведение уже найдено. Например, они ошибаются, думая, что произведение 7,5 и 100 равно 75. Уместно обратить внимание учеников, допускающих подобные ошибки, на то, что сначала нужно прибавить нули в конце десятичной дроби, количество цифр после запятой должно быть равно количеству нулей в степени 10, а затем найти произведение, либо при переносе запятой, когда достигнута последняя цифра десятичной дроби и нет сдвига на количество нулей, то добавить нули, равные количеству оставшихся нулей.

Ложное

$$7,5 \cdot 100 = 75$$

Верное

$$7,50 \cdot 100 = 750$$

$$7,5 \cdot 100 = 750$$

Задания

2. Определяются числа, соответствующие пустым клеткам. Учитывая, что запятая переносится вправо при умножении на степень 10, находится число, соответствующее пустой клетке.

$$0,97 \cdot 10 = 9,7$$

$$0,1297 \cdot 100 = 12,97$$

$$6,9731 \cdot 100 = 697,31$$

$$0,0372 \cdot 100 = 3,72$$

$$1,27 \cdot 10 = 12,7$$

$$30,01 \cdot 100 = 3\,001$$

$$0,052 \cdot 10 = 0,052$$

$$0,0052 \cdot 10\,000 = 52$$

Изучение Деление десятичной дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.)

Учителям разъясняется правило деления десятичной дроби на степени 10, решение данного задания обсуждается с учениками.

 **Внимание!** При делении десятичной дроби на степени 10 ученикам сообщается, что если в конце числа нет цифры, то добавляются нули, а затем ставится запятая. Данный пример обсуждают с учениками.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.mathgames.com/skill/6.46-multiply-and-divide-decimals-by-powers-of-ten>

3. Решение и образец задания обсуждается с учениками. Примеры решаются аналогичным методом.

4. При делении на степени 10 с учетом того, что запятая переносится влево, находится число, соответствующее пустой клетке.

$$2,7 : 10 = 0,27$$

$$23,4 : 100 = 0,234$$

$$6,2 : 100 = 0,062$$

$$46,3 : 1000 = 0,0463$$

6. Находят значения выражений.

К сведению учителя! В 6-м задании подчеркивается важность соблюдения последовательности действий при вычислении значения выражений. Иногда ученики обращают внимание на порядок действий при вычислениях с натуральными числами, но забывают об этом при вычислениях с десятичными дробями. Целесообразно выяснить учеников, неправильно выполняющих последовательность действий, и организовывать работу над их ошибками.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. К доске вызывают несколько учеников. Каждый ученик называет десятичную дробь. Учитель предлагает ученикам умножить или разделить эту десятичную дробь на 10, 100, 1000. Каждый ученик пишет пример, проверяет ответ и объясняет, как он его нашел.

Углубление. К доске вызываются несколько учеников. Один из учеников называет десятичную дробь и спрашивает своего друга, при умножении или делении на 10 в какой степени эта десятичная дробь будет равна заданному числу. После выполнения задания 1-м учеником очередь переходит к следующему ученику. Примеры вопросов, которые могут задать ученики: Умножив на сколько число 3,45 можно получить 34,5? На сколько поделив 42,5 получится 0,425? и т.д.

Решение задач

7. В задаче требуется определить цену 1 литра бензина и сколько нужно заплатить за 100 литров бензина.

Решение задачи:

1-й способ.

- Вычисляется цена 1 л бензина. $9,2 : 10 = 0,92$ (ман.)
- Находится, сколько нужно заплатить за 100 л бензина. $0,92 \cdot 100 = 92$ (ман.)

2-й способ.

- Исходя из того, что 100 л равняются 10 единицам по 10 л, можно узнать, сколько стоят 100 л бензина.
 $9,2 \cdot 10 = 92$ (ман.)

Ответ: за 100 л бензина нужно заплатить 92 маната.

8. В задаче требуется заполнить таблицу на основе измерений, приведенных на карте с определенными масштабами. Ученикам дается краткая информация о масштабе.

Привлечение. Учитель рисует на доске таблицу, отмечает масштаб и записывает названия нескольких предметов в 1-й столбец таблицы. Ученики определяют размеры линейкой и записывают их во 2-й столбик. Учитель задает ученикам наводящие вопросы:

– Как определить числа, которые нужно записать в 3-й столбик? Как выразить длину карандаша в миллиметрах? Как определить число, которое нужно записать в 3-й столбец? Измерение на плане будет маленьким или большим? Как можно определить это? Ученики записывают действительные размеры, данные в сантиметрах, соответствующие каждому объекту в миллиметрах, умножая на 10, записывают в 3-й столбец и определяют измерения на плане для каждого объекта, деля на 10.

Решение задачи:

- Производятся соответствующие вычисления и заполняется таблица.

$$150 \cdot 100 000 = 15 000 000 \text{ (см)}$$

$$15 000 000 : 1 000 000 = 15 \text{ (см)}$$

$$2,5 \cdot 1 000 000 = 2 500 000 \text{ (см)}$$

$$2 500 000 : 1 00 000 = 25 \text{ (км)}$$

$$800 000 : 100 000 = 8 \text{ (км)}$$

$$800 000 : 1 000 000 = 0,8 \text{ (см)}$$

	Предмет (Длина)	Действительная длина (см)	Действительная длина (мм)	Длина на плане (см)
Карандаш				
Книга				
Линейка				

1:10

Предмет
(Длина) Действительная
длина (см) Действительная
длина (мм)

Длина на
плане (см)

Карандаш

Книга

Линейка

- Вычисляется, сколько сантиметров составляет расстояние между Баку и Балакеном на карте, если расстояние между ними 360 км. $360 : 36 = 10$ см

- Ответ определяется измерением на карте, данной в учебнике.



Ответ: расстояние от Баку до Балакена на карте равно 10 сантиметрам.

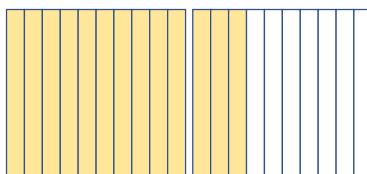
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Умножает десятичные дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.)	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит десятичные дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.)	Рабочие листы, учебник, РТ

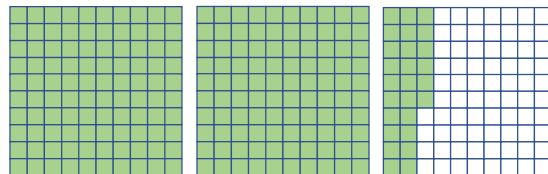
ТЕМА 3.7. Умножение десятичной дроби на натуральное число

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Умножает десятичные дроби на натуральные числа.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Десятичные и сотенные карточки, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/1176 https://video.edu.az/video/9654 https://video.edu.az/video/8884 Задания: https://www.mathgames.com/skill/6.42-multiply-decimals-with-numbers-up-to-100 https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/292/Montys_Maths_Wall

Побуждение. Учитель готовит модели из бумаги, по рисунку. Спрашивает учеников, как найти данное произведение с помощью моделей. В технически оснащенных классах подобные изображения можно продемонстрировать с помощью проектора.



$$\begin{aligned}1,3 \cdot 2 &= \\1,3 \cdot 3 &= \\1,3 \cdot 4 &=\end{aligned}$$



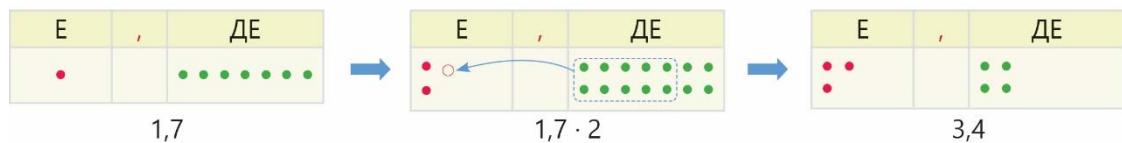
$$\begin{aligned}2,26 \cdot 2 &= \\2,26 \cdot 3 &= \\2,26 \cdot 4 &=\end{aligned}$$

Учитель задает наводящие ученикам вопросы: — как найти произведение чисел 1,3 и 2 с помощью моделей? Как можно объяснить это, используя повторное суммирование? Есть ли закономерность между произведением 1,3 и 2 и произведением 13 и 2? Как использовать это правило, чтобы найти произведение? Нахождение произведения для каждого примера обсуждается с классом.

Исследование-обсуждение

В пункте обмена валюта отмечается, сколько манатов составляет 1 единица каждой валюты. Требуется выяснить, сколько манатов нужно дать, чтобы получить 2 доллара (\$) и как это можно объяснить по таблице разрядов. Учитывая, что 1 доллар равен 1,7 маната, чтобы определить, сколько манатов составляет 2 доллара, ученики должны найти произведение 1,7 · 2. Без повторного сложения ответ можно определить, одновременно используя таблицу разрядов. Обсуждаются изображения, данные в таблице разрядов. При изображении числа 1,7 в таблице разрядов и умножении на 2, получается 14 десятых, поэтому в таблице разрядов к разряду единиц прибавляется 10 десятых как 1 единица. Итак, в таблице разрядов 3 единицы и 4 десятых.

Обмен валюты	
1 USD (\$)	1,7 ₼
1 EUR (€)	1,7674 ₼
1 TRY (₺)	0,1103 ₼



Для того, чтобы определить, сколько манатов нужно дать для покупки 50 турецких лир, отмечается, что 1 турецкая лира составляет 0,1103 маната исходя из курса валют. Ученики должны умножить это число на 50, чтобы определить, сколько манатов в 50 турецких лирах. Ученики могут умножить данное число на 5, а затем использовать правило умножения на 10. Обсуждается, какими способами можно найти результат.

$$50 \cdot 0,1102 = (10 \cdot 5) \cdot 0,1102 = 10 \cdot 0,551 = 5,51 \quad \text{или} \quad 50 \cdot 0,1102 = (5 \cdot 10) \cdot 0,1102 = 5 \cdot 1,102 = 5,51$$

Изучение Умножение десятичной дроби на натуральное число

Учителям объясняется правило нахождения произведения натурального числа на десятичную дробь. Решение данного примера поэтапно обсуждается с учениками. С классом обсуждается, как найти произведение натурального числа и десятичной дроби, исходя из правила умножения натуральных чисел. С целью нахождения произведения обсуждается способ выражения десятичной дроби обыкновенной дробью, а также изображение умножения десятичной дроби на натуральное число на числовой оси и нахождение его повторным сложением обсуждаются с классом.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.splashlearn.com/s/math-games/use-model-to-multiply-decimal-and-whole-numbers>

Задания

1. Выполняется умножение, несколько ответов проверяются повторным сложением.

2. Обсуждается решение задания из образца. Находится произведение.

3. Произведения вычисляются, используя свойства умножения.

К сведению учителя! Иногда ученики пытаются умножать слева направо, находя произведение в примерах, приведенных в 3-м задании. Ученики, умеющие применять свойства умножения в решении примера, используют эти свойства для определения ответа удобным способом. Рекомендуется спросить учеников, какие свойства умножения используются в 3-м задании. Для того, чтобы решить подобные примеры удобными способами, они должны знать, что произведения $2,5 \cdot 4 = 10$, $0,25 \cdot 4 = 1$ и т.д. помогут найти ответ более легко. Уместно привести несколько примеров, подходящих для учеников, затрудняющихся в определении таких произведений. Важно укреплять навыки устного счета учеников.

$$\begin{array}{r} \times 5, \boxed{4} 3 \\ 7 \\ \hline \boxed{3} 8 0 \boxed{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3, \boxed{5} 3 4 \\ 6 \\ \hline \boxed{2} 12 \boxed{0} 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 28, \boxed{5} \\ 23 \\ \hline + \boxed{8} \boxed{5} 5 \\ 57 \boxed{0} \\ \hline 65 \boxed{5} 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \boxed{2} 3, \boxed{4} \\ \boxed{2} 7 \\ \hline + 16 \boxed{3} 8 \\ \boxed{2} 6 8 \\ \hline 4 \boxed{3} 1 8 \end{array}$$

7. Приблизительное значение произведения вычисляется устно путем округления до единиц.

8. Определяется закономерность и записываются следующие два числа

Дифференцированное обучение.

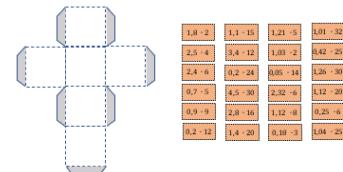
Поддержка. На доске записывается пример на умножение десятичных дробей на натуральные числа. Каждый из учеников решает пример и дает его объяснение. Ученикам можно предложить задать друг другу вопросы о решении.

Углубление. Учитель записывает на доске примеры умножения десятичной дроби на натуральное число. Ученики определяют ситуацию для каждого примера и говорят, чему равен ответ примера в поставленной задаче.

Командная игра. Соревнование проводится с использованием куба.

Класс делится на группы. Карточки с примерами умножения десятичной дроби на натуральное число кладутся на стол лицевой стороной вниз. Среди этих примеров выбирают 6 примеров и наклеивают или пишут их на гранях куба. Каждый ученик бросает кубик и решает выпавший пример. Если решение верное, группа получает 1 балл. Следующий игрок продолжает игру, если повторяется пример, куб бросается снова. Игра продолжается до тех пор, пока не будут решены примеры на всех гранях куба. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем. Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1NUozUdksMCnqTWgtxuExUGHljoVlx_2/view?usp=share_link



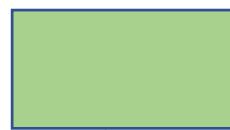
Решение задач

9. Требуется найти периметр и площадь сада в форме прямоугольника длиной 6 м.

Решение задачи:

- Вычисляется ширина сада. $6 - 1,2 = 4,8$ (м)
- Вычисляется периметр сада. $(4,8 + 6) \cdot 2 = 21,6$ (м)
- Вычисляется площадь сада. $6 \cdot 4,8 = 28,8$ (м^2).

Ответ: периметр сада 21,6 м, а площадь 28,8 м^2 .



6 м

На 1,2 м короче
длины

Обсуждение. Обсуждаются мнения учеников, решивших задачу разными способами.

10. В задаче требуется найти, на сколько больше будет путь, пройденный мотоциклом, чем автомобилем с использованием 40 л бензина.

Решение задачи:

1-й способ.

- Находится, какое расстояние можно проехать на автомобиле с 1 л бензина. $85,74 : 10 = 8,574$ (км)
- Находится, какое расстояние можно проехать на мотоцикле с 1 л бензина. $172,45 : 10 = 17,245$ (км)
- Определяется, какое расстояние проедет мотоцикл с 40 л бензина. $8,574 \cdot 40 = 342,96$ (км)
- Определяется, какое расстояние проедет автомобиль с 40 л бензина. $17,245 \cdot 40 = 689,8$ (км)
- Определяется, на сколько больше будет путь, пройденный мотоциклом, чем автомобилем.

$$689,8 - 342,96 = 346,84 \text{ (км)}$$

2-й способ.

• Чтобы определить, какое расстояние проезжает автомобиль с 40 л бензина, отмечают, что 40 л равны 4 единицам по 10 л.

- Находится путь, пройденный мотоциклом. $4 \cdot 85,74 = 342,96$ (км)
- Находится путь, пройденный автомобилем. $4 \cdot 172,45 = 689,8$ (км)
- Находится, на сколько больше будет путь, пройденный мотоциклом, чем автомобилем.

$$689,8 - 342,96 = 346,84 \text{ (км)}$$

Ответ: с 40 л бензина мотоцикл проехал на 346,84 км больше, чем автомобиль.

Обсуждение. Обсуждаются мнения учеников, решивших задачу разными способами.

11. В задаче требуется выяснить, сколько денег должен вернуть покупателю продавец, если он отдает продавцу 25 манатов.

Решение задачи:

- Вычисляется цена 2 кг сыра. $2 \cdot 3,45 = 6,90$ (ман.)
- Вычисляется цена 1 кг масла. $4 \cdot 3,45 = 13,80$ (ман.)
- Вычисляется сумма денег, которую продавец должен вернуть покупателю. $25 - (6,9 + 13,8) = 4,30$ (ман.)

Ответ: продавец должен вернуть 4,30 ман.

Формативное оценивание

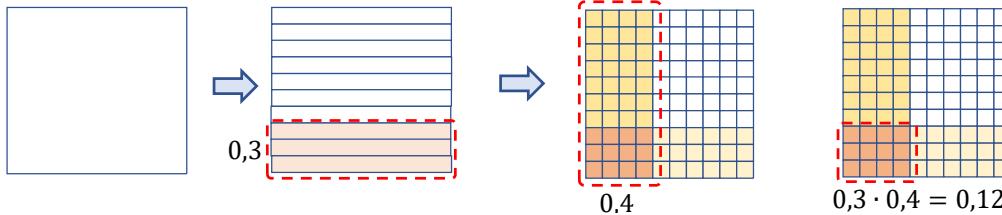
Критерии оценивания	Материалы оценивания
Умножает десятичные дроби на натуральные числа.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит десятичные дроби на степени числа 10 (10, 100, 1 000 и т.д.).	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.8. Умножение десятичных дробей

ПОД СТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Умножает десятичную дробь на 0,1, 0,01 и т.д. • Вычисляет произведение десятичных дробей.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Десятичные и сотенные карточки, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://youtu.be/4wXOsRgJbl https://video.edu.az/video/1895 https://video.edu.az/video/1979</p> <p>Задания: https://www.futuristicmath.com/games/6th-grade-multiplication-of-decimals-game.html https://www.splashlearn.com/s/math-games/use-model-to-multiply-decimal-and-whole-numbers https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/292/Montys_Maths_Wall</p>

Побуждение. Учитель рисует на доске квадрат, сначала делит этот квадрат на 10 частей, проводя вертикальные линии, и отмечает 0,3 части, раскрашивая 3 части. Затем он делит фигуру на 10 частей,

проводя горизонтальные линии, и отмечает 0,4 части, раскрашивая 4 части. Затем ученикам предлагается раскрасить пересечение и объяснить, как оно выражается умножением.



Учитель задает ученикам наводящие вопросы: "Как найти произведение 0,3 и 0,4 по модели площади? Какой десятичной дроби соответствует указанная часть?"

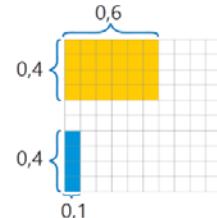
В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео пояснения:

<https://youtu.be/4wXOsRgJbI>

Исследование-обсуждение

Учеников спрашивают, какими способами найти произведения $0,4 \cdot 0,1$ и $0,4 \cdot 0,6$.

Учеников можно подвести к ответу, задавая наводящие вопросы, выражая десятичные дроби в виде обыкновенных дробей, используя сочетательное свойство и т.д.



Правильность ответа поясняется на приведенном на рисунке единичном квадрате, стороны которого разделены на 10 равных частей. На доске чертится квадрат, делится горизонтальными линиями на 10 равных частей, берутся 4 части и помечаются как соответствующие 1-му множителю (0,4), делится на 10 равных частей вертикальными линиями, берется 1 часть и помечается как соответствующая 2-му множителю (0,1). Таким образом, произведение $0,4 \cdot 0,1$ оказывается равным 0,04. Процедура нахождения произведения $0,4 \cdot 0,6$ объясняется тем же правилом.

Изучение Умножение числа на 0,1; 0,01 и т.д.

Ученикам сообщается правило умножения числа на 0,1 и 0,01, и на сколько при этом цифра вправо переносится запятая. Решение данных заданий обсуждается с учениками. Уместно обратить внимание учеников на то, как запятая меняет свое место.

Задания

- Находится произведение. Уместно обратить внимание учеников на то, как изменение множителя по столбцам меняет произведение в примерах в первых столбцах.
- При умножении на 0,1, 0,01 и т.д. находится число, соответствующее пустой клетке, с учетом того, что запятая переносится влево.

$$23 \cdot 100 = 0,23$$

$$64,3 \cdot 0,1 = 6,43$$

$$0,3 = 3 \cdot 0,1$$

$$0,01 \cdot 0,01 = 0,0001$$

Изучение Умножение десятичных дробей

Найдение произведения десятичных дробей с использованием свойств умножения объясняется на примере задания. Сообщается, что можно найти произведение, используя правило умножения натуральных чисел, записав десятичные дроби в столбик. Пример задания обсуждается с классом. Уместно обратить внимание на то, как в произведении определяются цифры после запятой.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

<https://www.iknowit.com/lessons/e-multiplying-decimals.html>

<https://www.mathnook.com/math/math-speed-racing-decimal-multiplication.html>

- Выполняется умножение. Решение и объяснение задания обсуждается с классом.

В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео пояснения:

<https://video.edu.az/video/1241>

- Решаются уравнения. Если в правой части уравнения есть какое-либо действие, оно выполняется первым. Затем уравнение решается с помощью соотношения сложения и вычитания, умножения и деления.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. На доске записывается пример умножения десятичных дробей. Каждый из учеников решает пример и дает его объяснение. Учителю можно предложить задать друг другу вопросы о решении.

Углубление. Учитель вызывает к доске 3 учеников. На доске записывается пример умножения десятичных дробей. Одному из учеников дается задание решить пример, умножением в столбик, 2-му ученику выразить десятичные дроби обыкновенными дробями, а 3-му ученику записать одну из десятичных дробей в виде произведения десятичной дроби 0,1 (0,01 и т.д.) и натурального числа, используя сочетательное свойство. Объясняется последовательность решения каждого метода.

Игра. Класс делится на группы. Раздаются рабочие листы. Кусочки головоломки разрезаются, раскладываются на столе и перемешиваются. Учителям предлагается решить приведенные примеры и соединить кусочки головоломки с одинаковыми ответами. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно справится с заданием.

Образец рабочего листа можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1Mpfb1T4b5zLmENq9jOnmevEb7oTgkygD/view?usp=sharing>

0,24 · 1,5 =	0,4 · 0,9 =
2,1 · 2,08 =	0,52 · 8,4 =
12,8 · 3,2 =	6,4 · 6,4 =
7,68 · 0,1 =	2,4 · 0,32 =

Решение задач

7. Требуется определить, правильны ли мнения детей или нет. Задание можно выполнить методом дебатов. Те, кто считает мнение Лалы правильным, выстраиваются слева, а те, кто считает его неверным, выстраиваются справа. Ученики справа и слева приводят примеры, подтверждающие их идеи. По этому же правилу определяется, что мнение Эльхана всегда верно.



9. В задаче требуется определить, сколько градусов по Фаренгейту показывает термометр. Информация, изложенная в учебнике, доводится до сведения учеников.

Привлечение. Учитель записывает на доске две формулы и задает ученикам вопросы:

– Сколько километров проедет автомобиль за 2 часа? Чему равен периметр прямоугольника, если его стороны 20 см и 40 см? Как это найти?

$$S = 80 \cdot t$$

$$P = 2 \cdot (a + b)$$

Решение задачи:

• Температура, соответствующая показаниям термометра ($36,6^{\circ}\text{C}$), переводится в градусы Фаренгейта по формуле.

$$F = 1,8 \cdot 36,6 + 32 = 97,88^{\circ}\text{F}$$

Ответ: показатель термометра $97,88^{\circ}\text{F}$.

Проект. Учителям можно дать задание исследовать единицы измерения температуры, узнать, почему единицы температуры Цельсия и Фаренгейта названы так, когда они использовались, формулу преобразования между ними и подготовить презентацию.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Умножает десятичную дробь на 0,1, 0,01 и т.д.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет произведение десятичных дробей.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.9. Деление десятичной дроби на натуральное число

ПОДСТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Делит десятичную дробь на натуральное число, когда делимое больше делителя. • Делит десятичную дробь на натуральное число, когда делимое меньше делителя.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Десятичные и сотенные карточки, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://youtu.be/4wXOsRgJbI https://video.edu.az/video/1494 Задания: https://www.iknowit.com/lessons/e-dividing-decimals-by-a-whole-number.html https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/292/Montys_Maths_Wall

Побуждение. Учитель спрашивает у учеников: «Как разделить 2,4 шоколадки между несколькими учениками?» и рисует на доске модель, соответствующую числу 2,4. Ученикам предлагается выполнить и выразить словами деление по модели.



$$\begin{array}{ll} 2,4 : 2 = & 2,4 : 6 = \\ 2,4 : 3 = & 2,4 : 8 = \\ 2,4 : 4 = & 2,4 : 12 = \end{array}$$

Учитель задает ученикам наводящие вопросы: «Если, используя модель, разделить 2,4 шоколадки между 2 учениками, сколько шоколадок получит каждый ученик? Сколько целых и сколько дробных частей будет у каждого ученика? Если разделим 2,4 шоколадки поровну между 3 учениками, сколько шоколадок достанется каждому ученику? Как это найти?»

В технически оснащенных классах можно использовать подобные видео пояснения:
<https://www.splashlearn.com/s/math-games/divide-decimal-by-whole-numbers-using-models>

Исследование-обсуждение

В задании ученики определяют, сколько молока в каждом стакане по заданной модели. В данной модели изображено число 1,2. Когда они разделят это число на 3 равные части, то увидят, что на каждую часть приходится 0,4. Так, если в 3 стакана налить 1,2 л молока, то в каждом стакане будет 0,4 л молока. По этому же правилу ученики должны определить, сколько молока будет в каждом стакане, если 2 литра молока налить в 4 стакана. Здесь ученики могут использовать модели. Для изображения числа 2 берут 2 квадрата, делят их на 4 равные части, каждый квадрат делится на 2 равные части, и по модели получается ответ 0,5. В классе обсуждается, как использовать правило деления натуральных чисел при делении десятичной дроби на натуральное число. Ученики могут сказать, что деление 12 на 3 дает 4, а деление 1,2 на 3 дает 0,4.

К сведению учителя! Ученики, умеющие делить десятичные дроби по правилу деления натуральных чисел, быстрее выполняют деление десятичных дробей. Это развивает навыки устного счета у учеников. Учитель может предложить ученикам решить несколько примеров, основанных на правиле деления натуральных чисел. Ученики могут увидеть, как разделить десятичную дробь на натуральное число, основываясь на последовательности в этих примерах. Например, 200:5; 20:5; 2:5; 0,2:5. Можно попросить учеников привести несколько дополнительных примеров. При решении этих примеров уместно обратить внимание учеников на то, как передвигается запятая.

Изучение Деление десятичной дроби на натуральное число (случай, когда делимое больше делителя)

Для того чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, подчеркивают, что сначала делится целая часть, затем в частном ставится запятая, и деление продолжается по правилу деления натуральных чисел.

С классом обсуждается правило нахождения частного путем представления делимого и делителя в виде обыкновенных дробей. Напоминаются правила деления обыкновенных дробей. Данные примеры обсуждаются с классом.

Задания

1. Находится частное. Обсуждается решение и объяснение задания-образца. Остальные задания могут выполняться самостоятельно или с помощью учителя, в зависимости от уровня владения учеников.

Изучение Деление десятичной дроби на натуральное число (случай, когда делимое меньше делителя)

Отмечается, что если делимое меньше делителя, то целая часть частного равна 0. После нуля ставится запятая, деление продолжается. Задание обсуждается с учениками.

 **Подумай!** Учеников спрашивают, как найти частное, записав делимое в виде обыкновенной дроби. На 1-м этапе изучения ученикам на примере объяснялось, как найти частное, представив делимое и делитель в виде обыкновенных дробей. Таким же образом можно выполнить данное задание.

2. Объяснение решения задания-образца обсуждается с учениками. Находится частное.

3. Для облегчения вычислений частное предполагается путем замены делимого подходящими натуральными числами. Учитель может сделать это с учениками, обсудив некоторые примеры с классом. Ответ точно вычисляется и проверяется на правдоподобность.

$$4,5 : 5 \approx 5 : 5 = 1$$

$$4,5 : 5 = 0,9$$

Правдоподобно

$$4,4 : 2 \approx 4 : 2 = 2$$

$$4,4 : 2 = 2,2$$

Правдоподобно

$$26,1 : 9 \approx 27 : 9 = 3 \text{ или } 26,1 : 9 \approx 30 : 10 = 3$$

$$26,1 : 9 = 2,9$$

Правдоподобно

4. Сравнивается, сначала предположив, а затем вычислив точно. Другие примеры можно задать ученикам для самостоятельного выполнения.

Изучение Деление десятичной дроби на натуральное число (добавление нулей в дробную часть делимого)

Иногда даже если все разряды делимого поделены, в остатке не получается ноль. В этом случае в конце дробной части приписываются нули, и деление продолжается. Несколько примеров по этому правилу обсуждаются с учениками. В одном из примеров в конец делимого добавляется один ноль, а в другом два нуля. Уместно обсудить оба задания с классом.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики пытаются заранее определить, сколько нулей нужно прибавить к дробной части делимого, когда это необходимо. При объяснении ученикам правила прибавления нулей к дробной части делимого уместно подчеркнуть, что количество нулей определяется в процессе деления. Во время деления ученикам говорят, что в конце делимого добавляются нули столько раз, сколько необходимо для продолжения процесса, пока в конце деления не будет получен ноль в остатке. Прибавив 3 нуля в конце деления, можно написать несколько примеров, связанных с выполнением деления. Например, $25 : 8; 35,4 : 16$ и т.д.

В технически оснащенных классах можно выполнять подобные интерактивные задания:

https://www.mathopolis.com/questions/q.html?id=965&t=mif&qs=965_1351_966_1352_967_1353_3467_3468_3469_3470&site=1&ref=2f6469766964696e672d646563696d616c732e68746d6c&title=4469766964696e6720446563696d616c73

5. Выполняется деление, правильность ответа проверяется умножением.

6. Обыкновенные дроби записываются в виде десятичных дробей путем деления числителя на знаменатель.

7. Уравнения решаются с помощью связи умножения и деления или методом нахождения неизвестного.

Дифференцированное обучение.

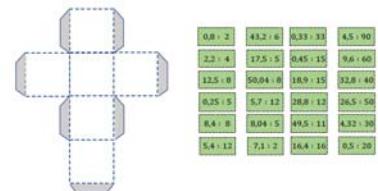
Поддержка. На доске записывается пример деления десятичных дробей на натуральные числа. Каждый ученик решает пример, говорит, к какому случаю он относится, и проверяет ответ умножением.

Углубление. Учитель вызывает к доске 2 учеников. Он дает одному из учеников задание написать пример, когда делимое меньше делителя, а другому ученику написать пример, когда делимое больше делителя. Ученики пишут и решают подходящий пример и проверяют ответ умножением.

Командная игра. Соревнование проводится с использованием куба. Класс делится на группы. Карточки, написанные на деление десятичной дроби на натуральное число, кладутся на стол лицевой стороной вниз. Среди этих примеров выбирают 6 примеров и наклеивают или пишут на гранях куба. Каждый ученик бросает кубик и решает выпавший пример. Если решение верное, группа получает 1 балл. Следующий игрок продолжает игру, если пример повторяется, то куб бросается снова. Игра продолжается до тех пор, пока не будут решены примеры на всех гранях куба. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1AT2dnh_dt3XW37RUff9dpfW92lwS80H/view?usp=share_link



Решение задач

8. Требуется найти скорость автомобилей, если скорости постоянны.

Решение задачи:

- Находится скорость 1-го автомобиля. $370 : 4 = 92,5$ (км/час)
- Находится скорость 2-го автомобиля. $447,5 : 5 = 89,5$ (км/час)

Ответ: скорость 1-го автомобиля 92,5 км/час, а скорость 2-го автомобиля 89,5 км/час.

9. Определяется, какая из коробок стирального порошка дешевле и сколько стоит.

Решение задачи:

Вычисляется цена 1 кг стирального порошка для каждой коробки.



$$28,80 : 8 = 3,6$$



$$23,40 : 6 = 3,9$$



$$17,80 : 4 = 4,45.$$

Ответ: 1 кг стирального порошка в 1-й коробке дешевле. Его цена 3,60 манатов.

10. В задаче требуется узнать, на сколько больше гречки чем риса можно купить на определенную сумму денег.

Решение задачи:

- Находится, сколько риса можно купить за 13 манатов. $13 : 3,25 = 4(\text{кг})$
- Находится, сколько гречки можно купить за 13 манатов. $13 : 2,50 = 5,2 (\text{кг})$
- Определяется, на сколько больше гречки чем риса можно купить за 13 манатов.
 $5,2 - 4 = 1,2 (\text{кг})$

Ответ: за 13 манатов можно купить на 1,2 кг больше гречки, чем риса.

Проект. Учащимся можно дать задание написать и решить задачу о делении десятичной дроби на натуральное число, упомянув различные ситуации из их повседневной жизни, с которыми они сталкиваются (овощи, фрукты, покупки, дорога и т.д.)

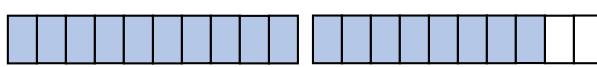
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Делит десятичную дробь на натуральное число, когда делимое больше делителя.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит десятичную дробь на натуральное число, когда делимое меньше делителя.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.10. Деление числа на десятичную дробь

ПОД СТАНДАРТЫ	1.4.4. Выполняет действия над десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Делит число на 0,1, 0,01 и т.д. • Делит десятичную дробь на десятичную дробь. • Делит натуральное число на десятичную дробь.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Десятичные и сотенные карточки, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/936 https://video.edu.az/video/1219 Задания: https://www.splashlearn.com/s/math-games/divide-by-tenths-and-hundredths https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/292/Montys_Maths_Wall

Побуждение. Учитель спрашивает у учеников: «Сколько частей по 0,1 м, 0,2 м, 0,3 м, 0,6 м, 0,9 м можно отрезать от ленты длиной 1,8 м?» и рисует на доске модель, соответствующую числу 1,8. Учащимся предлагается выполнить и выразить словами деление по модели.



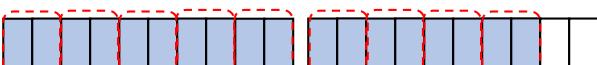
$$\begin{array}{ll} 1,8 : 0,1 = & 1,8 : 0,6 = \\ 1,8 : 0,2 = & 1,8 : 0,9 = \\ 1,8 : 0,3 = & \end{array}$$

Учитель задает ученикам наводящие вопросы:

«Используя модель, на сколько частей длиной 0,1 м можно разделить ленту длиной 1,8 м? Сколько 0,1 в десятичной дроби 1,8? Используя модель, на сколько частей длиной 0,2 м можно разделить ленту длиной 1,8 м? Сколько 0,2 в десятичной дроби 1,8? Как это найти?» и т.д. Ответ на каждый пример определяется на модели.



$$1,8 : 0,1 = 18$$



$$1,8 : 0,2 = 9$$

Остальные примеры решаются по тому же правилу.

Исследование-обсуждение

Чтобы узнать, сколько бутербродов сделает повар из 0,6 кг сыра, ученики изображают 0,6 части на модели. 0,6 части делятся с помощью модели на 0,1 части и определяется, что таких частей получается 6. Ученики также могут найти ответ, определив, из скольких частей по 0,1 состоит 0,6.

Изучение Деление числа на 0,1, 0,01 и т.д.

Учителям разъясняется правило деления числа на 0,1, 0,01 и т.д. В это время обращают внимание на смещение запятой. При делении числа на 0,1 запятая переносится на одну цифру вправо, а при делении на 0,01 запятая сдвигается на две цифры вправо.



Подумай!

При делении десятичной дроби на 0,001 класс обсуждает, в какую сторону и на сколько цифр передвинуть запятую. Задавая наводящие вопросы, можно обратить внимание учеников к правилам, изложенным в учебном материале. Как перенеслась запятая при делении 0,1 на 0,01? Какое правило определили здесь? Как по этому правилу определить положение запятой при делении на 0,01? На доске записываются и объясняются несколько примеров.

Задания

1. Находится частное, правильность нескольких ответов проверяется умножением.

2. Определяется число, соответствующее пустой клетке.

$$0,74 : 0,1 = 7,4 \quad 8,21 : 0,1 = 82,1 \quad 0,0732 : 0,01 = 7,32 \quad 0,732 : 0,01 = 73,2 \quad 35 : 0,1 = 350$$

Изучение Деление числа на десятичную дробь

При делении числа на десятичную дробь отмечают, что необходимо перевести делитель десятичной дроби в натуральное число. Для этого делимое и делитель десятичной дроби умножаются на 10, 100 и т.д. по количеству цифр после запятой. В данном примере десятичная дробь делится на натуральное число по правилу деления десятичной дроби на натуральное число. Подчеркивается, что правило деления числа на десятичные дроби выполняется по правилу деления на натуральные числа, на доске пишутся задания и обсуждаются с учениками.

1 Делимое и делитель умножаются на 100.

$$\begin{array}{r} \times 100 \\ 0,126 : 0,45 = 12,6 : 45 \end{array}$$

2 Частное находится по правилу деления десятичной дроби на натуральное число.

$$0,126 : 0,45 = 0,28$$

$$\begin{array}{r} 12,6 \quad | 45 \\ 0 \\ \hline 126 \\ 90 \\ \hline 360 \\ 360 \\ 0 \end{array}$$

Если делимое меньше делителя, то целая часть частного равна нулю. Деление продолжается, поставив запятую после нуля. Пример обсуждается с учениками.



Запомни!

Для деления числа на десятичную дробь отмечают,

$$8,72 : 0,4 = 87,2 : 4 = 21,8.$$

что делитель заменяется натуральным числом, для этого запятая в делимом

и делителе переносится вправо на одинаковое количество цифр, правило поясняется на примере.

7. Некоторые действия на деление выполняются, остальные примеры решаются устно после определения закономерности.

8. Находится частное. Частное предполагается округлением делимого и делителя до единиц и проверяется правдоподобность ответа.

$$48,38 : 5,9 = 8,2 \quad 35,36 : 5,2 = 6,8 \quad 71,76 : 7,8 = 9,2 \quad 28,29 : 13,8 = 2,05$$
$$48,38 : 5,9 \approx 48 : 8 = 8 \quad 35,36 : 5,2 \approx 35 : 5 = 7 \quad 71,76 : 7,8 \approx 72 : 8 = 9 \quad 28,29 : 13,8 \approx 28 : 14 = 2$$

Правдоподобно.

Правдоподобно.

Правдоподобно.

Правдоподобно.

К сведению учителя! Если ученикам трудно определить закономерность, они могут решить примеры письменно и определить закономерность после того, как найдут ответ. Необходимо, чтобы ученики могли определить закономерность по количеству цифр после запятой и найти ответ устно. Целесообразно организовать работу по закреплению этого навыка.

10. Даются ответы на вопросы.

$$a) 0,6 : 0,15 = 4 \text{ (стакана)} \quad b) 3,25 : 0,65 = 5 \text{ (частей)} \quad c) 210 : 2,5 = 84 \text{ (км/час)} \quad d) 33,75 : 22,5 = 1,5 \text{ (часа)}$$

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики находят неправильный ответ, потому что не знают, какие вычисления делать при решении задачи, или решают часть задачи и думают, что результат и есть ответ. Для предотвращения этого уместно дать ученикам задание ответить на вопрос устно на вопрос и проверить верность ответа. Таких ошибок можно избежать, дав ученикам задание письменно ответить на вопрос о том, что означает число, найденное в 10-м задании. Например, а) 0,6 л молока можно налить в 4 стакана по 0,15 л.

11. Находятся ответы на вопросы путем составления и решения уравнения.

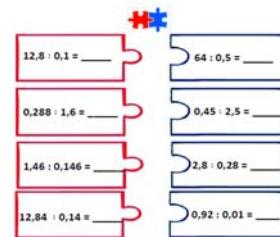
$$\begin{array}{ll} \text{а) } 1,4 \cdot x = 2,38 & \text{б) } 5,32 : x = 1,4 \\ x = 2,38 : 1,4 & x = 5,32 : 1,4 \\ x = 1,7 & x = 3,8 \end{array}$$

Дифференцированное обучение.

Поддержка. На доске записывается пример деления десятичных дробей. Каждый ученик решает пример и проверяет ответ умножением. Учителям можно дать задание задать друг другу вопросы о решении.

Углубление. Учитель вызывает к доске 2 учеников. На доске записывается пример деления десятичных дробей. Одному из учеников поручается решить пример с делением в столбик, а второму ученику решить пример с выражением десятичных дробей в виде обыкновенных. Объясняется последовательность решения каждого метода.

Игра. Класс делится на группы. Раздаются рабочие листы. Кусочки головоломки разрезаются, раскладываются на столе и перемешиваются. Учителям предлагается решить приведенные примеры и соединить кусочки головоломки с одинаковыми ответами. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно справится с заданием.



Образец рабочего листа вы можете скачать по ссылке:
<https://drive.google.com/file/d/1148TwXIBvPqaDyqRzwqZqGvUab7yLQBL/view?usp=sharing>

Решение задач

12. В задаче проверяется правдоподобность предположения Айнур.

Решение задачи:

- Предполагается цена 1 кг масла. $22,88 : 2,08 \approx 22 : 2 = 11$ (ман.)

Она предположила, что цена 1 кг масла приблизительно 10 манатов.

Ответ: предположение Айнур правдоподобно.

13. В задаче требуется определить, какие из яблок дешевле.

Решение задачи:

- Определяется, сколько денег заплатили за красные яблоки. $1,8 \cdot 1,2 = 2,16$ (ман.)
- Определяется, сколько денег заплатили за зеленые яблоки. $6,16 - 2,16 = 4$ (ман.)
- Определяется цена 1 кг зеленых яблок. $4 : 2,5 = 1,6$ (ман.)
- Определяется, какое из яблок дешевле.

Ответ: Красные яблоки дешевле.

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Делит число на 0,1, 0,01 и т.д.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит десятичную дробь на десятичную дробь.	Рабочие листы, учебник, РТ
Делит натуральное число на десятичную дробь.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 3.11. Действия над обыкновенными и десятичными дробями

ПОДСТАНДАРТЫ	4.4.5. Выполняет совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Преобразует обыкновенную дробь в десятичную и десятичную дробь в обыкновенную. Вычисляет математические выражения, которые содержат обыкновенные и десятичные дроби. Упрощает дроби с числовыми выражениями в числителе и знаменателе.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Десятичные и сотенные карточки, вырезанные из цветной бумаги, рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://youtu.be/7r1GiqADqIY https://virtualnerd.com/algebra-1/algebra-background/fractions/complex-fractions/simplify-fraction-over-fraction https://virtualnerd.com/algebra-1/algebra-background/fractions/complex-fractions/simplify-fraction-over-whole-number

Побуждение. На уроках можно измерять рост учеников или длину различных предметов и записывать их на доске десятичными дробями. Для закрепления навыков использования правил нахождения части числа и числа по его части учитель дает ученикам различные задания:

– Найдите предмет, длина которого составляет $1/4$ длины парты. Какова длина предмета, длина которого равна $1/2$ длины тетради? И т.д.

Исследование-обсуждение

Чтобы узнать, сколько яблок в ящике, ученики определяют $\frac{1}{5}$ массы ящика с яблоками. Находится

произведение $9,8 \cdot \frac{1}{5}$. Поскольку ученики еще не научились умножать десятичную дробь на

обыкновенную, учитель может задавать им наводящие вопросы: “Как использовать правило умножения обыкновенных дробей, чтобы умножить десятичную дробь на обыкновенную дробь? Как использовать правило умножения десятичных дробей, чтобы умножить десятичную дробь на обыкновенную? Как определить ответ на основе нахождения части числа?” Ответ на каждый вопрос обсуждается с классом и вычисляется количество яблок в коробке.

Изучение Числовые выражения, содержащие обыкновенные и десятичные дроби

Обсуждается с учениками решение задачи, данной в учебнике, путем выражения обоих чисел в виде десятичных дробей и обоих чисел в виде обыкновенных дробей. При наличии десятичной дроби в числителе и знаменателе дроби отмечается возможность упрощения выражения за счет связи дроби с делением ($\frac{a}{b} = a : b = a \cdot \frac{1}{b}, b \neq 0$) и последовательно поясняется решение задачи. Несколько примеров, содержащие обыкновенные и десятичные дроби, решаются с использованием свойств арифметических действий. При решении таких примеров обращают внимание на важность последовательности действий.

Задания

2. Определяется последовательность действий и вычисляются значения выражений.

$$(45 - 22,5) : 7,5 + 1\frac{1}{2} = 4,5$$

$$45 - 22,5 : (7,5 + 1\frac{1}{2}) = 42,5$$

$$45 - 22,5 : 7,5 + 1\frac{1}{2} = 43,5$$

$$2,4 \cdot \left(3,2 + \frac{4}{5}\right) - 1,6 = 8$$

$$3,2 \cdot 1,5 + 6^3 : 1,2 = 181,8$$

$$9,8 - 0,4 \cdot \left(\frac{3}{4} + 1,25\right) + 6 : 1,2 = 14$$

$$\left(2 \cdot 0,7 + \frac{4,8}{8}\right) \cdot 4\frac{1}{2} = 9$$

$$\left(\frac{6,4}{1,6} - \frac{4,5}{3}\right) : 1\frac{1}{3} = 1,875$$

$$\left(\frac{6}{1,2} - \frac{1,4}{0,7}\right) \cdot (2^2 - 1) = 9$$

К сведению учителя! В 3-х примерах, приведенных в 1-й строке 2-го задания, числа и действия одинаковы. Стоит отметить, как размещение скобок и отсутствие скобок влияет на последовательность действий. При решении данных примеров можно выявить учеников, испытывающих затруднения, и организовать с ними работу над ошибками.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики не обращают внимания на то, что если перед степенью есть какое-либо действие, то сначала возводится степень, и в результате получается неверный ответ. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно поручить обратить внимание на то,

что степень — это повторное умножение и при замене степени умножением какой получается ответ. С помощью этого правила учеников можно направить на выявление и устранение допускаемых ими ошибок.

Ложное

$$2 \cdot 3^2 + 1 = 6^2 + 1 = 37$$

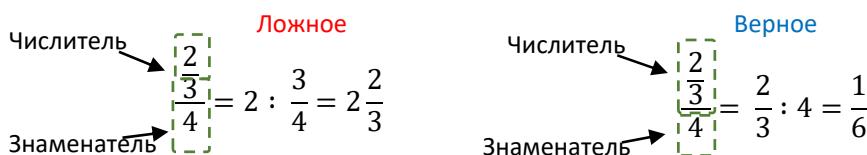
Верное

$$2 \cdot 3^2 + 1 = 2 \cdot 9 + 1 = 19$$

Изучение Дроби, в числителе и знаменателе которых числовые выражения

Если в числителе и знаменателе дроби натуральное число, обыкновенная или десятичная дробь, подчеркивается, что данная дробь упрощается за счет использования связи между дробью и делением, с учениками обсуждается правило решения заданных задачий.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики допускают ошибки при определении того, какая дробная черта заменяется делением, когда в числителе или знаменателе, или в том и другом есть обыкновенная дробь. Необходимо обратить внимание учеников на то, что основная дробная черта, заменяемая делением, обычно длиннее остальных, после определения этой дробной черты определяются выражения, записанные в числителе (делимом) и знаменателе (делителе). После этого дробная черта заменяется делением и вычисляется значение выражения.

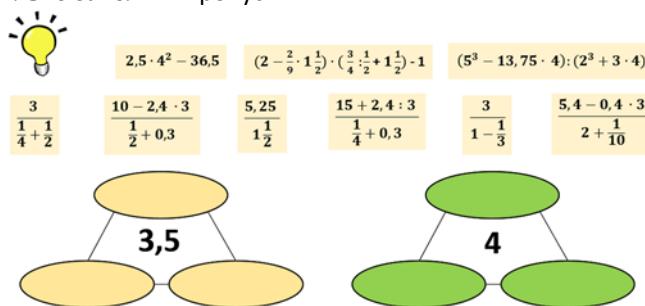


Дифференцированное обучение.

Поддержка. На доске записывается пример с двух или трехэтажными обыкновенными и десятичными дробями. Один из учеников заменяет пример, записывая десятичные дроби в виде обыкновенных дробей, а другой — записывая обыкновенные дроби в виде десятичных дробей. Определяется порядок действий и сравниваются ответы.

Углубление. На доске записываются примеры, содержащие двойные или тройные скобки, а также обыкновенные и десятичные дроби в числителе и знаменателе. Один из учеников заменяет пример, записывая десятичные дроби в виде обыкновенных, а другой — записывая обыкновенные дроби в виде десятичных. Определяется порядок действий и сравниваются ответы.

Игра. Класс делится на группы. Раздаются рабочие листы. Ученики решают каждый пример и записывают эти примеры в пропуски, соответствующие ответу. Ответы написаны в центре схемы. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно заполнит пропуски.



Образец рабочего листа можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1GAusG-qZ--u4YgnDo6r3kf7ChnlQiuAN/view?usp=sharing>

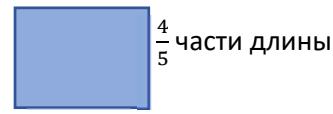
Решение задач

8. В задаче требуется найти периметр и площадь прямоугольной доски.

Решение задачи:

- Вычисляется длина прямоугольной доски. $2,5 \cdot \frac{4}{5} = 2$ (м)
- Вычисляется периметр прямоугольной доски. $P = 2 \cdot (2,5 + 2) = 9$ (м)
- Вычисляется площадь прямоугольной доски. $S = 2 \cdot 2,5 = 5$ (м^2)

Ответ: периметр прямоугольной доски равен 9 м, а площадь 5 м^2 .



9. В задаче требуется найти, сколько страниц осталось непрочитанными.

Решение задачи:

- Определяется количество прочитанных страниц за 1-й день. $96 \cdot \frac{1}{4} = 24$ (стр.)
- Определяется количество непрочитанных страниц. $96 - 24 = 72$ (стр.)
- Определяется количество прочитанных страниц книги за 2-й день. $72 \cdot 0,5 = 36$ (стр.)
- По количеству прочитанных страниц за 1-й и 2-й день определяется количество оставшихся непрочитанных страниц. $96 - (24 + 36) = 36$ (стр.)

Ответ: 36 страниц остались непрочитанными.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

10. В задаче требуется найти площадь квадрата, периметр которого равен периметру данного прямоугольника.

Привлечение. Учитель рисует на доске несколько маленьких прямоугольников, или можно вырезать маленькие прямоугольники из цветной бумаги и положить их на стол.

Стороны этих прямоугольников можно выбрать так, чтобы по их периметру можно было определить соответствующий квадрат. Например, у прямоугольника одна сторона может быть 5 см, а другая сторона 10 см. Ученикам задаются наводящие вопросы: “Какова длина сторон этого прямоугольника? Как вычислить периметр этого прямоугольника? Сколько см составляет сторона квадрата, периметр которого равен периметру этого прямоугольника? Какова площадь этого квадрата?” Стороны прямоугольника измеряются, и можно поручить вычислить его периметр. Вычисляется сторона квадрата, периметр которого равен периметру этого прямоугольника, и вычисляется его площадь.

Решение задачи:

- Вычисляется периметр прямоугольника. $P = 2 \cdot (\frac{1}{2} + 0,3) = 1,6$ (м)
- Вычисляется сторона квадрата, периметр которого равен этому периметру. $1,6 : 4 = 0,4$ (м)
- Вычисляется площадь квадрата. $0,4 \cdot 0,4 = 0,16$ (м^2)

Ответ: площадь квадрата равна $0,16 \text{ м}^2$.

11. В задаче требуется узнать, сколько сахарного песка получается из собранного количества тростника.

Решение задачи:

- Определяется, сколько сахарной свеклы отправлено на завод. $1,75 \cdot 12 = 21$ (кг)
- Определяется, сколько сахарного песка изготавливается из этого собранного продукта. $21 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$ (кг)

Ответ: из собранного тростника изготовили 3,5 кг сахарного песка.

12. В задаче требуется найти расстояние между лагерями.

Привлечение. На доске чертится отрезок, на котором отмечаются 2 точки и расстояние между ними, учитель отмечает часть на этом отрезке и говорит, что это 0,6 части.



А под оставшейся частью пишется 4 см. Исходя из этого, учитель предлагает ученикам найти расстояние между 2 точками. Ученикам задаются наводящие вопросы: “0,6 часть закрашена, какая часть не закрашена? Как найти длину всего отрезка, зная, что эта часть равна 4 см? При этом используется правило нахождения части числа или правило нахождения числа по его части?”

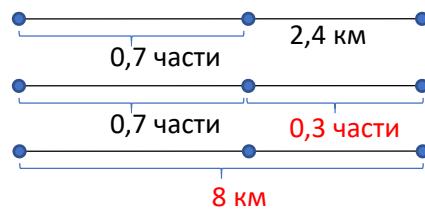
Решение задачи:

- Определяется не пройденная часть пути. $1 - 0,7 = 0,3$
- Учитывая, что 0,3 часть равна 2,4 км, находится общая длина дороги. $2,4 : 0,3 = 8$ км

Ответ: расстояние между лагерями 8 км.

Обсуждение. 0,7 части расстояния между лагерями вычисляется и вычитается из 8.

$$8 \cdot 0,7 = 5,6; 8 - 5,6 = 2,4 \text{ (км)}$$



Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Преобразует обыкновенную дробь в десятичную и десятичную дробь в обыкновенную.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет математические выражения, которые содержат обыкновенные и десятичные дроби.	Рабочие листы, учебник, РТ
Упрощает дроби с числовыми выражениями в числителе и знаменателе.	Рабочие листы, учебник, РТ

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и показывают примеры.

Десятичные дроби, разрядные значения цифр, десятичные дроби, десятые (ДЕ), сотые (СЕ), тысячные (ТЕ), запись десятичных дробей в развернутой форме, умножение десятичных дробей на степени 10, нахождение части числа, нахождение числа по части

Решение исходной задачи. Напоминается информация и задание “Попытайтесь!”, приведенные на первой странице раздела, а также то, что десятичные дроби используются для точного выражения значений величин, результатов измерений и вычислений. Решение исходной задачи обсуждается с классом.

Образец рабочего листа можно скачать по этой ссылке:

https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/292/Montys_Maths_Wall

<https://www.mathplayground.com/super-math-puzzles-number-chart-tenths.html>

<https://www.mathplayground.com/super-math-puzzles-number-chart-hundredths.html>

<https://www.mathplayground.com/super-math-puzzles-function-machine-two-steps-decimals.html>

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ.

1. Определяются число или цифра, соответствующие пустым клеткам.

a) 0,27 = 0,2 + 0,07 б) 2,418 = 2 + 0,4 + 0,01 + 0,008 в) 5,397 = 5 + 0,3 + 0,09 + 0,007

2. Для верности сравнения определяются цифры, соответствующие пустым клеткам.

a) $3,128 < 3,1\boxed{2}\boxed{9} < 3 \frac{13}{100}$

b) $0,2\boxed{0} < 0,\boxed{2}01 < \frac{21}{100}$

c) $1,18\boxed{0} < 1,1\boxed{8}1 < 1 \frac{19}{100}$

К сведению учителя! Если у учеников возникают затруднения при сравнении десятичных дробей или при записи десятичных дробей в виде суммы разрядных единиц, учитель может определить это на основании 1-го и 2-го задания. Целесообразно выявить учеников, испытывающих затруднения при решении этих задач или допускающих ошибки, и организовать работу над ошибками.

3. Значение выражений сначала предполагается, а затем точно вычисляется с использованием свойств сложения. Определяется, являются ли ответы правдоподобными.

4. Вычисления производятся на основе распределительного свойства умножения.

К сведению учителя! Целесообразно, чтобы распределительное свойство умножения повторялось с учениками. Учитель может напомнить ученикам об этом навыке, показав примеры простых натуральных чисел, связанные с распределительным свойством умножения. Учеников, у которых возникли трудности с выполнением задания, можно направить.

5. Вычисляются значения выражений. Важно обратить внимание на последовательность действий. Сначала определяется порядок действий, а затем вычисляется значение выражения.

7. Записывается соответствующее математическое выражение и вычисляется его значение.

a) $(1,2 + \frac{2}{5}) \cdot \left(3\frac{3}{5} - 2,1\right) = 2,4$ б) $(3,4 - 1,3) : \left(0,7 + \frac{4}{5}\right) = 1,4$

9. Данные величины выражаются в соответствующих единицах.

К сведению учителя! Преобразование между единицами измерений является одним из навыков, необходимых ученикам для решения задач. Целесообразно выявить учеников, которые испытывают трудности при выполнении задания или допускают ошибки, и перерешать аналогичные задания с этими учениками. Ученики, испытывающие затруднения при решении таких задач, в дальнейшем сталкиваются с трудностями при решении задач с использованием преобразований между единицами измерения. Укрепление этого навыка может помочь им решать задачи в будущем.

10. Находятся ответы на вопросы, записав и решив подходящее уравнение.

Практическое задание. Класс делится на группы. Карточки с цифрами располагаются лицевой стороной вниз. Среди этих чисел случайным образом выбираются 2 числа и записываются в столбец двух чисел на входе. Правило по этим числам - А, В, С или D записывается во 2-м столбце и число на выходе определяется путем выполнения расчета по правилу. По истечении времени результаты групп анализируются и обсуждаются. Каждая команда проводит по 4 игры, и заполняется таблица. Побеждает та команда, которая быстрее и правильно выполнит условия игры.



$1\frac{1}{4}$	5	3,4	1,2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	2,8
2,75	4,5	$5\frac{2}{5}$	5,6	2,2	0,7	$5\frac{1}{2}$

<https://drive.google.com/file/d/1pbldINz58vYA04n7PEd7XOICYU4M94e5o/view?usp=sharing>

12. В задаче требуется найти: а) сколько продавец должен вернуть покупателю; б) на сколько меньше будет договорная цена при покупке, чем изначальная.

Решение задачи:

а) Вычисляется, сколько покупатель заплатил за покупку. $3,2 \cdot 1,30 + 2,5 \cdot 2,40 = 10,16$ (ман.)

• Вычисляется, сколько денег ему вернул продавец. $20 - 10,16 = 9,84$ (ман.)

б) Вычисляется договорная цена 1 кг яблок. $4,95 : 4,5 = 1,10$ (ман.)

• Определяется, на сколько эта цена меньше, чем изначальная. $1,30 - 1,10 = 0,20$ (ман.)

Ответ: цена яблок дешевле на 0,20 манатов.

13. В задаче требуется найти намеченное расстояние в соревновании.

Решение задачи:

• Определяется какую часть составляет расстояние до финиша. $1 - 0,6 = 0,4$

• Определяется расстояние по правилу нахождения числа по его части. $3 : 0,4 = 7,5$ (км)

Ответ: намеченное расстояние в соревновании равно 7,5 км.

STEAM

Ученикам дается информация о высокоскоростных поездах. Информация, содержащаяся в учебнике, доводится до сведения учеников. Кроме того, ученикам сообщают, что самым скоростным поездом является поезд "Синкансэн", произведенный в Японии. Упоминается, что этот поезд называется «поезд-пуля». Ученикам можно дать задание исследовать и найти 10 самых быстрых поездов в мире и информацию о них. Ученики могут быть проинформированы, используя ссылку.

<https://www.bizimyol.info/az/news/379503.html>

1. В интернете собирается информация о самых быстрых на сегодняшний день поездах, их скоростях и способах передвижения. Сравниваются с поездом "Синкансэн".

2. Вычисляется, за какое время эти поезда проходили бы расстояние между городами, указанными в таблице, если бы эти поезда были в Азербайджане.

$$\begin{array}{ll} 5,1 \cdot 50 = 251 \text{ (км)} & 251 : 250 \approx 5 \text{ (часов)} \\ 7,2 \cdot 50 = 351 \text{ (км)} & 351 : 250 \approx 1,40 \text{ (часов)} \\ 7,6 \cdot 50 = 380 \text{ (км)} & 380 : 250 = 1,52 \text{ (часов)} \\ 12,4 \cdot 50 = 612 \text{ (км)} & 612 : 250 \approx 2,45 \text{ (часов)} \end{array}$$

Маршрут	Расстояние	Время
Баку-Уджар	215 км	0,86 часа
Баку -Гянджа	351 км	1,40 часов
Баку -Шуша	351 км	1,52 часов
Астара-Газах	351 км	2,45 часов



С помощью Интернета строится проект железной дороги из Баку в Стамбул и рассчитывается длина этой дороги. Таким образом рассчитывается скорость воображаемого поезда, который доедет из Баку до Стамбула за 3 часа.

Выбрав с учениками несколько городов на данной карте и найдя длину железнодорожных линий между этими городами, можно предположить время, которое потребуется, чтобы преодолеть эти расстояния. Кроме того, ученики могут исследовать Интернет и собрать информацию о самых скоростных поездах, их скорости и углах поворота дорог, необходимых для движения с этой скоростью, и их важности. Ученикам можно дать задание подготовить презентации в группах с использованием собранной информации.

4-й РАЗДЕЛ

Процент

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	120	
Тема 4.1.	Процент, обыкновенная дробь, десятичная дробь	2	121	78
Тема 4.2.	Процент от числа	2	125	81
Тема 4.3.	Нахождение числа по проценту	2	128	83
Тема 4.4.	Увеличение и уменьшение величины на определённый процент	2	130	85
	Обобщающий урок. STEAM. Генеалогия.	2	134	88
	МСО-4	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		12		

Краткий обзор раздела

В разделе ученики знакомятся с понятиями процента, выражение обыкновенной и десятичной дроби в процентах, выражение процента в виде обыкновенной и десятичной дроби, процентами больше 100. Объясняются правила нахождения числа по процентам и процент от числа, увеличения и уменьшения величины на определенный процент. Применяя эти правила, ученики выполняют различные задания и решают задачи, связанные с вычислением процентов.

На что стоит обратить внимание?

Некоторым ученикам трудно записать обыкновенные дроби в виде дробей со знаменателем 100 после их сокращения при выражении в процентах. Таким ученикам целесообразно давать дополнительные задания, связанные с сокращением обыкновенных дробей и выражением их в процентах.

Ученики, предположив процент от числа, могут проверить ответ, вычислив точный процент от числа. В повседневной жизни часто встречается приблизительное вычисление процента. Ученикам можно давать различные задания на развитие навыка находить приблизительный процент от числа.

Ученики могут легче найти 10%, 20%, 25%, 50% или 75% числа, представив процент в виде дроби. Формирование этого навыка имеет важное значение для развития навыков устного счета учеников.

Некоторым ученикам сложно выполнять задания, связанные с увеличением и уменьшением величины на определенный процент. Ученикам можно задавать вопросы на устное вычисление увеличения или уменьшения числа на 10%, 25% и т.д.

Развитие математического языка

Правильное использование терминов “процент”, “процент от числа”, “приблизительное вычисление процента от числа”, “нахождение числа по его проценту”, “увеличение числа на определенный процент”, “уменьшение числа на определенный процент” дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

“Процент”, “Процент от числа”, “Нахождение числа по проценту”, “Увеличение величины на определенный процент”, “Уменьшение величины на определенный процент”, “Проценты больше 100”.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Понятие обыкновенных дробей, десятичных дробей
- Действия с обыкновенными и десятичными дробями
- Часть числа, нахождение числа по его части

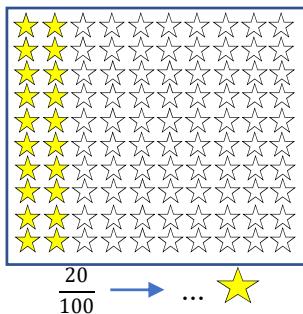
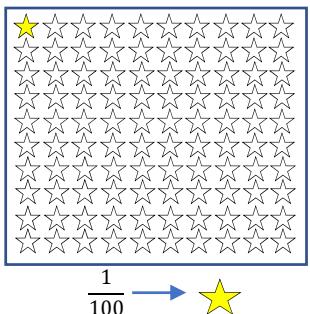
Междисциплинарная интеграция

Проценты широко используются в банковских кредитах, скидках, повышении цен, расчете бюджета, статистике и других областях. Процент встречается в количестве веществ, содержащихся в некоторых продуктах питания, в магазине, в показателе энергии телефона.

ТЕМА 4.1. Процент, обыкновенная дробь, десятичная дробь

ПОДСТАНДАРТЫ	1.5.1. Объясняет понятие процент.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Объясняет понятие процент. Выражает десятичные дроби в процентах. Выражает проценты в виде обыкновенных и десятичных дробей.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, сотенный квадрат, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://video.edu.az/video/97 https://video.edu.az/video/4705</p> <p>Задания: https://www.mathgoodies.com/games/conversions https://wordwall.net/resource/36296/percentage-quiz https://wordwall.net/resource/25592330/what-is-the-percentage https://mathies.ca/tools/ColourTiles/index.html?title=Colour%20Tiles</p> <p>Решение задач:</p> <p>https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/120/match_fractions_decimals_and_percentages#.UCdcd2MsCEY</p>

Побуждение. Учителя закрашивает 1 звездочку на ламинированном листе из 100 звездочек размером 10x10 и спрашивает, какая часть закрашена. Затем он говорит ученикам, что выразит дробь $\frac{1}{100}$ с помощью 1 звезды. На доске записываются несколько обыкновенных и десятичных дробей и ученикам дается задание найти, скольким звездочкам соответствует каждая дробь. Ученики находят количество звездочек, соответствующих каждой дроби, и записывают в пропуски.



$\frac{1}{10}$	→ ...		0,05	→ ...	
$\frac{\square}{5}$	→ ...		0,21	→ ...	
$\frac{1}{4}$	→ ...		0,5	→ ...	

Ученикам задаются наводящие вопросы: "Скольким $\frac{1}{100}$ равно $\frac{20}{100}$? Исходя из этого, скольким звездочкам равно $\frac{20}{100}$?" и т.д. Файл со звездочками можно скачать по ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1xIPHyZ_uQMAUYbKmTlaxCxmxEfH_wT/view?usp=share_link

Исследование-обсуждение

Можно добавить столбец в таблицу и написать соответствующие части. Дроби, изображающие части, приводятся к общему знаменателю и сравниваются. Используя это правило, ученики определяют, что красные шарики у Сабины составляют большую часть всех шариков.

Дети	Количество красных шариков	Количество всех шариков	Часть
Эльхан	33	100	$\frac{33}{100}$
Айнур	11	25	$\frac{11}{25}$
Сабина	9	20	$\frac{9}{20}$
Анар	19	50	$\frac{19}{50}$

Эльхан	Aйнур	Сабина	Анар
$\frac{33}{100}$	$\frac{11}{25} = \frac{44}{100}$	$\frac{9}{20} = \frac{45}{100}$	$\frac{19}{50} = \frac{38}{100}$

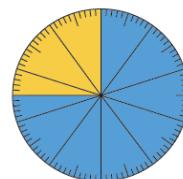
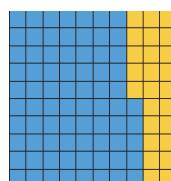
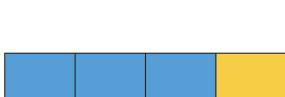
Ученикам сообщается о процентах, на сотенном квадрате показывается, что процент составляет $\frac{1}{100}$ от целого числа, также ученикам показывается правило выражения процента в виде обыкновенной дроби и обыкновенной дроби в виде процента.



Подумай!

Чтобы объяснить, что целое равно 100%, можно напомнить, что целое считается равным единице. Ученики могут сказать, что в сотенном квадрате все клетки представляют собой 1 целое, равное части $\frac{100}{100}$, то есть 100%. По тому же правилу из процента, представляющего целое, то есть 100%, вычитается 18%, чтобы определить, сколько процентов останется после вычитания 18% от целого. $100\% - 18\% = 82\%$

К сведению учителя! На первой странице раздела были изображены проценты на разных схемах. С помощью таких иллюстраций ученикам можно показать примеры процентов и дать задание выразить цветные части в процентах.



$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

В технически оснащенных классах можно выполнять интерактивные задания:

https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/120/match_fractions_decimals_and_percentages

<https://toytheater.com/percentage-strips/>

Задания

3. Решение и объяснение задания обсуждается с классом. Обыкновенные дроби заменяются дробями со знаменателем 100 и выражаются в процентах.

К сведению учителя! Иногда ученики испытывают трудности с записью обыкновенных дробей в виде дробей со знаменателем 100 после их сокращения при выражении в процентах. Целесообразно выявить учеников, испытывающих затруднения в 3-м задании, и улучшить этот навык.

Учеников можно познакомить с другим способом выражения обыкновенной дроби в процентах. Говорят, что можно выразить дробь в процентах, умножив числитель на 100 и разделив на знаменатель, так как дробь является делением.

5. Цветные части круга записываются в виде дробей и процентов. В дальнейшем ученики будут решать различные задачи, связанные с выражением частей окружности в процентах. Усовершенствование этого навыка поможет ученикам решать задачи связанное с круговой диаграммой.

Изучение Выражение десятичных дробей в процентах

Для выражения десятичных дробей в процентах сначала десятичную дробь записывают в виде дроби со знаменателем 100, а затем выражают в виде соответствующего процента.



Запомни!

Чтобы выразить десятичную дробь в процентах, эту дробь можно умножить на 100.

В этом случае ответ находится по правилу умножения десятичной дроби на степень 10.

$$0,43 = 0,43 \cdot 100\% = 43\%$$

$$0,43 = 43\%$$

В технически оснащенных классах можно выполнять интерактивные задания:

<https://mathkite.com/converting-decimals-to-percentages>

К сведению учителя! В этой теме ученики используют правило умножения десятичных дробей на степень 10. С учениками, забывшими это правило, рекомендуется повторить Тему 3.6. «Умножение и деление десятичных дробей на степени 10», вспомнить правило, и написать пример».

Изучение Выражение процента в виде обыкновенной и десятичной дробей

Чтобы выразить процент в виде обыкновенной дроби, можно умножить число, выражающее процент, на $\frac{1}{100}$, используя тот факт, что процент равен $\frac{1}{100}$. В это время полученная дробь сокращается и определяется ответ. Чтобы выразить процент в виде десятичной дроби, $\frac{1}{100}$ записывается как десятичная дробь и умножается.



Подумай!

Показывается несколько примеров того, как записать процент в виде десятичной дроби, используя правило преобразования обыкновенных дробей в десятичные дроби. Например, $20\% = \frac{20}{100} = 0,2$.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики делают определенные ошибки при вычислении некоторых процентов. При организации работы над ошибками можно вспомнить, что процент представляет собой $\frac{1}{100}$ часть числа и выражается как часть путем умножения заданного числа на $\frac{1}{100}$, или при переводе части в процент заданное число умножается на 100.

Ложное

Верное

$$0,4 = 4\%$$

$$0,4 = 40\%$$

$$90\% = 9$$

$$90\% = 0,9$$

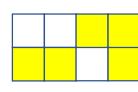
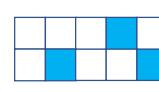
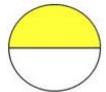
В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/120/match_fractions_decimals_and_percentages#.UCdcd2MsCEY

<https://www.mathgoodies.com/games/conversions>

Дифференцированное обучение.

Поддержка. К доске вызывают двух учеников. Ученикам дают различные изображения. Ученики поочередно выражают части, окрашенные в соответствии с изображениями, в виде обыкновенных или десятичных дробей, а затем в процентах.



Углубление. К доске вызывают трех учеников. 1-му ученику дается обыкновенная дробь, 2-му ученику – десятичная дробь, 3-му ученику – процент. Ученикам предлагается выразить данные части в двух других формах и показать их на моделях.

Практическое задание. Класс делится на группы.

Карточки с процентами, вырезанными из рабочих листов, раздаются по группам. Ученикам выдаются рабочие листы с обыкновенными и десятичными дробями. Ученики раскладывают карточки с процентами в любом порядке от центра, как показано на рисунке. В течение отведенного времени группы находят ответы, пишут пример в графе под каждым ответом. По истечении времени анализируются результаты групп. Ученики могут проверить ответы, чтобы показать, что они верны.

Образец рабочего листа вы можете скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/15m0uBMmc7WOa4FqeuyzeXyg89fs-A54uc/view?usp=sharing>

В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

<https://www.mathnook.com/math2/mathpup-hop-fraction-to-percent-beginner.html>

$\frac{1}{2}$	0,2	0,1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{12}$
$\frac{1}{20}$	50%	10%	20%	0,18
$\frac{7}{20}$	75%	100%	25%	
1	18%	5%	90%	$\frac{9}{15}$
	45%	30%	35%	
	$\frac{3}{10}$	$\frac{27}{30}$	0,4	$\frac{9}{20}$

Решение задач

9. Требуется найти, у какой из фигур больше процентов закрашено.

Решение задачи:

- Определяется, какую часть всей фигуры составляет закрашенная часть каждой фигуры, а затем какой процент.

Количество всех единичных квадратов: $5 \times 6 = 30$



Количество закрашенных единичных квадратов: 9

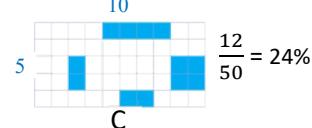
Количество всех единичных квадратов: $5 \times 5 = 25$



Количество закрашенных единичных квадратов: 5

Количество всех единичных квадратов: $5 \times 10 = 50$

Количество закрашенных единичных квадратов: 12



Ответ: у фигуры А закрашено больше процентов.

10. В задаче требуется узнать, кто дольше всех играл в компьютерные игры.

Решение задачи:

- Каждая из данных частей выражается в процентах.

Самир – 30%

Сабина – $\frac{1}{4} = 25\%$

Эльхан – $0,45 = 45\%$

Ответ: Эльхан дольше всех играл на компьютере.

Обсуждение. Каждую из заданных частей можно записать в виде обыкновенных или десятичных дробей и сравнить.

Формативное оценивание.

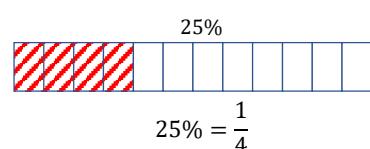
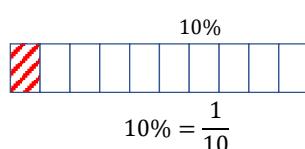
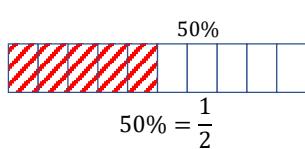
Критерии оценивания	Материалы оценивания
Объясняет понятие процент.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выражает десятичные дроби в процентах.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выражает проценты в виде обыкновенных и десятичных дробей.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 4.2. Процент от числа

ПОДСТАНДАРТЫ	1.5.2. Находит процент от числа, число по его проценту.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Находит процент от числа. Приблизительно вычисляет процент от числа.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, сотенный квадрат, цветная бумага, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://video.edu.az/video/4492 https://video.edu.az/video/14075 https://video.edu.az/video/11282 http://fluencychallenge.com/play/play-claw.html</p> <p>Задания: https://www.mathgoodies.com/games/conversions https://mathkite.com/percentage-of-a-number https://www.geogebra.org/m/nZtrNqWq https://www.geogebra.org/m/q5kuwndn</p>

Побуждение. Учитель рисует на доске 2 прямоугольника, разделенных на 10 равных частей, и 1 прямоугольник, разделенный на 12 равных частей. Он вызывает к доске 3 учеников. Дает каждому ученику задание раскрасить часть своего прямоугольника, соответствующую заданным процентам. Ученикам задаются наводящие вопросы: “Как представить 50% в виде обыкновенной дроби? Сколько маленьких прямоугольников составляют $\frac{1}{2}$ первого прямоугольника? Как определить, сколько маленьких прямоугольников составляют 50% этого прямоугольника?” Можно задать соответствующие вопросы для раскрашивания других частей по тому же правилу.

Ученики выражают процент обыкновенной дробью, находят соответствующую часть числа 10 или 12 и раскрашивают ее.



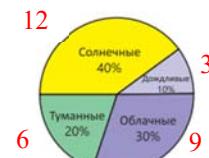
В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

<https://www.mathnook.com/math2/shade-it-percents.html>

Исследование-обсуждение

Поскольку в апреле 30 дней, ученики могут ответить на вопросы, выражая проценты дробями и находя соответствующую дробь. Для выполнения задания ученикам можно задать наводящие вопросы: “Какая часть всех дней приходится на дождливые дни в течение месяца? Как найти количество дождливых дней по правилу нахождения части числа?” Ученикам предлагается найти количество солнечных, туманных и облачных дней по тому же правилу. В таблицу добавляется два столбца и записываются соответствующие части, затем количество дней, чертится круговая диаграмма и отмечается число соответствующих дней.

Дни	Процент	Часть	Число дней
Дождливые дни	10%	$\frac{1}{10}$	3
Солнечные дни	40%	$\frac{2}{5}$	12
Туманные дни	20%	$\frac{1}{5}$	6
Облачные дни	30%	$\frac{3}{10}$	9



$$\begin{array}{lcl} \text{Дождливые дни} & \text{Солнечные дни} & \text{Туманные дни} & \text{Облачные дни} \\ 10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} & 40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} & 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} & 30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \\ 30 \cdot \frac{1}{10} = 3 & 30 \cdot \frac{2}{5} = 12 & 30 \cdot \frac{1}{5} = 6 & 30 \cdot \frac{3}{10} = 9 \end{array}$$

Изучение Нахождение процента от числа

Учителям предоставляется информация о том, что процент от числа и понятие процента часто используется в магазинах, в банковских кредитах, при повышении зарплаты, разъясняется им правило нахождения процента от числа.



Запомни!

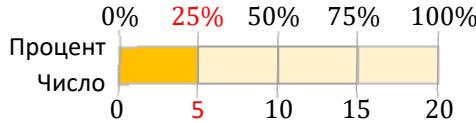
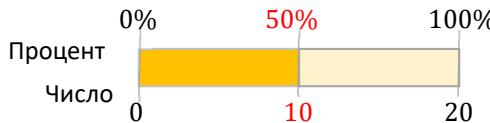
Данная таблица обсуждается с учениками, при этом ученикам сообщается, что по таблице можно устно найти указанные проценты от числа.



Подумай!

Ученики используют таблицу, чтобы найти 25% от 16, 20% от 25, 50% от 30 и 75% от 28. Сначала выражают процент в виде обыкновенной дроби и устно находят соответствующую часть. Например, найти 25% от 16 означает найти $\frac{1}{4}$ этого числа. Определяется $\frac{1}{4}$ числа 16. Остальные проценты определяются по тому же правилу.

К сведению учителя! Используя ленточную диаграмму, ученикам можно более четко объяснить, что процент представляет собой часть и что можно найти процент, найдя часть от числа. Связь понятия процента с понятием дроби поможет ученикам лучше понять, как найти процент от числа, объяснив ученикам, что 100 % равно полной длине ленты, 50 % — половине длины ленты, а 25% — $\frac{1}{4}$ длины. Взяв число, равное 20, соответствующие проценты можно найти устно.



В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

<https://www.mathplayground.com/bingo-find-a-percent-of-a-number.html>

Задания

2. Находятятся проценты от заданных чисел. Затем производятся вычисления с найденными числами.

К сведению учителя! В дальнейшем ученикам предстоит выполнить ряд сложных заданий, связанных с нахождением процента от числа. В заданиях 2 и 3 важно выявить учеников, испытывающих трудности с вычислением процентов, и организовать работу над ошибками.

Изучение Нахождение приближенного значения процента

Учителям сообщается, что можно вычислить процент путем округления самого числа и числа, выраждающее процент, данное задание обсуждается с классом.

4. Сначала вычисляется приближенное значение процента от числа, а затем на калькуляторе находится точный ответ. При приближенных вычислениях обращают внимание на правильное применение правил округления.

5. Сравнивается, используя приближенные значения, а результат проверяется вычислением на калькуляторе.

К сведению учителя! Приблизительные вычисления часто используются в повседневной жизни. Усовершенствование навыков приблизительного вычисления процента от числа поможет ученикам определять приблизительные значения при расчетах в реальных ситуациях. Учеников можно попросить выполнить устные вычисления в заданиях 4 и 5. Целесообразно с учениками, испытывающими определенные трудности при вычислениях, повторить правила умножения и деления чисел, оканчивающихся на ноль.

Когда ученики находят проценты с помощью калькулятора, они умножают число на число процента и делят на 100, используя правило нахождения процентов. При этом рекомендуется сообщить ученикам, что на калькуляторе стоит знак процента, и что можно вычислить процент в указанной последовательности. Например, 25% числа 20 находится так.

2 0 * 2 5 / 1 0 0

или 2 0 * 2 5 %



Ложные представления, возникающие у учеников.

Иногда ученики думают, что при вычислении процентов от заданных чисел, если процент большой, то и полученное число будет большим.

Ложное

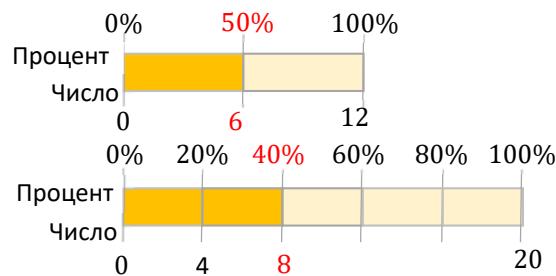
Поскольку 50% больше 40%,
50% от 12 больше, чем 40% от 20.

Верное

Поскольку числа, представляющие целое, различны, процент числа находится и затем сравнивается.

Целесообразно рассказать ученикам, допускающим подобные ошибки, что процент представляет собой часть числа, и что полученное число зависит от числа, представляющего целое. Можно продемонстрировать наглядные примеры, изобразив диаграмму на ленте длиной 12 см и 20 см.

Ученики могут видеть, что большое число, показывающее процент, не обязательно означает, что соответствующая длина ленты будет большой.



Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учащимся дают задания, связанные сначала с приблизительным, а затем с точным нахождением процентов от числа. Ученики проверяют ответ на калькуляторе.

Углубление. Ученикам даются задания, связанные сначала с приблизительным, а затем точным нахождением процентов от числа. Сначала ученики предполагают ответ устно. Затем находят приблизительный и точный ответ путем вычислений.

Игра. Класс делится на группы. Каждой группе раздаются рабочий лист и 2 игральные кости. Бросают игральные кости. Находят процент чисел, написанных перед числом, соответствующим количеству очков, выпавших на верхней грани 1-ой брошенной игральной кости, к числу, написанному перед числом, соответствующим количеству очков, выпавших на верхней грани 2-ой брошенной игральной кости. По этому правилу пара чисел выбирается не более 6 раз и производятся соответствующие расчеты. За каждый правильный расчет, написанный в течение отведенного времени, группе присваивается 1 балл. Группа, набравшая наибольшее количество очков, объявляется победителем. Некоторые из примеров записываются на доске и обсуждаются.

Рабочий лист можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1Kq1L3bAxelmTqpMvjSEdapcfkskYQHUMo/view?usp=sharing>

В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

<https://www.mathnook.com/math/math-boxing-percents.html>

Решение задач

6. Даются ответы на вопросы.

- Определяется, сколько ящиков гранатового сока было привезено в магазин. $15\% = 0,15; 240 \cdot 0,15 = 36$
- Определяется, на сколько вопросов Самир ответил правильно. $80\% = 0,8; 25 \cdot 0,8 = 20$
- Определяется, сколько билетов на фильм не продано в кинотеатре.

$$\begin{aligned}1-\text{й способ. } 60\% &= 0,6 \\360 \cdot 0,6 &= 216 \\360 - 216 &= 144.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2-\text{й способ. } 100\% - 60\% &= 40\% \\40\% &= 0,4 \\360 \cdot 0,4 &= 144.\end{aligned}$$

- г) Определяется, сколько еще страниц нужно прочитать Лале, чтобы завершить чтение книги.
- | | |
|---------------------------------|--|
| <i>1-й способ.</i> $70\% = 0,7$ | <i>2-й способ.</i> $100\% - 70\% = 30\%$ |
| $240 \cdot 0,7 = 168$ | $30\% = 0,3$ |
| $240 - 168 = 72.$ | $240 \cdot 0,3 = 72.$ |

К сведению учителя! После нахождения процента числа оставшуюся часть ученики могут определить двумя способами. Целесообразно проинформировать учеников об этих способах.

1-й способ:

- Находится заданный процент от числа.
- Найденное число вычитается из целого числа.

2-й способ:

- Определяется сколько процентов составляет оставшаяся часть.
- Рассчитывается процент от целого, соответствующий оставшейся части.

Ученикам, решившим задачу одним способом, можно предложить проверить правильность ответа другим способом.

7. В задаче требуется узнать, сколько гусей на ферме. Данные представляются на ленточной диаграмме.

Решение задачи:

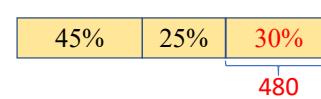
1-й способ.

- Определяется, сколько кур на ферме. $1600 \cdot 45\% = 720.$
- Определяется, сколько уток на ферме. $1600 \cdot 25\% = 400.$
- Определяется, сколько гусей на ферме. $1600 - (720 + 400) = 480.$



2-й способ.

- Определяется, какой процент составляют гуси от кур, уток и гусей на ферме. $100\% - (45\% + 25\%) = 30\%;$
- Определяется, сколько гусей на ферме. $1600 \cdot 30\% = 480.$



Ответ: на ферме 480 гусей.

Обсуждение. Обсуждаются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

9. Требуется найти, сколько деревьев каждого вида в саду. Данные представляются в виде ленточной диаграммы.

Решение задачи: Задачу можно решить двумя способами.

1-й способ.

- Определяется количество яблонь, груш и слив.

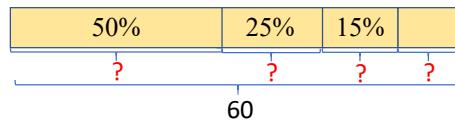
Яблони: $50\% = 0,5; 60 \cdot 0,5 = 30$

Груши: $25\% = 0,25; 60 \cdot 0,25 = 15$

Сливы: $60 \cdot 0,15 = 9$

- Количество персиковых деревьев находится путем вычитания количества яблонь, груш и слив из общего количества деревьев.

$$60 - (25 + 15 + 9) = 6.$$



2-й способ.

- Таким же образом определяется количество яблонь, груш и слив.

- Определяется, сколько процентов от общего числа деревьев составляют персиковые.

$$100\% - (50\% + 25\% + 15\%) = 10\%.$$

- Определяется количество персиковых деревьев. $10\% = 0,1; 60 \cdot 0,1 = 6.$

Ответ: в саду 30 яблонь, 15 груш, 9 слив и 6 персиков.

Обсуждение. Ученики, решившие задачу одним способом, проверяют правильность ответа, решив ее другим способом.

10. В задаче требуется найти, кто за неделю прочитал больше страниц.

Решение задачи:

- Определяется количество страниц, прочитанных Анаром.

$$45\% = 0,45; 80 \cdot 0,45 = 36.$$

45%



- Определяется количество страниц, прочитанных Лалой.

$$30\% = 0,3; 140 \cdot 0,3 = 42.$$

45%



- Определяется количество страниц, прочитанных Эльханом.

$$50\% = 0,5; 72 \cdot 0,5 = 36.$$

45%



Ответ: Лала прочитала больше страниц.

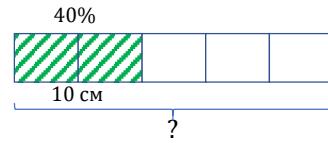
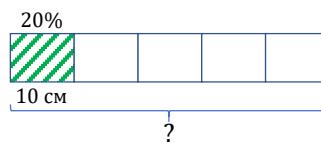
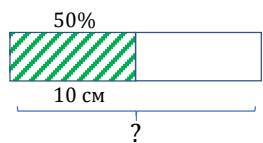
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Объясняет понятие «процент».	Рабочие листы, учебник, РТ
Выражает десятичные дроби в процентах.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выражает процент в виде обыкновенных и десятичных дробей.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 4.3. Нахождение числа по проценту

ПОДСТАНДАРТЫ	1.5.2. Находит процент от числа, число по его проценту.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Находит число по его проценту.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, сотенный квадрат, цветная бумага, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/4837 https://video.edu.az/video/11342 https://www.ixl.com/math/grade-6/find-the-whole-given-a-part-and-a-percent https://www.funbrain.com/games/penguin-waiter

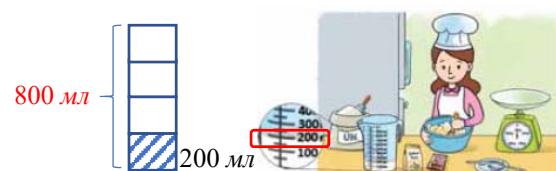
Побуждение. Учитель рисует на доске 3 прямоугольника и вызывает к доске 3 учеников. Ученикам сообщают, чему равны числа, соответствующие раскрашиваемым частям, и на основании этого они находят длину всего прямоугольника. Ученикам задаются наводящие вопросы: “Какой процент прямоугольника закрашен? Какая это часть от прямоугольника? Как найти целую длину прямоугольника?”



Исследование-обсуждение

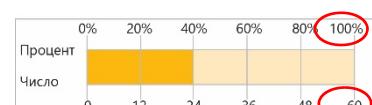
Количество молока, оставшегося в посуде, определяется по изображению. Выражается в процентах, соответствующих количеству оставшегося молока. $25\% = \frac{1}{4}$. Ученикам напоминается правило нахождения числа по его части. Отмечается, что 200 мл молока равны $\frac{1}{4}$ части.

Чертится соответствующая схема и, по правилу нахождения числа по части, выясняется, что первоначально в посуде было 800 мл молока.

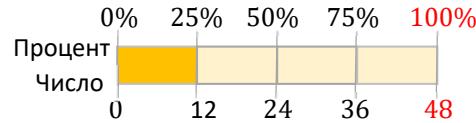
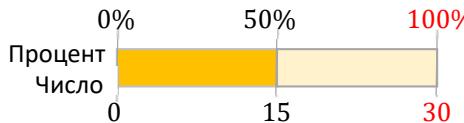


Изучение Нахождение числа по известному проценту

Когда процент от числа известен, ученикам объясняется правило нахождения самого числа. По изображению ученикам поясняется, как определить число, 40% которого равно 24. При нахождении числа по проценту сообщается, что подходящее число находится путем нахождения части, соответствующей 1%, и умножения этого числа на 100, другими словами, путем деления данного числа на дробь, соответствующую проценту. Ученики могут определить, что длина данной ленты равна 60, используя правила нахождения числа по его проценту или части с помощью изображения.



К сведению учителя! Учащимся, испытывающим затруднения при нахождении числа по его проценту, можно напомнить правила выражения процента частью, нахождения числа по его части, и задать выполнить простые задания, связанные с нахождением числа по проценту используя схемы (например, найти число, 10%, 20%, 25%, 50% которого равно определенному числу). Подчеркнуть, что найденное число представляет собой целое, можно дать ученикам задание найти процент от числа и проверить верность ответа. Например, каково число, 50% которого равны 15? Каково число, 25% которого равны 12? И т.д.



Задания

2. Производятся вычисления и сравнение. В этом случае используется правило нахождения числа по его проценту.

3. Производятся вычисления, решение и объяснение задания обсуждается с классом. Считается целесообразным проверить ответ с помощью схемы.

Ложные представления, возникающие у учеников.

Иногда ученики ошибаются в правилах нахождения процента числа и числа по его проценту. Подобные ошибки допускают ученики, не освоившие правила нахождения части числа и числа по его части. С учениками, допускающими подобные ошибки, важно сначала повторить правила нахождения части числа и числа по его части, напомнить, что можно выразить процент числа в виде части, и выполнить задания, связанные с нахождением процента от числа и числа по его проценту.

Ученикам можно поручить выполнить задания, используя изображения или проверив ответ.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учащимся по изображениям даются задания на нахождение числа по его процентам. Ученики находят ответ и проверяют правильность, находя процент от числа.

Углубление. Учащимся даются задания, связанные с нахождением процента от числа и числа по его проценту. Ученики говорят, каким правилом они будут руководствоваться, чтобы найти ответ, находят ответ и проверяют, правильный ли он.

Практическое задание. Класс делится на группы. Рабочие листы раздаются по группам. Члены группы выполняют задания. В пропуски записываются числа или слова, число определяется по проценту. За правильный ответ начисляется 1 балл, за неправильный ответ 1 балл снимается. Правильность ответа проверяется нахождением процента от числа. Ошибки исправляются.

Задание можно выполнять в парах или индивидуально.

Скачать рабочий лист можно по ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1qa3t5P1tNaA_4mpJHbKiu8NuVyHB3M2O/view?usp=sharing

Решение задач

4. В задаче требуется определить, сколько километров составляет расстояние между городами А и В.

	<p>— % какого числа равно ___?</p> <p>Ответ: <input type="text"/></p>		<p>— % какого числа равно ___?</p> <p>Ответ: <input type="text"/></p>
	<p>— % какого числа равно ___?</p> <p>Ответ: <input type="text"/></p>		<p>— % какого числа равно ___?</p> <p>Ответ: <input type="text"/></p>
	<p>— % какого числа равно ___?</p> <p>Ответ: <input type="text"/></p>		<p>— % какого числа равно ___?</p> <p>Ответ: <input type="text"/></p>

Привлечение. Учитель вызывает к доске 3 учеников. Ученики становятся в ряд на определенном расстоянии между собой. В это время на доске рисуется изображение с указанием расстояний между учениками.



Учитель отмечает, что расстояние между 1-м и 2-м учениками равно 40% расстояния между 1-м и 3-м учениками, а расстояние между 2-м и 3-м учениками – 120 см и задает ученикам вопросы: “Какой процент от общего расстояния составляет расстояние между 2-м и 3-м учениками? Как найти расстояние между 1-м и 2-м учениками? Можно ли это найти, применив правила нахождения числа по его проценту или процент от числа?”

Решение задачи.

- Определяется, сколько процентов составляет пройденное расстояние от общего пути. $100\% - 55\% = 45\%$
- Для нахождения расстояния между городами А и В определяют число, 45% которого равны 144.

$$144 : \frac{45}{100} = 320 \text{ (км).}$$

Ответ: расстояние между городами А и В 320 км.

Обсуждение. Найдя 45% от расстояния между городами А и В, можно определить, что это число равно 144 км.

5. В задаче требуется найти, сколько процентов стены покрасил маляр в течение дня и сколько квадратных метров составляет площадь всей стены.

Решение задачи.

- Определяется, сколько процентов стены покрашено в течение дня. $35\% + 25\% = 60\%$.
- Чтобы найти площадь всей стены, определяют число, 60% которого равно 120 м^2 .

$$120 : \frac{60}{100} = 200.$$

Ответ: площадь всей стены 200 м^2 .

Обсуждение. Находятся 35% и 25% от 200 м^2 и проверяется, равна ли их сумма 120 м^2 .

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Находит число по его проценту.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 4.4. Увеличение и уменьшение величины на определённый процент

ПОДСТАНДАРТЫ	1.5.3. Решает задачи, связанные с увеличением и уменьшением значения величины до заданного процента.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Решает задачи, связанные с увеличением значения величины на заданный процент. • Решает задачи, связанные с уменьшением значения величины на заданный процент.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, сотенный квадрат, цветная бумага, карточки
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://video.edu.az/video/4472 https://video.edu.az/video/351 https://www.exploremathindemand.com/percent-increase--percent-decrease-games.html</p> <p>Задания: https://wordwall.net/resource/10641258/math/percentage-increase-decrease https://www.free-training-tutorial.com/percentage/towncreator/tc-percentage.html</p>

Побуждение. Учитель берет две ленты длиной 20 см. Затем он говорит ученикам, что хочет отрезать 10% от одной из этих лент, а к другой доклеить еще 20% ленты, и задает ученикам вопросы: “Сколько сантиметров составляет отрезанная часть? Сколько сантиметров осталось? Итак, если мы сократим длину ленты на 10%, то сколько сантиметров будет составлять ее длина?” Задаются вопросы по поводу 2-й ленты: “Сколько дополнительных сантиметров нужно доклеить к ленте? Сколько сантиметров будет составлять длина ленты? Итак, если удлинить ленту на 20%, сколько сантиметров будет составлять ее длина?”

Исследование-обсуждение

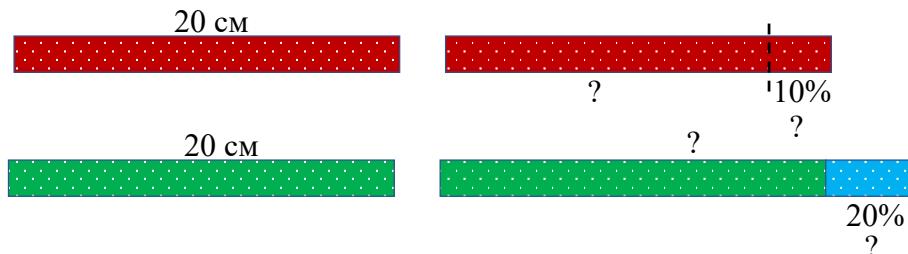
Учитель задает ученикам наводящие вопросы. Соответствующие вычисления производятся и записываются на доске.

Сколько манатов премии получил работник в конце месяца? $1\ 000 \cdot 0,3 = 300$ (ман.)

Как узнать, сколько всего манатов получил работник в конце месяца? $1\ 000 + 300 = 1\ 300$ (ман.)

Вычисляется сколько налога платит работник из заработанных денег. $1\ 300 \cdot 0,14 = 182$ (ман.)

Находится, сколько осталось денег после вычитания полученного числа от 1300. $1\ 300 - 182 = 1\ 118$ (ман.)



Изучение Увеличение и уменьшение величины на определённый процент

Иногда ученикам говорят, что нужно увеличить и уменьшить число на определенный процент. С учениками обсуждаются приведенные задания. Для выполнения заданий учитель может воспользоваться проведением в классе ролевых игр.



Подумай!

Приводятся примеры, позволяющие найти, во сколько раз увеличится величина при увеличении ее на 100%. Задавая ученикам наводящие вопросы, можно взять цену определенного предмета или одежды и увеличить ее на 100%, вычислить цену и увидеть, что она увеличилась вдвое.

В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

<https://wordwall.net/resource/25110724/percentage-increase-decrease>

К сведению учителя! В этой теме важно развитие математического языка. Таким образом, ученики должны уметь различать понятия "увеличение величины на определенный процент" или "уменьшение величины на определенный процент". В повседневной жизни ученики часто сталкиваются с увеличением и уменьшением величины на определенный процент. Например, скидки, развешанные на витринах магазинов, чеки и т.д. Ученикам можно дать задание привести несколько подобных примеров, а также проведя исследование отметить аналогичные ситуации, с которыми они столкнулись в течение дня, и рассказать о них на следующем уроке. Производя такие вычисления с деньгами, ученикам легче выполнять задания. Задания, приведенные в учебнике, желательно обсудить с классом и использовать наглядные примеры.

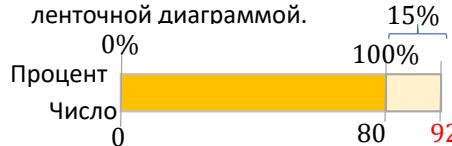
Задания

1. Решение и объяснение задания обсуждается с классом. Задачи выполняются путем увеличения или уменьшения величины на заданный процент.

а) Вычисляется 15% от 80 и прибавляется к 80.

$$15\% = 0,15; 80 \cdot 0,15 = 12; 80 + 12 = 92$$

Решение также можно проиллюстрировать ленточной диаграммой.



КАССОВЫЙ ЧЕК НОМЕР ЧЕКА № 120			
Магазин: Маркет	Дата: 22.06.2023	Кассир:	Время: 13:05:00
Номер чека:	Количество	Цена	Сумма
Пирожок (шт)	20	0,20 ₼	4,00 ₼
Мука (кг)	1	3,00 ₼	3,00 ₼
Чай (шт)	1	1,00 ₼	1,00 ₼
Масло (пачка)	5	4,00 ₼	20,00 ₼
Хлеб (шт)	1,5	10,00 ₼	15,00 ₼
Итого:		35,00 ₼	6,30 ₼
Итоговая сумма:			41,30 ₼

Изучение Проценты больше 100%

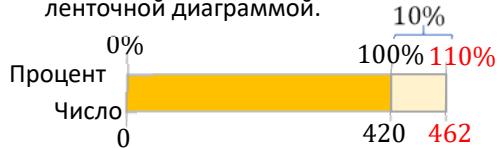
Иногда ученики при вычислениях сталкиваются с процентами, превышающими 100%. Что означает этот процент объясняется схематически, и с учениками обсуждается правило вычисления процента.

2. Решение и объяснение задания обсуждается с классом. Задачи выполняются путем увеличения или уменьшения величины на заданный процент.

а) Чтобы увеличить 420 на 10%, находятся 110% от него.

$$100\% + 10\% = 110\% = 1,1; 420 \cdot 1,1 = 462$$

Решение также можно проиллюстрировать ленточной диаграммой.



Учителям можно предложить проверить ответ, найдя 10% от 420 и прибавив их к 420.

$$10\% = 0,1; 420 \cdot 0,1 = 42; 420 + 42 = 462$$

В технически оснащенных классах можно сыграть в интерактивные игры:

<https://mathkite.com/percentage-change-increase/>

К сведению учителя! Ученики могут найти значение величины 2-мя способами, когда величина увеличивается или уменьшается на определенный процент. Уместно объяснить ученикам способы в сравнительной форме и привести примеры. Например, если число 50 увеличить на 10%, полученное число можно найти следующими способами.

1-й способ. Сначала определяется число, соответствующее данному проценту. Если величина увеличивается на заданный процент, она прибавляется. Если величина уменьшается на заданный процент, она вычитается.

2-й способ. Сначала определяется соответствующий процент. Если величина увеличивается на заданный процент, этот процент прибавляется к 100%. Если величина уменьшается на заданный процент, этот процент вычитается из 100%. Затем рассчитывается соответствующий процент от величины.

Если число 50 увеличить на 10%, полученное число можно найти следующим образом:

$$50 \cdot \frac{10}{100} = 5; 50 + 5 = 55$$

$$100\% + 10\% = 110\%; 50 \cdot \frac{110}{100} = 55$$

Если число 120 уменьшить на 20%, полученное число можно найти следующим образом:

$$120 \cdot \frac{20}{100} = 24; 120 - 24 = 96$$

$$100\% - 20\% = 80\%; 120 \cdot \frac{80}{100} = 96$$

Учителям можно предложить найти ответ одним способом, а проверить правильность ответа другим.

Ложные представления, возникающие у учеников.

Когда ученики определяют, чему будет равно число, увеличенное или уменьшенное на определенный процент, они иногда думают, что нашли ответ, найдя процент этого числа. При наличии выражений "увеличение" и "уменьшение" необходимо обратить внимание учеников на то, что к числу прибавляется число, соответствующее проценту, или из числа вычитается число, соответствующее найденному проценту.

Ложное
Чтобы уменьшить 20 на 10%, нужно найти 10% от 20. $20 \cdot \frac{10}{100} = 2$

Чтобы увеличить 20 на 10%, нужно найти 10% от 20. $20 \cdot \frac{10}{100} = 2$

Верное
Чтобы уменьшить 20 на 10%, находятся 10% от 20 и вычитаются из 20.
 $20 \cdot \frac{10}{100} = 2; 20 - 2 = 18$

Чтобы увеличить 20 на 10%, находятся 10% от 20 и прибавляются к 20.
 $20 \cdot \frac{10}{100} = 2; 20 + 2 = 22$

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учителям даются задания увеличить или уменьшить величину на определенный процент. Один из учеников находит ответ, а другой проверяет верность ответа.

Углубление. Учителям даются задания увеличить или уменьшить величину на определенный процент. Предлагается найти ответ двумя способами.

Решение задач

3. Требуется найти, какую общую сумму денег клиент должен вернуть банку через год.

Решение задачи.

- Вычисляется дополнительная сумма денег.

$$20\% = 0,2; 2400 \cdot 0,2 = 480 \text{ (ман.)}$$

- Вычисляется, сколько манатов придется заплатить клиенту через год. $2400 + 480 = 2880 \text{ (ман.)}$

Ответ: через год клиент должен заплатить банку 2 880 манатов.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

4. В задаче требуется узнать, сколько литров молока надоили на ферме за два дня.



Решение задачи.

- Вычисляется, сколько л молока надоили на ферме во 2-й день. $1800 \cdot 17\% = 306$ (л); $1800 - 306 = 1494$ (л)
- Определяется, сколько литров надоили на ферме за два дня. $1800 + 1494 = 3294$ (л)

Ответ: за два дня на ферме надоили всего 3294 л молока.

5. В задаче требуется найти, кто прочитал больше страниц: Анар или Самир, и на сколько.

Решение задачи.

- Определяется, сколько страниц прочитала Лала. $80 \cdot 0,3 = 24$; $80 + 24 = 104$.
- Определяется, сколько страниц прочитал Самир. $104 \cdot 0,25 = 26$. $104 - 26 = 78$.



Сравнивается количество прочитанных Анаром или Самиром страниц. $80 > 78$.

Находится на сколько больше страниц прочитал Анар, чем Самир.

$$80 - 78 = 2.$$

Ответ: количество страниц, прочитанных Анаром, больше. Количество страниц, прочитанных Анаром, на 2 единицы больше, чем количество страниц, прочитанных Самиром.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

6. В задаче требуется узнать, сколько стоит товар до скидки.

Привлечение. Учитель берет книгу и обращается к ученикам: «После снижения цены этой книги на 20% новая ее цена составила 4 маната». Сначала он задает ученикам вопросы о том, как определить стоимость книги: «Какой процент от цены книги остался? Ученики сообщают, что ответ составляет 80%. Если 80% равно 4 манатам, как найти изначальную стоимость книги?» В это время ученики определяют, будут использовать правила нахождения числа по проценту или процент от числа.



Решение задачи.

- Исходя из того, что цена товара после 12% скидки составляет 44 маната, определяется сколько процентов составляет эта цена. $100\% - 12\% = 88\%$
- Определяется число, 88% которого равны 44. $44 : \frac{88}{100} = 50$ (ман.)

Ответ. цена данного товара до скидки составляла 50 манатов.

Обсуждение. Проверяется, что цена до скидки, то есть 50 манатов, после 12% скидки равна 44 манатам.

7. В задаче требуется определить, в каком магазине холодильник после скидки стал дешевле.

Решение задачи.

- Вычисляется цена после скидки в первом магазине. $650 \cdot 0,2 = 130$; $650 - 130 = 520$ (ман.)
- Вычисляется цена после скидки во втором магазине. $700 \cdot 0,26 = 182$. $700 - 182 = 518$ (ман.)
- Определяется, в каком магазине холодильник стал дешевле после скидки.

Ответ: холодильник был продан по более низкой цене во втором магазине.

8. В задаче требуется определить, сколько манатов будет стоить одежда после изменения цены.

Решение задачи.

- Вычисляется цена одежды за 60 манатов после увеличения ее на 20%. $60 \cdot 1,2 = 72$ (ман.)
- Вычисляется цена после уменьшения новой цены на 20%. $72 \cdot 0,8 = 57,60$ (ман.)

Ответ: после изменения цен стоимость одежды составила 57,60 манатов.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

Проект. Ученикам можно дать задание записать и решить проблемы, с которыми они сталкиваются в повседневной жизни, связанные с увеличением или уменьшением количества на определенный процент. Ученикам, которым сложно найти подходящие ситуации, можно раздать разные картинки чеков, скидок и попросить составить задачу и решить ее дома.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Решает задачи, связанные с увеличением значения величины на заданный процент.	Рабочие листы, учебник, РТ
Решает задачи, связанные с уменьшением значения величины на заданный процент.	Рабочие листы, учебник, РТ

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Новые понятия и правила, изученные на уроке, напоминаются ученикам учителем. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры.

Процент, процент от числа, приблизительный расчет процента от числа, нахождение числа по его проценту, увеличение числа на определенный процент, уменьшение числа на определенный процент, проценты больше 100

Решение исходной задачи. Напоминается информация и задание “Попытайтесь!”, приведенные на первой странице раздела. С классом обсуждается решение исходной задачи, как выразить расходы семьи обычными и десятичными дробями, как определить сколько манатов составляет каждый расход за месяц, метод подсчета, того, сколько манатов составит ежемесячный расход за сентябрь месяц при повышении его на 10%.

Практическое задание. По ссылке представлена информация о процентном соотношении населения разных стран с населением Земли за текущий год и по сравнению с предыдущими годами на сколько процентов оно увеличилось или уменьшилось. Используя эту информацию, ученикам можно давать задания, связанные с подсчетом численности населения разных стран.

<https://worldpopulationreview.com/>

Flag	Country	2023 (Live)	2022 Population	Area (km²)	Land Area (km²)	Density (/km²)	Growth Rate	World %	Rank
India	India	1,427,536,087	1,417,173,173	3.3M	3M	481	0.61%	17.85%	1
China	China	1,425,700,833	1,425,887,337	9.7M	9.4M	151	-0.02%	17.81%	2
United States	United States	339,844,984	338,289,857	9.4M	9.1M	37	0.5%	4.25%	3
Indonesia	Indonesia	277,344,453	275,501,339	1.9M	1.9M	148	0.74%	3.47%	4
Pakistan	Pakistan	240,095,623	235,824,862	881.9K	770.9K	312	1.98%	3%	5
Nigeria	Nigeria	223,366,332	218,541,212	923.8K	910.8K	246	2.41%	2.8%	6
Brazil	Brazil	216,319,915	215,313,498	8.5M	8.4M	26	0.52%	2.7%	7
Bangladesh	Bangladesh	172,809,002	171,186,372	147.6K	130.2K	1,329	1.03%	2.16%	8
Russia	Russia	144,485,580	144,713,314	17.1M	16.4M	9	-0.19%	1.8%	9
Mexico	Mexico	128,377,560	127,504,125	2M	1.9M	66	0.75%	1.6%	10
Ethiopia	Ethiopia	126,264,080	123,379,924	1.1M	1.1M	112	2.55%	1.58%	11

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ.

6. Требуется выяснить, сколько пресной и сколько соленой воды на Земле.

Решение задачи:

- На калькуляторе вычисляется, сколько пресной воды на Земле.

$$1 \boxed{3} \boxed{8} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} * \boxed{2}, \boxed{5} \% = 34\,650\,000\,000$$

- Определяется, сколько соленой воды на Земле.

$$1 \boxed{3} \boxed{8} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} - \boxed{3} \boxed{4} \boxed{6} \boxed{5} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} = 1\,351\,350\,000\,000$$

Ответ: На Земле $34\,650\,000\,000\text{ km}^3$ пресной и $1\,351\,350\,000\,000\text{ km}^3$ соленой воды.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

7. В задаче требуется найти, сколько еще столов нужно изготовить, чтобы выполнить заказ.

Решение задачи:

- Определяется, сколько столов изготовит один из мастеров за неделю. $30 \cdot 0,3 = 9$.
- Определяется, сколько столов изготовит другой мастер. $30 \cdot 0,4 = 12$.
- Определяется, сколько еще столов нужно изготовить для выполнения заказа. $30 - (9 + 12) = 9$.

Ответ: для выполнения заказа необходимо изготовить еще 9 столов.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

8. В задаче требуется найти, сколько денег продавец получил в этом месяце, если в марте он продал мебель на 24 000 манатов.

Решение задачи:

- Вычисляется сумма премии, полученной продавцом от проданной мебели. $24\,000 \cdot 0,02 = 480$ (ман.)

- Рассчитывается месячная зарплата продавца. $600 + 480 = 1\ 080$ (ман.)

Ответ: в этом месяце продавец получает всего 1 080 манатов.

- 9.** В задаче требуется определить, сколько кг яблок было послано на завод.

Решение задачи.

- Этот процент вычисляется потому, что 25% фруктов, собранных с сада в течение дня, составляют яблоки.

$$960 \cdot 0,25 = 240 \text{ кг.}$$

- Находится соответствующий процент, учитывая, что 40% яблок отправляются на завод для приготовления сока. $240 \cdot 40\% = 96 \text{ кг.}$

Ответ: на завод отправили 96 кг яблок.

- 10.** В задаче требуется определить, сколько манатов составляет цена приобретаемого покупателем товара до скидки.

Решение задачи.

- Для определения цены до скидки определяется процент от цены со скидкой.

$$100\% - 7\% = 93\%.$$

- Находится число, равное 93% от 67,89. $67,89 : 0,93 = 73$

Ответ: цена товара, приобретенного покупателем до скидки, составила 73 маната.

Обсуждение. По цене до скидки цена после скидки проверяется на соответствие сумме денег, оплаченной покупателем на кассе.

- 11.** В задаче определяется, чья зарплата будет выше: мастера Али или мастера Гасана.

Решение задачи.

- Вычисляется зарплата мастера Али. $750 \cdot 0,08 = 60$ (ман.). $750 + 60 = 810$ (ман.)

- Вычисляется зарплата мастера Гасана. $720 \cdot 0,1 = 72$ (ман.). $720 + 72 = 792$ (ман.)

- Сравниваются зарплаты, получаемые мастером Али и мастером Гасаном, находится разность. $810 > 792$.

$$810 - 792 = 18 \text{ (ман.)}$$

Ответ: зарплата мастера Али на 18 манатов выше, чем зарплата мастера Гасана.



Ученики знакомятся с наукой генеалогия. Ученикам сообщается, что у каждого человека есть только свой генетический код. Родословную объясняют ученикам по описанной схеме. Ученикам предлагается заполнить таблицу, указав приблизительную долю родителей и предков в ДНК.

Представитель поколения (по отцовской линии)	Примерная доля представителя поколения в ДНК человека		
	В виде обыкновенной дроби	В виде десятичной дроби	В виде процента
Ты	$\frac{1}{1}$	1,0	100%
Отец	$\frac{1}{2}$	0,5	50%
Дедушка	$\frac{1}{4}$	0,25	25%
Отец дедушки	$\frac{1}{8}$	0,125	12,5%
Дедушка дедушки	$\frac{1}{16}$	0,0625	6,25%
Отец дедушки вашего дедушки	$\frac{1}{32}$	0,03125	3,125%

После заполнения таблицы ученики используют соответствующие числа, чтобы ответить на вопросы. В конце можно дать ученикам задание провести специальный поиск в Интернете о районах, где жили предки каждого человека на земле, и подготовить презентацию на основе собранной информации.

Ученики могут быть проинформированы о генеалогической программе под названием "Family Historian". Это программное обеспечение было разработано "Calico Pie Limited", британской компанией по разработке программного обеспечения, основанной в 1995 году Саймоном Ордом.

Ученикам можно дать направляющие ссылки и дать задание нарисовать генеалогическое древо:
<https://www.dnaweekly.com/tools/family-tree-maker/>

5-й РАЗДЕЛ

Выражения с переменной. Уравнение. Неравенство

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	6	
Тема 5.1.	Выражения с переменной	2	7	3
Тема 5.2.	Упрощение выражений с одной переменной	2	10	5
Тема 5.3.	Равенство и уравнение	4	13	7
Тема 5.4.	Решение задач на составление уравнений	4	19	10
Тема 5.5.	Неравенства	3	23	14
Тема 5.6.	Зависимые и независимые переменные	4	27	17
	Обобщающий урок. STEAM. «Глобальное потепление»	3	33	21
	МСО-5	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		24		

Краткий обзор раздела

В разделе ученики научатся писать, читать, упрощать выражения с одной переменной, вычислять значение выражения при заданном значении переменной, решать простые уравнения, выражать формулой зависимость между величинами, представлять ее в виде таблицы и графика. Также ученикам будут представлена информация о правилах решения задач на составления уравнения, поиска решений простых неравенств методом подбора.

На что стоит обратить внимание?

Ученики затрудняются записывать утверждения, данные словами, в виде выражений с переменными. Это затруднение возникает особенно в случае со скобками. В подобном случае могут быть приведены примеры выражений со скобками и без, состоящих из одних и тех же чисел, и действий.

При решении задач на составление уравнений, ученики, составив и решив соответственно ситуации уравнение, находят значение неизвестного и думают, что ответ равен этому значению. Ученики допускают ошибки, особенно если искомая в задаче величина не равна значению неизвестной. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно дать задание решить аналогичные задачи. Формирование этого навыка важно для того, чтобы в дальнейшем не допускать подобных ошибок при решении задач путем составления более сложных уравнений.

Некоторые ученики допускают ошибки при решении неравенств, так как путают знаки. Это проявляется себя и при записи данного утверждения словами, в виде неравенства. Целесообразно с учениками, допускающими подобные ошибки организовать работу над ошибками.

Развитие математического языка

Правильное использование терминов "эквивалентные выражения", "общий множитель", "корень уравнения", "взаимно обратное действие", "неравенство", "решение неравенства", "больше", "больше или равно", "меньше", "меньше или равно", "не равно", "не больше", "не меньше", "формула", "зависимая переменная", "независимая переменная", "система координат", "график" дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

Эквивалентные выражения, общий множитель, уравнение, взаимно обратное действие, неравенство, больше или равно, меньше или равно, не равно, не больше, не меньше, формула, зависимая переменная, независимая переменная, система координат, график и т.д.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Выражения с переменными
- Уравнение
- Неравенства
- Действия над обыкновенными и десятичными дробями
- Последовательность действий

Междисциплинарная интеграция

В некоторых встречающихся в повседневной жизни ситуациях для того, чтобы решить задачу возникает необходимость записи данного словами выражения, математическими символами, составления и решения уравнения согласно этим ситуациям. Например, возникает необходимость решить задачу, записав данное словами утверждение в виде математического выражения и составив уравнение при определении дохода, прибыли или расхода при совершении покупок, определении пройденного пути в зависимости от скорости движения и времени, расчете стоимости проезда исходя из пройденного пути и т.д. Неравенство чаще встречаются в задачах, связанных с минимальной массой, ограничением скорости, возрастом, минимальной и максимальной температурой.

ТЕМА 5.1. Выражения с переменной

ПОДСТАНДАРТЫ	2.1.1. Составляет математическое выражение с переменной, произносит данное математическое выражение устно. 2.1.2. Упрощает выражения с одной переменной. 2.1.3. Использует порядок действий для вычисления значения математических выражений с не более чем тремя переменными.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Составляет математическое выражение без скобок с переменной. • Составляет математическое выражение с переменной и скобками. • Представляет словами выражение, заданное математическими символами.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, стикеры
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/4197 https://video.edu.az/video/4230 Задания: https://video.edu.az/video/4153 https://algebra4children.com/algebraic-expressions-crocodile-game.html https://algebra4children.com/algebraic-expressions-pirate-game.html

Побуждение.

Учитель сообщает ученикам, что в каждой большой классной комнате школы имеется по 3 окна, и дает им задание записать выражение для вычисления общего количества окон у определенного количества подобных классных комнат. Он записывает на доске следующее выражение, отмечая количество классов пустой клеткой: $\boxed{} \cdot 3$

Количество окон в классе

$$\boxed{} \cdot 3$$

Общее количество окон в 2 классах

$$\boxed{2} \cdot 3 = 6$$

Общее количество окон в 3 классах

$$\boxed{3} \cdot 3 = 9$$

.....

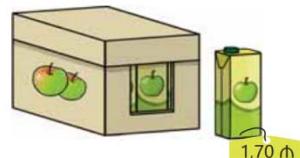
Общее количество окон в n классах

$$\boxed{n} \cdot 3$$

Учитель задает ученикам наводящие вопросы: “Как найти общее количество окон в 2 классах? Как найти количество окон в 3 классах? Как написать математическое выражение, чтобы найти общее количество окон в n классах, используя это правило?” К каждому ответу пишется подходящее выражение.

Исследование-обсуждение

Требуется записать полученную от продажи сумму денег в виде математического выражения, определить, как вычислить сумму денег, если в каждом ящике по 8 коробок.



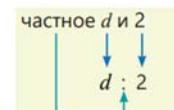
• Учитель сообщает, что количество коробок в ящике неизвестно. Поэтому он отмечает, что количество этих коробок можно обозначить переменной, например буквой a , и ученики записывают математическое выражение, соответствующее данному мнению: $9 \cdot a + 3$

• Если в каждом ящике будет по 8 коробок, то для расчета суммы вместо переменной пишется 8 и находится ответ:

$$9 \cdot 8 + 3 = 75$$

Изучение Составление математических выражений

Подчеркивается, что в некоторых задачах в зависимости от ситуации величины принимают разные значения. Тогда эти величины заменяются переменными и записываются выражения с переменными. Чтобы записать подобные словесные выражения математическими символами, важно обозначить переменную определенной буквой и правильно выбрать соответствующее действие. Примеры, приведенные в учебнике, обсуждаются с учениками.



При записи математических выражений особое внимание уделяется расстановке скобок. С учениками можно обсудить нескольких различных заданий со скобками.



Внимание!

Отмечается, что если один или несколько множителей являются переменными, то знак умножения не ставится. Данный в учебнике образец поясняется ученикам. В этом случае указывается, что число пишется перед буквой в множителе.

Можно привести несколько примеров. Например, $3n$, $2a$, $5x$ и т.д.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/4230>

Задания

2. Утверждения, данные словами, записываются в виде математических выражений.

К сведению учителя! Иногда ученики испытывают затруднения при записи математических выражений, соответствующих данным словесным утверждениям.

Словами	Образец	Математическое выражение
Сложение Сумма, общее количество, единиц больше, длиннее, тяжелее и т.д.	На 3 единицы больше a	$a + 3$
Вычитание Разность, единиц меньше, короче, легче и т.д.	На b единиц меньше 6	$6 - b$
Умножение Произведение, двукратное, трехкратное, больше в несколько раз и т.д.	двукратное значение x	$x \cdot 2$
Деление Частное, общее количество, меньше в несколько раз и т.д.	в 4 раза меньше c	$c : 4$
Скобки Произведение ... разности (суммы)..., частное ... разности (суммы) и т.д.	Произведение 5 и суммы чисел a и 3	$(a + 3) \cdot 5$

Если у учеников возникают трудности с расстановкой скобок, целесообразно обсудить, почему выбрано такое расположение скобок. Это важно, чтобы избежать подобных ошибок в будущем.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения: <https://video.edu.az/video/4200>

Ложные представления, возникающие у учеников.

При записи математическими символами, данных словами выражений, ученики больше всего допускают ошибки при записи выражений со скобками. Таким ученикам можно показать разницу, сначала написав числовое выражение в скобках и сравнив результаты. Например, при вычислении 2-х кратной суммы чисел 3 и 5, ответ будет равен 16. Однако при отсутствии скобок ответ будет иным. Причина этого заключается в том, что в словесно данном выражении, первым выполняется действие сложения. Для этого необходимо применить скобки. По этому правилу ученикам разъясняется важность расстановки скобок в выражениях с переменной.

сумма чисел 3 и 5, увеличенная в 2 раза
Ложное **Верное**

$$3 + 5 \cdot 2 = 13 \quad (3 + 5) \cdot 2 = 16$$

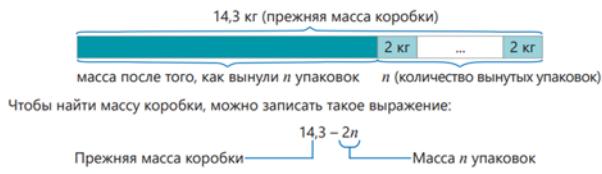
разность чисел а и 2, увеличенная в 3 раза

Ложное **Верное**

$$a + 2 \cdot 3 = a + 6 \quad (a + 2) \cdot 3 = 2a + 6$$

Изучение Запись математических выражений, соответствующих различным ситуациям

Буквенные выражения чаще всего используются при решении задач, связанных с одними и теми же ситуациями. С учениками обсуждаются выполнение задания-образца, запись буквенных выражений.



Подумай!

С учениками обсуждается, как найти общую массу коробки используя записанное выражение, если количество вынутых упаковок равно 3. Отмечается, что вместо переменной пишется 3. Находится значение соответствующего выражения.

$$14,3 - 2 \cdot 3 = 8,3 \text{ (кг)}$$

3. Записываются соответствующие задачам выражения с переменной. При заданном значении переменной вычисляется значение выражения и поясняются полученные результаты.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель записывает на доске несколько выражений и дает ученикам задание определить выражения, ответы которых равны при заданном значении переменной.

Углубление. Учитель пишет на доске несколько выражений. Дает ученикам задание определить отличное среди этих выражений и объяснить, как они это определили.

Командная игра. Организовывается соревнование методом кубирования. Класс делится на группы. На столе раскладывают карточки с утверждениями, записанными словами. Следует постараться, чтобы выражения, записанные по утверждениям, были схожи. Это побуждает учеников быть более внимательными. Изготавливается куб. Каждый из учеников бросает кубик, выбирает карточку, соответствующую выпавшему числу, и записывает выражение с переменной, соответствующей запиcанному на ней утверждению. Если ответ верный, группа получает 1 балл. Игру продолжает следующий игрок, если выпавшее на кубике число повторяется, кубик бросают еще раз. В таком порядке игра продолжается до тех пор, пока не будут записаны математические выражения, соответствующие всем утверждениям. Команда, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:

https://drive.google.com/file/d/1exYeXedbQXa-YlcUXeJIS27A5kblFUN_/view?usp=drive_link

Решение задач

Задачи решаются путем записи выражений с переменными.

4. В задаче требуется написать математическое выражение для вычисления количества людей, разместившихся в палатках, найти сколько всего мест в палатках при $b = 6$.

Решение задачи.

- Записывается математическое выражение для подсчета количества людей, разместившихся в палатках.

$$8 \cdot 3 + b \cdot 4$$

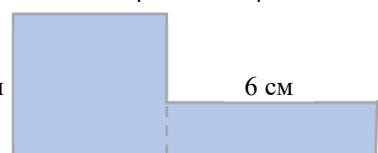
- Написав 6 вместо b , можно найти общее количество мест в палатках. $8 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 48$

Ответ: при $b = 6$ общее количество мест в палатках равно 48.

5. Требуется выразить площадь данной фигуры через x , и вычислить значение выражения при $x = 2 \text{ см}$.

Решение задачи.

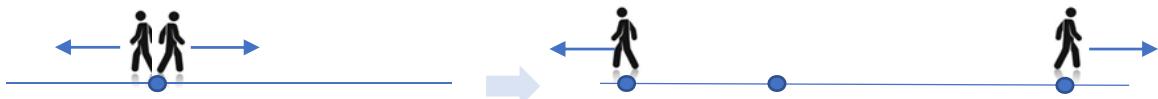
- Площадь данной фигуры выражается через x . Для этого ученики могут разделить данную фигуру на 2 фигуры. 5 см
Определяются выражения, соответствующие площади каждой полученной фигуры, и записывается сумма. $5 \cdot 5 + 6 \cdot x = 25 + 6x$
- Вычисляется значение выражения при $x = 2$. $25 + 12 = 37 (\text{см}^2)$.



Ответ: при $x = 2 \text{ см}$ значение выражения, то есть площадь фигуры, будет 37 см^2 .

6. В задаче требуется написать математическое выражение, соответствующее расстоянию между автомобилями через 2 часа, определить, каким будет это расстояние при $a = 50$.

Привлечение. Учитель вызывает к доске двух учеников. Ученики с одного и того же места делают несколько шагов в противоположных направлениях. Учитель изображает на доске рисунки, соответствующие их действиям, и задает ученикам вопросы.



Если длина шага одного из учеников сделанная за 1 секунду составит 30 см, а другого 40 см, то каково будет расстояние между учениками через 5; 8 секунд? Какое математическое выражение можно написать, чтобы найти это расстояние через a секунд? Как это определить?

Решение задачи:

- Ученики записывают математическое выражение, соответствующее утверждению.
 $2 \cdot (40 + a)$ или $2 \cdot 40 + 2 \cdot a$
- Вычисляется значение выражения при $a = 50$. $2 \cdot (40 + 50) = 180$ (км) или $2 \cdot 40 + 2 \cdot 50 = 180$ (км)

Ответ: при $a = 50$ расстояние равно 180 км.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

7. В задаче требуется написать математическое выражение, определяющее сколько денег должны вернуть Самиру, найти сколько денег ему вернут при $n = 6$.

Решение задачи:

- Записывается математическое выражение, чтобы найти сколько денег вернут Самиру. $10 - 0,45 \cdot n$
- Вычисляется значение выражения при $n = 6$. $10 - 0,45 \cdot 6 = 7,3$ (ман.)

Ответ: Самиру вернут 7,3 манатов при $n = 6$.

8. Записываются соответствующие вопросам выражения с переменной.

- Записывается математическое выражение, показывающее возраст брата Лалы. $b - 5$
- Записывается математическое выражение, показывающее возраст отца Лалы. $b + 24$
- Записывается математическое выражение, показывающее возраст мамы Лалы. $3b + 1$
- Находится, сколько лет отцу, матери и брату Лалы, если ей 11 лет.

братья Лалы: $11 - 5 = 6$ отец Лалы: $11 + 24 = 35$ мама Лалы: $3 \cdot 11 + 1 = 34$

Ответ: если Лале 11 лет, ее отцу 35, матери 34, а брату 6.

9. Составляются задачи, соответствующие выражениям, и решаются.

К сведению учителя! Развитие математического языка и навыков понимания прочитанного, важны для составления задачи в соответствии с приведенными выражениями. Ученики должны сначала прочитать и понять данные выражения, и прочитав эти выражения определить, какое действие следует выполнить первым и каким выражениям задачи оно соответствует. В ходе чтения данных выражений с учениками можно обсудить ответ, полученный путем постановки соответствующих чисел на место переменной, и изменение ответа при изменении этих чисел. Подобные примеры можно показать и на простых задачах. Используя дифференцированные методы обучения, можно распределить между учениками выражения, данные в 9-м задании, и дать им задание написать и решить задачу, соответствующую каждому выражению. Целесообразно сравнивая разные задачи, составленные соответственно одному и тому же выражению, обменяться мнениями.

Проект. Ученикам можно дать задание написать и решить задачу с переменной, подходящей для различных ситуаций (дом, прогулка, шоппинг, спорт и т.д.), и подготовить презентацию, объясняющую решение. Ученикам, испытывающим трудности, можно давать картинки, дающие некоторое представление о разных ситуациях.



Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Составляет математическое выражение без скобок с переменной.	Рабочие листы, учебник, РТ
Составляет математическое выражение с переменной и скобками.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выражает словами выражение, заданное математическими символами.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 5.2. Упрощение выражений с одной переменной

ПОДСТАНДАРТЫ	2.1.2. Упрощает выражения с одной переменной. 2.1.3. Использует порядок действий для вычисления значения математических выражений с не более чем тремя переменными.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Упрощает выражение с одной переменной, применяя распределительное свойство умножения. • Упрощает выражение с одной переменной, вынося общий множитель за скобки.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/4529 https://video.edu.az/video/4188 Задания: https://www.transum.org/Maths/Activity/Algebra/Collecting_Like_Terms.asp https://www.deltamath.com/app/explore/skill/tape-diagram-model--linear-equations-multiple-choice/1857530 Решение задач: https://video.edu.az/video/4153

Побуждение. Учитель кладет на стол несколько книг и тетрадей. Сообщается, что цена книги неизвестна, а тетрадь стоит 2 маната. Затем он берет две книги, по одной в каждой руке. Учитель спрашивает учеников, сколько у него книг и как их общую стоимость записать в виде математического выражения. Сначала рассматриваются разные варианты использования книги и тетради. Затем, приняв значение книги за a , записывается подходящее математическое выражение и упрощается.

$$\begin{array}{ccc} \text{book} + \text{book} & = & \text{book book} \\ \longrightarrow & & a + a = \\ \text{book} + \text{book} + \text{notebook} & = & \text{book book notebook} \\ \longrightarrow & & a + a + 2 = \\ \text{book} + \text{book} + \text{book} + \text{notebook} & = & \text{book book book notebook} \\ \longrightarrow & & a + a + 2 = \end{array}$$

Учитель задает ученикам наводящие вопросы: "Как найти цену двух книг? Как узнать цену 2 книг и 1 тетради? В каком случае можно записать выражение $a + a + a + 2$? Как еще можно записать это выражение?"

Ученики оглашают ответ и подходящие выражения записывают на доске.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/4529>

Исследование-обсуждение

Ученики сначала записывают, сколько карандашей купил Анар, учитывая, что в каждой коробке n карандашей. Затем они определяют, сколько карандашей осталось, исходя из того, что Анар отдал 1 коробку карандашей другу. В обоих случаях учитель направляет внимание учеников на изображение и записывает соответствующие математические выражения.

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{cc} 3n & 2n \\ \overbrace{n \quad n \quad n \quad n \quad n} & \overbrace{\quad \quad \quad \quad} \\ \longrightarrow & 3n + 2n = 5n \end{array} & & \\ \begin{array}{cc} 5n - n \\ \overbrace{n \quad n \quad n \quad n} \quad \cancel{n} \\ \longrightarrow & 5n - n = 4n \end{array} & & \end{array}$$

Изучение Упрощение выражений с использованием распределительного свойства

Учителя сообщают об эквивалентных выражениях и приводят несколько примеров. Объяснение задания-образца, приведенного в учебнике, обсуждается с учениками по изображениям.

Ученики младших классов решали примеры, используя

распределительное свойство умножения. Учитывая это, целесообразно привести примеры вычисления выражений, содержащих числа, на основе свойства распределения. Например, $2 \cdot (5 + 3)$; $4 \cdot (0,5 + 0,25)$ и

$$\begin{array}{ccc} 2 \cdot (c + 5) & = & 2 \cdot c + 2 \cdot 5 = 2c + 10 \\ \begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \\ \text{blue box} \end{array} \quad \begin{array}{c} c + 5 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{blue box} \quad \text{yellow box} \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{c} 2c + 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \text{blue box} \quad \text{yellow box} \end{array} \\ \begin{array}{c} 2 \cdot (c + 5) \\ \downarrow \\ c + 5 \quad c + 5 \end{array} & \longrightarrow & \begin{array}{c} 2c + 10 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ c + c \quad 5 + 5 \end{array} \end{array}$$

т.д. Затем с учениками обсуждается и записывается на доске общий вид распределительного свойства умножения относительно сложения и вычитания, разбирается задание-образец из учебника.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$



Запомни!

Равенство означает, что выражения слева и справа от соответствующего знака эквивалентны. Подчеркивается, что равенство не нарушится если поменять местами выражения в левой и правой частях равенства. Целесообразно привести ученикам несколько примеров.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания.
<https://video.edu.az/video/4713>

Задания

1. Находится число, соответствующее пустой клетке. На основе модели площади ученики объясняют свое решение.

К сведению учителя! С моделью площади ученики знакомы еще с младших классов. Ученикам, испытывающим трудности, можно привести несколько примеров представления числовых выражений с помощью модели площади. Можно напомнить изученное, заменив x любым числом в пункте а) задания 1.

2. Применяя распределительное свойство умножения, записывается выражение, эквивалентное данному выражению.

4. Определяется, какие из приведенных равенств неверны. Неверные равенства записываются в тетради и исправляются ошибки. Верное равенство получается путем внесения изменений в выражение, записанное в правой части, в соответствии с выражением, записанным в левой части равенства.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики допускают определенные ошибки при упрощении выражений, применяя свойства умножения. При упрощении выражений с использованием распределительного и сочетательного свойств умножения забывают

умножить каждое выражение внутри скобок на число вне скобок. Таких учеников можно выявить при решении заданий 3 и 4. Они смогут быстрее выявить свои ошибки, определив, что ответ, данный в числовых выражениях, неверен. Чтобы выявить ошибки, ученикам можно дать задание заменить переменную числом или сравнить решение с предыдущим решением, повторно решив пример.

Изучение Вынесение общего множителя за скобки

Отмечается, что если поменять местами правую и левую часть равенства в распределительном свойстве умножения, то получится правило вынесения общего множителя за скобки. Наряду с приведенными в учебнике примерами и распределительным свойством умножения с учениками обсуждается формула вынесения общего множителя за скобки.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/1734>

К сведению учителя! Поскольку ученики знают о наибольшем общем делителе (НОД), целесообразно сообщить им, что понятия общего множителя и общего делителя определяются одинаково, и привести несколько примеров. Правило упрощения выражения путем вынесения общего множителя за скобки ученикам можно объяснить, задавая наводящие вопросы. Например: "Каковы общие делители чисел 12 и 16? Какое из этих чисел наибольшее? Какой общий множитель у $4 \cdot 3$ и $4 \cdot 4$? Какой общий множитель у $2a$ и $3a$? Как можно упростить выражения $2a$ и $3a$, вынеся общий множитель за скобки?" и т.д.

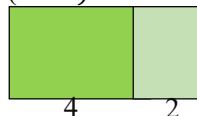
В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные игры:

<https://www.mathgames.com/skill/6.14-simplify-variable-expressions>

7. Выражения упрощаются за счет вынесения общего множителя за скобки, а значение выражений вычисляется по заданному значению переменной.

8. Сначала выражения упрощаются, соответствующее значение выражений вычисляется по заданному значению переменной.

9. Выражения упрощаются.

$$3 \cdot (4 + 2) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2$$


Ложное

$$(x + 5) \cdot 2 = 2x + 5$$

$$3 \cdot (2b + 4) = 6b + 4$$

Верное

$$(x + 5) \cdot 2 = 2x + 10$$

$$3 \cdot (2b + 4) = 6b + 12$$

К сведению учителя! Иногда ученики затрудняются решить, какие выражения следует сгруппировать при упрощении выражений. Целесообразно обсудить с учениками, какое свойство используется при упрощении выражений, и дать им задание обосновать, почему используется это свойство.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. На доске записываются и упрощаются несколько выражений от простого к сложному. Ученикам объясняют, какое свойство используется для упрощения.

Углубление. На доске записываются и упрощаются несколько выражений от простого к сложному. Ученикам объясняют, какое свойство используется для упрощения, и пишут другое выражение, упрощенное с использованием того же свойства.

Игра пирамида. Учащимся раздаются рабочие листы и поясняется правило записи соответствующего выражения в пустые части. В игру можно играть группами. Победителем объявляется команда, которая быстро и правильно заполнит пирамиды.

Можно подготовить несколько разных рабочих листов, соответствующих образцу рабочего листа.

Рабочий лист можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1IaHD8BzPrwGR41gTziWWfIPLxbqVZQr3/view?usp=sharing>

Решение задач

10. В задании спрашивается, чье мнение верное.

Решение задачи.

- Данное выражение упрощается. $3c - 3c + 1 = 1$. Итак, при упрощении выражения получается число, зависимости от переменной нет. Это означает, что значение выражения будет равно 1 при любом значении c . Так что мнение Анара верное.

- Определяется, верно ли мнение Лалы или нет. Поскольку это одно и то же выражение, следует отметить, что это выражение равно 1. Итак, когда $c = 0$, значение выражения будет равно 1. Но, если c равно другому числу, значение выражения по-прежнему будет равно 1. Так что мнение Лалы неверно.

Ответ: мнение Анара верное.

Обсуждение. Чтобы объяснить, что мнение Лалы неверно, ученики могут заменить c другими числами. В этом случае получится, что значение выражения равно 1 при разных значениях c . Поэтому мнение Лалы неверно, а мнение Анара верное.

11. По рисунку требуется написать выражения для вычисления длины, периметра и площади прямоугольника, размеры которого даны в см, и найти, какими будут периметр и площадь при $a = 5$.

Решение задачи:

- По рисунку определяется, что выражение, соответствующее длине данного прямоугольника, равно $3 + a$.

- Записываются и упрощаются математические выражения для нахождения периметра и площади прямоугольника.

Периметр прямоугольника: $(3 + 3 + a) \cdot 2 = 12 + 2a$

Площадь прямоугольника: $3 \cdot (3 + a) = 9 + 3a$

- Вычисляются периметр и площадь прямоугольника при $a = 5$.

Периметр прямоугольника: $12 + 2a = 12 + 2 \cdot 5 = 22$ (см)

Площадь прямоугольника: $3 \cdot (3 + a) = 9 + 3 \cdot 5 = 24$ (см^2)

Ответ: при $a = 5$ периметр прямоугольника равен 22 см, а его площадь 24 см^2 .

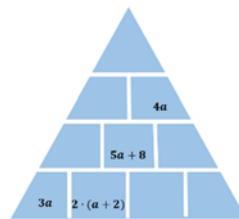
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Упрощает выражение с одной переменной, применяя распределительное свойство умножения.	Рабочие листы, учебник, РТ
Упрощает выражение с одной переменной, вынося общий множитель за скобки.	Рабочие листы, учебник, РТ

$$\begin{array}{ll} x \cdot 2 \cdot 3 = & 5 \cdot x \cdot 3 = \\ x \cdot (4 + 3) = & x \cdot (5 - 1) = \\ x + 3x = & 8x - x = \\ 4x + 2x = & 9x - 4x = \\ x + x + 3 = & 6x - x + 3 = \\ 2x + 6x + 5 = & 10x + 5 + 2x = \\ 5 \cdot (x + 2) + 4 = & \end{array}$$



В пирамидах сумма выражений в двух соседних частях одной строки записывается в ее верхней строке. По правилу запишите выражения, соответствующие пустым частям пирамиды.



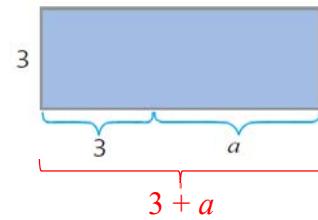
При любом значении c значение выражения $2c + c - 3c + 1$ равно 1.

Anar



Значение выражения $2c + c - 3c + 1$ равно 1 только при $c = 0$.

Lala



ТЕМА 5.3. Равенство и уравнение

ПОДСТАНДАРТЫ	2.1.2. Упрощает выражения с одной переменной. 2.2.2. Решает простые линейные уравнения, с натуральными или дробными коэффициентами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Решает простые уравнения, применяя свойства равенства. • Решает простые линейные уравнения с натуральными или дробными коэффициентами. • Решает уравнения, содержащие несколько действий, с натуральными или дробными коэффициентами.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, весы, пазлы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://video.edu.az/video/4467 https://video.edu.az/video/4705</p> <p>Задания: https://video.edu.az/video/10307 https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer/latest/equality-explorer_tr.html https://mathsbot.com/manipulatives/equationSolver</p> <p>Решение задач: https://video.edu.az/video/11367</p>

Побуждение. Можно принести в класс весы или попросить учеников заранее сделать модель весов. Весы ставятся на стол. Для баланса можно использовать гири, домино или копейки. На одну чашу весов помещают три гири массой 100 грамм. На другую чашу кладут предмет с заранее определенной массой (например, 200 г) или гирю, скрыв ее вес. Ученики должны добавлять или убирать гири, чтобы сбалансировать весы. По этому правилу находится масса гири или предмета, масса которого неизвестна. Соответствующее уравнение записывается на доске.

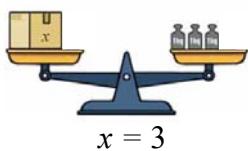


$$x + 100 = 300$$

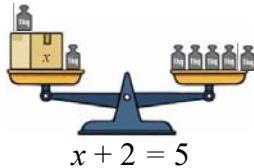
В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:
<https://video.edu.az/video/4199>

Исследование-обсуждение

На уроке можно сделать символические весы и выполнить задание наглядно. Отвечая на каждый вопрос, образцы демонстрируются на весах.



$$x = 3$$



$$x + 2 = 5$$

Если снять по 1 гире с каждой из чаш весов, равновесие не нарушится.

Если добавить по 1 гире на каждую из двух чаш весов, равновесие не нарушится.



$$x + 1 = 4$$

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные инструменты:

<https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionPanBalance.html>

Изучение Свойства равенств

С учениками обсуждаются свойства равенства и данные образца.

Задания

1. Используя свойства равенства, определяется число или знак, соответствующий пустой клетке. Задание целесообразно выполнить устно.

2. Сначала проверяется верность первого равенства, а верность второго равенства поясняется на основе первого равенства с использованием свойств.

https://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.PATT&ID2=AB.MATH.JR.PATT.ALG&lesson=html/object_interactives/algebra/use_it.html

Изучение Решение простейших уравнений

Учителям объясняется понятие корня уравнения, и предоставляется информация о том, как используются обратные действия для нахождения корня уравнения. Подчеркивается, что сложение и вычитание, умножение и деление являются обратными действиями. Задания-образцы обсуждаются с учениками. До

сведения учеников доводится, что данное уравнение можно решить разными способами, и что корни, найденные в этом случае, одни и те же.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные игры:

<https://wordwall.net/resource/2847788/math/one-step-equations>

https://www.bigideasmath.com/protected/content/dcs_cc_v2/tools/scale_6_7_2/scale_6_7_2.html

Для решения простых уравнений с дробными коэффициентами можно использовать видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/12116>



Подумай!

Учащимся задается вопрос, как можно решить данные уравнения, используя правила нахождения неизвестного слагаемого, неизвестного уменьшаемого, неизвестного множителя и неизвестного делимого. Целесообразно написать примеры, соответствующие решению каждого задания.

К сведению учителя! С правилами поиска неизвестного ученики знакомы еще с младших классов. Рекомендуется повторить эти правила и показать примеры решения уравнений с использованием каждого из них.

3. Проверяется, является данное число корнем уравнения или нет.

6. Подчеркивается, что Анар решает уравнение методом нахождения неизвестного вычитаемого, а Лала решает уравнение, используя свойства равенства. Уравнение $8 - x = 3$ решается тем же способом.

К сведению учителя! Ученики, решая уравнения способом нахождения неизвестного, сталкиваются с трудностями, когда забывают это правило. Таких случаев можно избежать, используя свойства равенства и обратные действия. При нахождении неизвестного вычитаемого с использованием свойства равенства можно напомнить, что x добавляется к обеим частям, поскольку x вычитается из обеих частей уравнения. По этому же правилу при нахождении неизвестного делителя, используя свойства равенства, обе части можно умножить на x поскольку обе части уравнения делятся на x . Рекомендуется привести несколько примеров нахождения неизвестного вычитаемого и делителя обоими методами.

$$15 : x = 3$$

$$15 : x \cdot x = 3 \cdot x$$

$$15 = 3 \cdot x$$

$$3 \cdot x = 15$$

$$x = 5$$

Ложные представления, возникающие у учеников. В ходе решения уравнения у учеников формируются

определенные заблуждения. Некоторые ученики думают, что неизвестное находится только в левой части уравнения. Этим ученикам можно привести примеры, где неизвестные находятся в правой части уравнения, и дать им задание решить их. При этом можно подчеркнуть, что, меняя положение правой и левой частей уравнения, можно добиться того, чтобы неизвестное оказалось слева.

Целесообразно продемонстрировать примеры решений уравнений для обоих случаев.

Ложное

$14 = 2x$ не уравнение. $14 = 2x$ уравнение.

$10 = x + 5$ не уравнение. $10 = x + 5$ уравнение.

Верное

Чтобы избежать подобных заблуждений, целесообразно продемонстрировать примеры решений уравнений для обоих случаев.



Изучение Решение уравнений, содержащих несколько действий

Ученики знакомятся с уравнениями, содержащими несколько действий и методами их решения. Отмечается, что при решении важно обращать внимание на последовательность действий, и что при выполнении действий следует начинать с последнего действия. Приведенные задания обсуждаются с учениками.



Подумай!

С классом обсуждается, решение уравнения второго образца, соответственно первому, упростив его левую часть, соответствующий пример записывается на доске.

$$(x + 4) \cdot 2 = 18$$

$$2x + 8 - 8 = 18 - 8$$

$$2x = 10$$

$$2x : 2 = 10 : 2$$

$$x = 5$$

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://video.edu.az/video/9801>

Ложные представления, возникающие у учеников. При решении уравнений, содержащих несколько действий, ученики должны определить последнее действие, найти и применить обратное ему действие и решить уравнение, используя соответствующие свойства равенства. Иногда ученики, применяя порядок действий допускают ошибки при решении уравнений.

При решении уравнений, содержащих несколько действий, ученики должны обратить внимание на следующее.

• Уравнения, содержащие несколько действий, решаются пошагово, соответственно количеству действий.

Например, для решения уравнений, содержащих два действия, требуется два шага.

- Обратное действие используется, чтобы оставить только переменную в части, содержащей переменную.
- Согласно свойству равенств, числа, сложенные, вычтенные, умноженные или разделенные в правой и левой частях уравнения, должны быть одинаковыми.
- Проверка ответа помогает выявить и устраниить ошибки.

10. Решаются уравнения и проверяются ответы, решение задания-образца обсуждается с классом.

11. Левая часть равенства упрощается и решаются уравнения.

a) $2x + 4x = 12$

Левая часть равенства упрощается.

$$\begin{aligned} 6x &= 12 \\ 6x : 6 &= 12 : 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

Уравнение решается.

13. Мнение Эльхана обсуждается, проверяется верность ответа. Данные уравнения решаются этим методом.

Эльхан

$$\begin{aligned} 9 - 2x &= 5 & 2x - \text{неизвестное вычитаемое.} \\ 2x &= 9 - 5 & \text{Чтобы найти неизвестное вычитаемое, из уменьшаемого вычитают разность. Чтобы} \\ 2x &= 4 & \text{найти неизвестный множитель произведения деля на известный множитель.} \\ x &= 4 : 2 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 - 4x &= 17 \\ 4x &= 23 - 17 \\ 4x &= 6 \\ x &= 6 : 4 \\ x &= 1,5 \end{aligned}$$

Дифференцированное обучение.

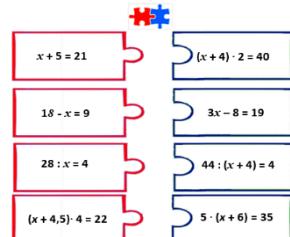
Поддержка. На доске записываются и решаются несколько уравнений от простого к сложному.

Углубление. На доске записываются и решаются несколько уравнений от простого к сложному. Объясняется, какой способ решения используется.

$$\begin{aligned} x \cdot 2 &= 8 & 5 \cdot x \cdot 2 &= 10 \\ x + 5 &= 10 & 2x - 1 &= 12 \\ x + 2x &= 9 & 4x + 2 &= 15 \\ 4x - x &= 12 & 5 \cdot (x - 1) &= 20 \\ x + x + 5 &= 11 & 18 - 3x &= 15 \end{aligned}$$

Игра. Класс делится на группы. Рабочие листы раздаются. Детали пазла вырезаются, раскладываются на столе и перемешиваются. Учащимся предлагается решить данные уравнения и соединить части пазлов с одинаковыми решениями. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно выполнит задание.

Скачать образец рабочего листа можно по ссылке:



https://drive.google.com/file/d/1JZzYS6dD_cI7PkkyYEuhZt7c9KOOfD5pn/view?usp=sharing

Решение задач

14. Анар и Лала объяснили, как они решили данное уравнение. Записывается решение по предложенному каждым из них способу, а затем обсуждаются ответы, соответствующие их решению, и сравниваются способы решения.



$$\begin{aligned} \frac{2 \cdot (x - 3)}{2} &= \frac{4}{2} \\ x - 3 &= 2 \\ x - 3 + 3 &= 2 + 3 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Anar

$$\begin{aligned} 2x - 6 &= 4 \\ 2x - 6 + 6 &= 4 + 6 \\ 2x &= 10 \\ 2x : 2 &= 10 : 2 \\ x &= 5 \end{aligned}$$



Лала

Используя оба способа, ученикам можно дать задание написать и решить аналогичные уравнения с использованием каждого из способов.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Решает простые уравнения, применяя свойства равенства.	Рабочие листы, учебник, РТ
Решает простые линейные уравнения с натуральными или дробными коэффициентами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Решает уравнения, содержащие несколько действий, с натуральными или дробными коэффициентами.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 5.4. Решение задач на составление уравнений

ПОДСТАНДАРТЫ	2.2.2. Решает простые линейные уравнения с натуральными или дробными коэффициентами. 2.2.3. Использует уравнения при решении задач.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Решает задачи путем составления уравнения, содержащего несколько действий. • Решает задачи, составляя уравнения содержащие скобки.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, весы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	https://video.edu.az/video/12148 https://video.edu.az/video/5722

Исследование-обсуждение

Задание можно выполнить в классе в виде ролевых игр. Подбираются продавец и покупатель, соответственно условию задачи и даются ответы на вопросы. Учитель задает ученикам наводящие вопросы: “Что можно принять за неизвестное, чтобы решить задачу путем составления уравнения? Если массу купленной груши обозначить через x , то как можно записать сумму, оплаченную за купленные фрукты, в виде математического выражения? Чему равно это выражение? Можно ли упростить левую часть полученного уравнения?” и т.д.



$$3 + 2x = 9$$

Изучение Решение задач на составление уравнений

Отмечается, что уравнение является одним из способов перевода условия задачи на математический язык. Для этого значение искомой величины принимается за неизвестное и обычно обозначается через x . Значение искомой величины находится путем решения уравнения.

Образец 1. Решая задачу путем построения уравнения для нахождения цены стрелы, обращается внимание на этапы решения задачи.

К сведению учителя! Решение задач путем построения уравнения является одним из важных навыков. Ученики, которые затрудняются, прочитав задачу понимать ее, также испытывают трудности в записи математического выражения или уравнения, соответствующего данной задаче. Согласно дифференцированным методам обучения, с целью поддержания таких учеников им можно дать задание изобразить схожие, но относительно простые задачи с помощью моделей, решить их путем построения уравнений и объяснить, как они их решили. Ученикам, которым сложно составить уравнение для данной задачи, рекомендуется сосредоточиться на этапах решения задачи и решить задачу путем составления письменного плана.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения различных примеров решения задач путем построения уравнения:

<https://video.edu.az/video/113490>

Решение задач

1. В задаче требуется найти числа по условию.

Записывается краткое условие задачи.

1-е число – x

2-е число – $x + 20$

Сумма – 48

Решение задачи:

- Составляется уравнение. $x + x + 20 = 48 \rightarrow x = 14$.

Находят оба числа. $x = 14$ и $x + 20 = 34$.

Ответ: эти числа 14 и 34.

Обсуждение. Проверяется, что сумма двух найденных чисел равна 48 и одно из этих чисел на 20 единиц больше другого.

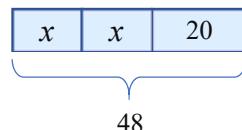
4. Требуется найти, сколько километров проехало такси.

Решение задачи:

Составляется уравнение. $1 + 0,5x = 6 \rightarrow x = 10$.

Ответ: такси проехало 10 км.

Обсуждение. Подставив корень уравнения, убеждаемся, что сумма, оплачиваемая за 10 км дороги, составляет 5 манатов.



6. Требуется найти длину меньшей стороны треугольника.

Чертится рисунок, соответствующий задаче, и записывается краткое условие задачи.

Сторона AB : x

Сторона AC : $2x$

Сторона BC : $x + 2$

Периметр: 22 см

Решение задачи:

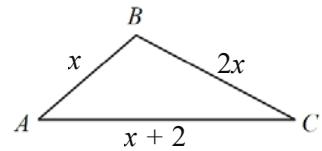
Составляется уравнение и находится корень. $x + 2x + x + 2 = 22 \rightarrow x = 5$

Сторона AB : $x = 5$

Сторона AC : $2x = 10$

Сторона BC : $x + 2 = 7$

Ответ: стороны треугольника равны 5 см, 10 см, 7 см.



Образец 2. Составляется уравнение для нахождения скорости, с которой грузовик доставляет груз из города А в город В. Уделяется внимание этапам решения задачи.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения различных примеров решения задач путем составления уравнений:

<https://video.edu.az/video/12148>

9. Требуется найти длину прямоугольной рамки картины.

Записывается краткое условие задачи.

Ширина рамки картины – 40 см

Длина рамки картины – x

Периметр рамки картины – 190 см

Решение задачи:

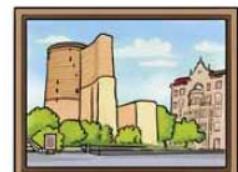
Составляется уравнение. Уравнение, соответствующее задаче, можно составить

двумя способами согласно правилу нахождения периметра.

$$2x + 2 \cdot 40 = 190 \quad \text{или} \quad 2 \cdot (x + 40) = 190$$

Находится корень уравнения. $x = 55$.

Ответ: длина рамки картины равна 55 см.



Обсуждение. Подставив корень уравнения, проверяется, что периметр рамки шириной 40 см и длиной 55 см равен 190 см.

12. В задаче требуется найти вес верблюда.

Записывается краткое условие задачи.

Вес овечки – x

Вес верблюда – $39x + 12$

Общий вес овечки и верблюда – $x + 39x + 12$

Решение задачи:

Составляется уравнение.

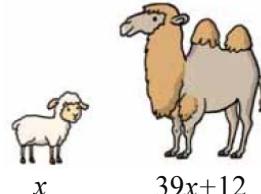
$$x + 39x + 12 = 612$$

Находится корень уравнения. $x = 15$.

Записав вместо x 15, находится вес верблюда.

$$39 \cdot 15 + 12 = 597 \text{ (кг)}$$

Ответ: верблюд весит 597 кг.



Обсуждение. Проверяется, что вес верблюда и овечки вместе составляет 612 кг.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики допускают различные ошибки при решении задач на составление уравнений. Устранение этих ошибок важно для будущего развития навыков решения задач с помощью составления уравнений.

1) Некоторые ученики думают, что решение задачи заканчивается решением уравнения и нахождением неизвестного. Таким ученикам можно дать задание быть более внимательными на этапе «Понять задачу» и обратить внимание на то, что они находят.

2) В задачах, аналогичных задаче 12, ученики не обращают внимания на сумму при написании $39x + 12 = 612$ и неправильно составляют уравнение. Таким ученикам можно дать задание быть внимательными на этапе «Проверка» и решить задачу повторно, если ответ неверный.

Целесообразно выявить учеников, допускающих подобные ошибки при решении задач, и организовать работу над ошибками.

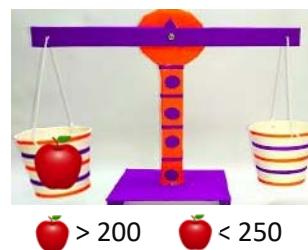
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Решает задачи путем составления уравнения, содержащего несколько действий.	Рабочие листы, учебник, РТ
Решает задачи, составляя уравнения, содержащие скобки.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 5.5. Неравенства

ПОДСТАНДАРТЫ	2.2.1. Находит натуральные решения простых неравенств методом подбора.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">Записывает неравенство с переменной, соответствующее утверждению.Определяет верное неравенство.Находит решения неравенств с переменной методом подбора.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, весы.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/4467 https://video.edu.az/video/4705 https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionPanBalance.html https://www.didax.com/apps/math-balance/ Задания: https://www.mathgames.com/skill/6.18-variable-inequalities Решение задач: https://video.edu.az/video/11256

Побуждение. Можно принести в класс весы или попросить учеников заранее сделать модель весов. Весы ставятся на стол. Для баланса можно использовать гири, домино или копейки. На левую чашу весов помещают яблоко. Учитель говорит ученикам, что они будут писать неравенства, обозначая массу яблока символом яблока. Изображается случай, полученный при помещении гирь на правую чашу весов. Например, яблоко тяжелее 200 граммов, яблоко легче 250 граммов и т.д. Для каждой ситуации записывается неравенство. По тому же правилу можно написать неравенство соответственно массам разных предметов на весах. В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные игры: <https://www.roomrecess.com/Tools/PanBalance/play.html>



$$\text{apple} > 200 \quad \text{apple} < 250$$

Исследование-обсуждение

Надпись «+3» на коробке для игрушек оповещает о том, что игрушка рекомендована для детей старше 3 лет. Требуется записать соответствующее неравенство со знаком сравнения. Возраст ребенка обозначается через n , а неравенство записывается через знак сравнения: $n > 3$. Отмечается, что игрушка соответствует возрасту брата Анара.



Изучение Числовые неравенства

Учителям дается информация о неравенстве, числовых неравенствах, верных и неверных неравенствах, знаках сравнения. Образцы обсуждаются с учениками.

Задания

- «*» заменяется подходящими знаками равенства (=) или не равенства (\neq).
- Из заданных чисел выбираются те, которые удовлетворяют условию.

Изучение Неравенства с переменными

Учителям дается информация о неравенствах с переменной, обсуждаются задания. Приводятся примеры относительно того, как записывать неравенство с переменной, заданное словами.

К сведению учителя! Чтобы написать неравенство с переменной, соответствующее какому-либо утверждению, ученики сначала понимают смысл утверждения, а затем записывают неравенство, используя математические символы, соответствующие словам в утверждении. Запись любого утверждения в виде математического выражения знакома ученикам по предыдущим урокам, освоение математического языка важно для записи неравенств с переменными, соответствующими утверждениям. При обсуждении с учениками образцов, приведенных в учебнике, обращает внимание на значение таких слов, как «меньше», «больше», «не меньше», «не больше» и т.д. С учениками обсуждается, какой математический символ следует выбрать соответственно этим словам.

5. Соответственно тому, что Гульсум каждый день проходит не менее 4 км, записывается неравенство, выражающее это утверждение. «Не менее 4 км» означает, что расстояние составляет 4 км и более.

Определяется, что неравенство $x \geq 4$ соответствует этому утверждению. Обсуждается, почему неравенство $x > 4$ не соответствует этому утверждению.

7. Высказывается мнение соответственно данному неравенству. Объясняется, что выражает переменная.

a) $n < 24$; Температура воздуха ниже 24°C . n – температура воздуха.

c) $x \leq 12$; Количество книг не более 12. x – количество книг.

К сведению учителя! Ученики могут написать математические выражения, соответствующие выражениям «больше», «меньше», «больше или равно» в форме неравенства. Однако ученикам сравнительно сложно записать выражения «не менее» и «не более» в форме неравенства. Эти выражения можно объяснить на более простых примерах. Например, в коробке лежит не менее 3 книг. Задавая ученикам такие вопросы, как: «Как вы понимаете это утверждение? Будут ли эти три книги соответствовать изложенному утверждению? 5 книг подойдут? 2 книги подойдут? Как это определить? Как можно записать изложенное утверждение в виде математического выражения?» и т.д., ученикам предлагается определить значения слов «не менее» и «не более» и одновременно выбрать правильное написание согласно этому утверждению. Начертив подходящую таблицу с учениками, можно дополнить запись математическими символами в соответствии с 1-м столбцом.

Утверждения, данные словами	Неравенство
Число n больше 5.	$n > 5$
Число n меньше или равно 5.	$n \leq 5$
Число n не больше 5.	$n \leq 5$
Число n не меньше 5.	$n \geq 5$
Число n не равно 5.	$n \neq 5$
Число n не менее 5.	$n \geq 5$
Число n не более 5.	$n \leq 5$

ученикам предлагается определить значения слов «не менее» и «не более» и одновременно выбрать правильное написание согласно этому утверждению. Начертив подходящую таблицу с учениками, можно дополнить запись математическими символами в соответствии с 1-м столбцом.

Изучение Решение неравенств

Значение переменной, при котором неравенство становится верным, является решением неравенства. Для проверки того, что данное число является решением неравенства, необходимо записать это число вместо переменной, и проверить правильность полученного числового неравенства. Задание-образец обсуждается с учениками. Отмечается, какие из соответствующих числовых неравенств верны, а какие нет. На основании этого подчеркивается, являются ли данные числа решениями неравенства.

Обращается внимание на изображение решения неравенств на числовой оси. Напоминается, что числа, расположенные правее точки, соответствующей данному числу на числовой оси, больше данного числа, а расположенные левее – меньше.



Поскольку числа, удовлетворяющие неравенству $x > 2$, большие 2, на числовой оси отмечается часть справа от этого числа.



Поскольку числа, удовлетворяющие неравенству $x \leq 8$, равны или меньше 8, на числовой оси отмечается часть слева от этого числа, включая его самого.

К сведению учителя! При изображении на числовой оси ученики сталкиваются с определенными трудностями. В этом случае уместно подчеркнуть 2 основных момента.

1) Если дан знак \leq или \geq , соответствующая точка отмечается маленьким кружком, если дан знак $<$ или $>$, то соответствующая точка отмечается маленькой окружностью.

2) Если дан знак \leq или $<$, то отмечается часть слева от соответствующей точки на числовой оси, если дан знак \geq или $>$, то выделяется часть справа от соответствующей точки.

С помощью этого метода ученики могут изображать неравенства на числовой оси или записывать соответствующее неравенство на основе изображения на числовой оси.



Требуется определить сходство и различие данных знаков. Ученикам можно задать наводящие вопросы, предложить написать несколько неравенств с переменными и попросить их выявить сходства и различия. Например: $x \leq 2$, $x < 2$. В чем сходство и различие этих знаков? По этому же правилу можно определить сходство и различие знаков \geq и $>$.

10. Находятся три натуральных числа, удовлетворяющих неравенству, и решение изображается на числовой оси. Проверить, что найденные числа удовлетворяют

неравенству, можно с помощью представления на числовой оси.

Ложные представления, возникающие у учеников. Некоторые ученики допускают ошибки, когда записывают неравенства, соответствующие словам “не менее”, “не более”, “не меньше” и “не больше”. Таким ученикам целесообразно дать задание найти решение методом подбора по нескольким образцам и проверить, верен ответ или нет. Например: когда говорят: «На столе не менее 4 ручек», ученики думают, что используются знаки \leq или $<$ из-за слова меньше, и записывают такие неравенства $n \leq 4$ или $n < 4$. Когда они найдут решение методом подбора, они увидят, что неравенство записано неверно. Важно организовать работу над ошибками, чтобы ученики при написании неравенств правильно определили, какому знаку соответствуют эти слова.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. На доске записывается несколько неравенств. Ученикам предлагается прочитать эти неравенства, изобразить их на числовой оси и найти несколько решений методом подбора.

Углубление. Один из учеников выражает мнение, чтобы записать неравенство. Другому ученику предлагается написать неравенство в соответствии с этим мнением, изобразить его на числовой оси и найти несколько решений.

Практическое задание. Класс делится на группы. Рабочие листы раздаются по группам. Члены группы выполняют задания. Если дано неравенство тогда изображается на числовой оси, если же дано изображение на числовой оси тогда следует написать соответственное неравенство. Требуется написать 3 числа, которые являются решениями неравенства. Каждая группа оглашает ответ. За правильный ответ начисляется 1 балл, за неправильный ответ 1 балл снимается. Неправильные ответы обсуждаются. Ошибки исследуются и исправляются. Задание можно выполнять в парах или индивидуально.

Скачать образец рабочего листа можно по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/18PrEN6N9dWWJoLMtNKn8ex2F6ko71Wz9/view?usp=sharing>

Решение задач

13. Обсуждается, верно мнение Самира или нет.

- Для неравенства $x < 15$ отмечаются натуральные числа, которые может принимать x .

Ложное Верное

$$x \leq 4 \quad x \geq 4$$

$$x \geq 4 \quad x \leq 4$$

$$x \leq 4 \quad x \geq 4$$

$$x \geq 4 \quad x \leq 4$$

Количество ручек не менее 4.

Количество ручек не более 4.

На столе не менее 4 ручек.

На столе не более 4 ручек.



a) $x < 10$

8; 3; 2

Три решения

Изображение на числовой оси

Неравенство

$x \leq 6$

Изображение на числовой оси

Неравенство

$x > 2$

Изображение на числовой оси

Неравенство

$x \leq 1,25$

Изображение на числовой оси

Неравенство

$x < 15$

Изображение на числовой оси

Неравенство

$x \leq 14$

Изображение на числовой оси

Неравенство

$x < 14$

Количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенствам $x < 15$ и $x \leq 14$, одинаково.



- Для неравенства $x \leq 14$ отмечаются натуральные числа, которые может принимать x .



Количество натуральных чисел, являющихся решениями обоих неравенств, равно.

Ответ: мнение Самира верно.

14. Требуется найти какое неравенство показывает возможное число проданных билетов на лайнера. Отмечается, что в условии дано не более, поэтому используется символ \leq и находится ответ.

Ответ: $x \leq 168$.

Обсуждение. Поскольку количество является натуральным числом, количество билетов можно записать неравенством $x < 169$.

Можно обсудить с учениками решение задачи, используя меньшие числа.

15. В задаче требуется найти, какая из данных сумм денег может быть суммой, заплаченной за обои.

Решение задачи:

- Записываются неравенства по количеству рулонов: $x \geq 6$ и $x \leq 9$

- Чтобы подсчитать, сколько рулонов обоев можно приобрести за данную сумму, соответствующие суммы делятся на цену 1 рулона обоев (8).

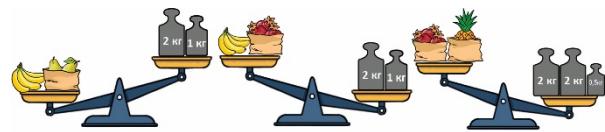
40 ман.	48 ман.	64 ман.	72 ман.	80 ман.	88 ман.
5	6	8	9	10	11

- Определяется, что можно купить 6, 8, 9 рулонов.

Ответ: 48, 64 и 72 маната могут быть суммами, заплаченными за покупку обоев.

16. Требуется найти вес каждого вида фруктов.

Привлечение. Весы ставятся на стол. На левую чашу весов кладут яблоко, а на правый — гирю массой 150 г. Говорят, что яблоко тяжелее. Затем на правую чашу весов кладут гири весом 100 и 50 граммов и на этот раз отмечают, что яблоко легче. Учитель задает ученикам наводящие вопросы: “Может ли масса яблока быть 120 г, 160 г, 240 г? Как это найти?”



Решение задачи:

Данные анализируются, и задача решается методом подбора.

- По данной информации определяется масса каждого фрукта.

Банан – 1,5 кг, груша – 4 кг, гранат – 1 кг, ананас – 3 кг.

Ответ: масса банан 1,5 кг, масса груши 4 кг, масса гранатов 1 кг, масса ананаса 3 кг.

Обсуждение. Проверяют, что данные массы соответствуют показателям на весах.

К сведению учителя! Иногда ученикам сложно решать задачи с весами. Так как, ученики испытывают трудности с определением, какая чаша весов тяжелее, а какая легче, и с записью неравенства на основании этих изображений. Учитель может предоставить ученикам несколько подобных изображений и дать им задание написать неравенства на основе изображений.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные игры:

<https://www.roomrecess.com/Tools/PanBalance/play.html>

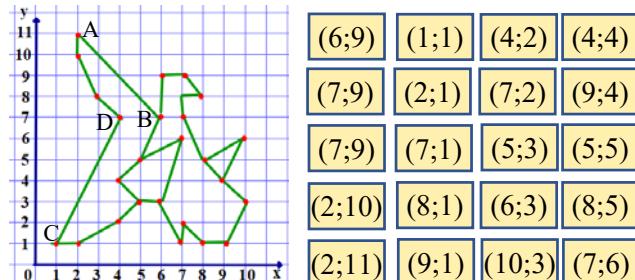
Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Записывает неравенство с переменной, соответствующее утверждению.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет верное неравенство.	Рабочие листы, учебник, РТ
Находит решения неравенств с переменной методом подбора	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 5.6. Зависимые и независимые переменные

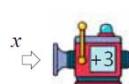
ПОДСТАНДАРТЫ	2.3.1. Выражает зависимости между величинами при помощи букв в виде формулы. 2.3.2. Составляет таблицу, соответствующую зависимостям между величинами. 2.3.3. Графически изображает простые зависимости между величинами.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Выражает зависимости между величинами в виде формулы с помощью букв. • Составляет таблицу, соответствующую зависимостям между величинами. • Изображает на графике простые зависимости между величинами.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, ламинированная бумага с изображением системы координат
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://video.edu.az/video/5703 https://video.edu.az/video/11339 https://www.ixl.com/math/grade-5/graph-points-on-a-coordinate-plane https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_tr.htm Задания: https://www.mathgames.com/skill/6.18-variable-inequalities Решение задач: https://video.edu.az/video/11256

Побуждение. Учитель рисует на доске координатную сетку. Раздает ученикам карточки с координатами. Каждый ученик отмечает соответствующую точку на координатной сетке. Учитель говорит, что, с соединением этих точек, получится изображение «хары-бюльбюль». При поддержке учителя ученики соединяют соответствующие точки и получают рисунок. Учитель задает ученикам вопросы: «Какие точки расположены на прямой? Какое наименьшее число точек достаточно отметить, чтобы провести через эти точки прямую? Если увеличить обе координаты точек в 2 раза, изображение станет больше или меньше? С помощью какой закономерности можно найти точки на отрезке, проходящем через точки А и В?»



Исследование-обсуждение

В задании необходимо выразить связь между x и y для каждой машины. Это задание можно выполнить, составив таблицу. Учитель чертит на доске по 1 таблице, соответствующей каждой машине. При определенных значениях x в таблице находится y . Определяется, как зависимость выражается через x . Учитель пишет на доске соответствующие формулы.



x	1	2	3
y	4	5	6

$y = x + 3$



x	1	2	3
y	3	6	9

$y = 3x$

Изучение Зависимые величины

Отмечается, что каждая величина имеет единицу измерения, в которой производятся измерения и вычисления. Подчеркивается, что значение одних величин зависит от других. Приводятся примеры. Ученики знакомятся с формулами, зависимыми и независимыми переменными. Приводятся примеры.



Запомни!

С учениками обсуждается значение зависимой и независимой переменной. Приводятся примеры.

Задания

1. Решение и объяснение задания обсуждается с классом, остальные задания могут быть выполнены учениками самостоятельно или в парах.

3. По приведенной таблице зависимость между переменными выражается формулой и заполняется таблица.

$y = x + 1$	
x	y
1	2
2	3
3	4
4	5
5	6

$y = 4x$	
x	y
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20

$y = x + 3$	
x	y
1	4
2	5
3	6
4	7
5	8

5. Записывается соответствующая формула по данным из таблицы. $y = 2x + 1$

6. Записывается подходящая формула для расчета зарплаты: $y = 8x$.

Какую зарплату получит работник, проработавший 7 часов, рассчитывается по формуле. $y = 8 \cdot 7 = 56$ (человек)

• В том же порядке по формуле находится, что за то количество часов, которое он отработает, работник получит 96 манатов. Соответствующее уравнение записывается и решается.

$96 = 8x \rightarrow x = 12$ часов.

7. Требуется найти подходящую формулу, чтобы рассчитать, сколько воды осталось в баке. Ученики могут определить верный ответ, написав формулу, исходя из условия, или проанализировав каждую приведенную формулу. Определяется, что формула $y = 2000 - 5t$ верна.

К сведению учителя! Иногда у учеников возникают трудности с определением формул, а также с написанием математического выражения, соответствующего определенному утверждению. В это время целесообразно предложить ученикам выполнить вычисления, поставив вместо искомой переменной определенные значения, и обратить внимание на то, какое числовое выражение они записывают во время вычислений.

Изучение Представление зависимости между переменными в виде графика

При графическом изображении зависимости между переменными подчеркивают, что определенные значения зависимой переменной, т.е. y , находятся на основе нескольких значений независимой переменной и отмечаются в таблице. Затем на координатной сетке отмечают точку, соответствующую каждой паре $(x; y)$, и соединяют ее отрезками. Обсуждается образец задания.

В технически оснащенных классах можно использовать различные графические калькуляторы:

<https://www.desmos.com/calculator?lang=tr> <https://toytheater.com/coordinate-graph/>

Изображение координатной сетки можно скачать по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1d8ZSgpnaU9YgHkNWcFBYZsOobJy0RkqQ/view?usp=sharing>

Ложные представления, возникающие у учеников. Ученики допускают различные ошибки при графическом представлении зависимости, заданной формулой.

1) Они неправильно определяют расположение координат x и y . Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно дать задание показать соответствующие точки на прямоугольной координатной сетке, указав координаты.

2) Определяют координаты всего двух точек и проводят прямую. В этом случае ученикам сложнее определить, допустили они ошибку или нет. Им можно дать задание отметить координаты как минимум трех точек и провести прямую. Если три точки не расположены на одной прямой, значит, при расчете была допущена ошибка. Ученики, увидев, что допустили ошибку, заново пересчитав могут определить верный ответ.

11. Отмечается сторона и периметр квадрата.

а) Соответствующая зависимость выражается формулой: $P = 4c$. Здесь c — сторона квадрата, а P — его периметр.

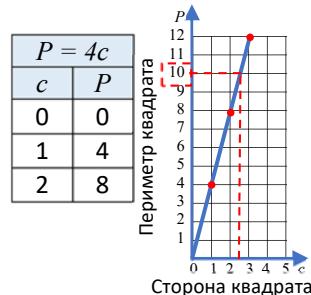
б) По зависимости строится график.

в) По графику находится периметр квадрата со стороной 2,5 см. $P = 10$ см.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. На доске записывается несколько формул. Ученикам предлагается построить график, соответствующий этим формулам.

Углубление. На доске записывается несколько формул. Ученикам предлагается построить графики по этим формулам, сформулировать вопросы и ответить на эти вопросы, опираясь на формулу и график.



Решение задач

14. Требуется написать формулу зависимости между количеством скачанных песен (x) и потраченными деньгами (y) и ответить на вопросы.

Решение задачи:

- Записывается подходящая формула: $y = 3 + x$. По формуле составляется таблица и строится график по трем значениям независимой переменной.

а) Определяется, сколько нужно заплатить за скачивание 3 песен: $3 + 3 = 6$ (ман.)

Ответ также можно найти с помощью графика.

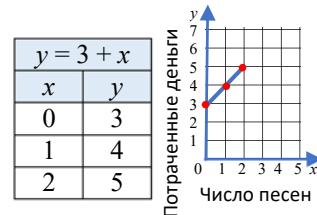
б) Определяется, сколько песен можно скачать, заплатив всего 10 манатов: $3 + x = 10 \rightarrow x = 7$.

Ответ: можно скачать 7 песен, заплатив всего 10 манатов.

15. По условию зависимость переменной y от s необходимо выразить формулой.

Решение задачи:

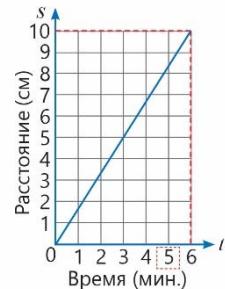
- Записывается формула зависимости переменной y от s : $y = 60 - 0,12s$.
- Значение y рассчитывается путем замены значения s : $y = 60 - 0,12 \cdot 50 = 54$ (л); $y = 60 - 0,12 \cdot 100 = 48$ (л)
- Вычисляется, сколько л бензина останется в баке, если машина проедет 400 км: $60 - 0,12 \cdot 400 = 12$ (л)
- Вычисляется, на сколько километров хватит оставшегося в баке бензина: $12 : 0,12 = 100$ (км)



Ответ: бензина, оставшегося в баке, хватит еще на 100 км.

16. Даются ответы на вопросы по графику.

- Определяется, что улитка проходит 6 см за 3 минуты.
- Зависимость пройденного пути от времени записывается формулой: $s = 2t$
- По этой формуле определяют, какое расстояние пройдет улитка за 8 минут: $s = 2 \cdot 8 = 16$ (см)
- На графике пара координат (4; 8) означает, что улитка проходит 8 см за 4 минуты.
- По формуле определяется, что улитка проходит 10 см за 5 минут.
- $2t = 10 \rightarrow t = 5$ (мин). Это можно найти, продолжив график, показав, что число 10 на оси s соответствует числу 5 на оси t .



17. Эльхан посадил в горшок цветок высотой 8 см. На основании приведенной информации зависимость между количеством дней (n) и высотой цветка (h) требуется выразить формулой.

Решение задачи:

Записывается формула зависимости количества дней (n) от высоты цветка (h).
 $h = 8 + n$

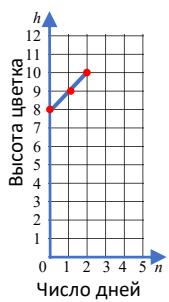
- По формуле составляется таблица и строится график по трем значениям независимой переменной.

б) Определяется, какой будет высота цветка через две недели.

$$h = 8 + 14 = 22 \text{ (см)}$$

в) Определяется, через сколько дней высота цветка будет составлять 30 см.

Соответствующее уравнение записывается и решается. $8 + n = 30 \rightarrow n = 22$ (дня).



18. Требуется ответить на вопросы по заданному графику.

а) Для того, чтобы определить, какой из спортсменов одержал победу, обращается внимание на то, какой спортсмен быстрее всех преодолел дистанцию в 600 м. Итак, победил 1-й спортсмен.

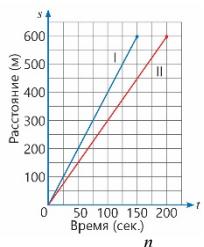
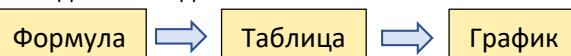
б) Определяется, за какое время каждый спортсмен преодолел эту дистанцию. 1-й спортсмен преодолел дистанцию в 600 м за 150 секунд, а 2-й спортсмен за 200 секунд. Скорость каждого из них определяется.

Скорость 1-го спортсмена: $600 : 150 = 4$ (м/с); скорость 2-го спортсмена: $600 : 200 = 3$ (м/с)

в) Определяется, за какое время каждый из них преодолеет расстояние в 900 м, если продолжит движение не меняя скорости. $900 : 3 = 300$ (с), $900 : 4 = 225$ (с).

г) Определяется, кто из спортсменов был впереди через 100 секунд после начала движения, и на сколько. $400 - 300 = 100$ (м).

К сведению учителя! Иногда ученикам сложно построить график по заданной формуле. При этом подчеркивается, что важно соблюдать последовательность.



Таким образом, ученики чертят таблицу по формуле и строят график, отмечая координаты, данные в таблице. Не строя график, ученики должны определить, на какое число заменить переменную по заложенной в формуле идее, вычислить полученное числовое выражение или решить уравнение. Учитель может показать ученикам несколько подобных примеров.

Проект. Ученикам можно дать задание написать формулы в соответствии с задачами, встречающимися в повседневной жизни (например, рост человека с течением времени, количество прочитанных страниц, общая сумма предметов исходя из их количества, цена которых дана, и т.д.). По этим формулам ученики могут построить график и подготовить презентацию, составив вопросы, на которые они смогут ответить по графику, и объяснить свои решения.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Выражает зависимости между величинами в виде формулы с помощью букв.	Рабочие листы, учебник, РТ
Составляет таблицу, соответствующую зависимости между величинами.	Рабочие листы, учебник, РТ
Изображает на графике простые зависимости между величинами.	Рабочие листы, учебник, РТ

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры

Выражения с переменной, эквивалентные выражения, значение выражения, упрощение выражения, общий множитель, корень уравнения, обратное действие, неравенство, больше, меньше, больше или равно, меньше или равно, не равно, не менее, не более, не меньше, не больше, решение неравенства, формула, зависимая переменная, независимая переменная, координатная сетка, график.

Напоминаются приведенные на первой странице раздела информация и задание рубрики “Попытайтесь!”, история математических задач, связанных с повседневной жизнью. Решение исходной задачи обсуждается с классом. Целесообразно написать краткое условие задачи, определить долю для каждого дома, в которых живут сторож, ремесленник и лодочник, определить количество домов с 1 долей, написать соответствующее уравнение и обсудить этапы решения задачи с учениками.

Игра. Класс делится на группы. Рабочие листы раздаются ученикам. По условиям игры следует начать со входа и решив уравнения или неравенства, добраться до выхода, найдя верный путь. Победителем объявляется команда, которая первой и правильно выполнит задание.

Скачать рабочий лист можно по ссылке.

<https://drive.google.com/file/d/1QXdo9yT5O-i2d4GC4cJMd7MgH2jibQDO/view?usp=sharing>

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ.

9. В задаче требуется найти формулу зависимости s от a , значения s в зависимости от значений a и значения a в зависимости от значений s .

Решение задачи.

Записывается соответствующая формула. Значение выражения находится путем подстановки значения a , а решение уравнения находится путем подстановки значения s .

a) $s = 2 \cdot 60 + 3a = 120 + 3a$

б) $s = 120 + 3 \cdot 70 = 330$ (км) $s = 120 + 3 \cdot 75 = 345$ (км)

в) $120 + 3a = 360 \rightarrow a = 80$ км/час

$120 + 3a = 390 \rightarrow a = 90$ км/час

Ответ: а) $s = 120 + 3a$ б) 300 км, 345 км в) 80 км/час, 90 км/час

10. В задаче требуется найти формулу, выражающую зарплату Али и ответить на вопросы согласно условиям.

Привлечение. На уроке можно организовать ролевую игру. Учитель вызывает к доске двух учеников. Сообщает им, что один из них будет работником, а другой — бухгалтером. Отмечает, что бухгалтер платит сотруднику 100 манатов в неделю и будет выплачивать 5% от суммы, полученной за продажу. Учитель чертит на доске таблицу. Ученикам задаются вопросы: “Если сумма денег от продаж составит 500 манатов, 700 манатов, какую зарплату получит работник? При поступлении какой суммы денег от продаж, работник сможет получить зарплату в размере 1 000 манатов? Если сумма денег от продаж равна n , а зарплата m , как записать зарплату работника в виде формулы?” Таблица заполняется по мере нахождения ответов на вопросы.

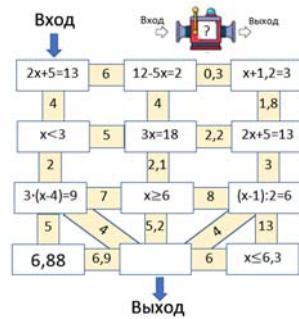
Решение задачи.

а) Определяется соответствующая формула: $y = 200 + 0,02x$

б) $200 + 0,02 \cdot 4000 = 280$ (ман.)

в) $200 + 0,02x = 300 \rightarrow x = 5000$ ман.

Ответ: а) $y = 200 + 0,02x$; б) 280 ман.; в) 5000 ман.



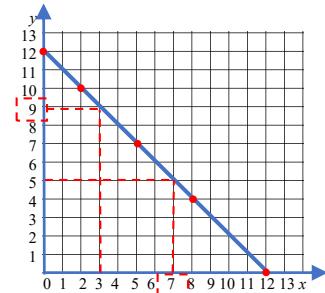
Сумма денег от продаж	Зарплата
500	
700	
	1 000
x	

11. Для построения графика зависимости $y = 12 - x$ находят несколько значений y , соответствующих некоторым значениям x , эти точки отмечают на координатной сетке и соединяют отрезками.

а) Этой зависимости соответствуют пары координат $(4; 8), (5; 7)$ и $(8; 4)$.

б) По графику находятся подходящие числа вместо *. $(3; 9), (7; 5)$

$y = 12 - x$	
x	y
0	12
2	10
5	7
8	4
12	0



12. В задаче требуется выразить, сколько денег у Лалы, используя неравенство. Поскольку ученики не знакомы с двойными неравенствами, ответ на задачу можно выразить через два неравенства.

$$4 < x \text{ и } x < 10$$

Это можно изобразить на числовой оси следующим образом.

Для наглядности целесообразно изобразить это на числовой оси в 3 этапа.

$$4 < x$$

$$x < 10$$

13. Решение неравенства изображается на числовой оси.

г) $x \neq 1$

Наименьшее натуральное число

Число 2 — наименьшее натуральное число, являющееся решением неравенства.

в) $21,1 \geq b$

Наибольшее натуральное число

Число 21 — наибольшее натуральное число, являющееся решением неравенства.

14. В задаче требуется написать формулу нахождения периметра прямоугольника и найти периметр по условию.

Решение задачи:

Стороны прямоугольника определяются по условию.

Ширина прямоугольника — $x + 2$

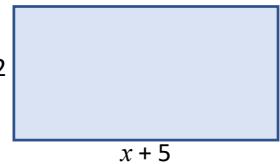
Длина прямоугольника — $x + 5$

а) Соответствующая формула записывается и упрощается.

$$P = 2 \cdot (x + 2 + x + 5) = 4x + 14$$

б) Если сторона квадрата равна 7 см, вычисляется периметр прямоугольника. $P = 4x + 14 = 4 \cdot 7 + 14 = 42$ (см).

Ответ: а) $P = 4x + 14$; б) 42 см.



STEAM

Учителям дается информация о глобальном потеплении.

С 2020 года в рамках Парижского соглашения страны договорились регулировать меры, связанные с сокращением выбросов углекислого газа, для предотвращения глобального потепления, и чтобы не допустить потепления планеты более чем на 2 градуса. Можно дать задание провести исследование последствий глобального потепления в мире и в нашей стране, серьезных экологических изменений.



Вместе с учениками можно посмотреть различные видеоролики о глобальном потеплении:

<https://youtu.be/AZ5guzqSVbk>

1. Записывается формула зависимости T от x : $T = 0,1x + 0,05$.

Здесь T — среднее повышение температуры, x — количество десятилетий с 1960 г.

2. Находят количество десятилетий между 1960 и 2020 годами. $(2020 - 1960) : 10 = 6$;

Вычисляется повышение температуры в 2020 году по сравнению с 1960 годом. $0,1 \cdot 6 + 0,05 = 0,65(^{\circ}\text{C})$

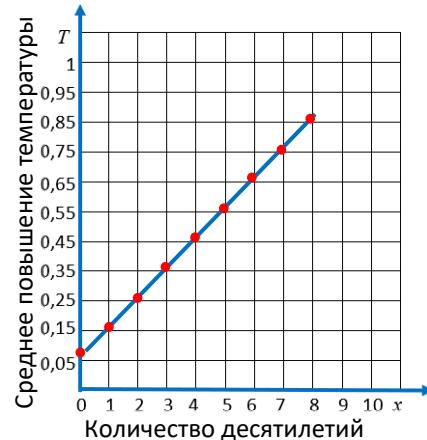
Повышение температуры в 2020 году по сравнению с 1960 годом составило $0,65 ^{\circ}\text{C}$.

Находится количество десятилетий до 2040 года.

$$(2040 - 1960) : 10 = 8$$

Составляется таблица и строится график, присвоив значения x от 0 до 8.

$T = 0,1x + 0,05$	
x	T
0	0,05
1	0,15
2	0,25
3	0,35
4	0,45
5	0,55
6	0,65
7	0,75
8	0,85



3. По зависимости T от x составляется таблица и строится график по десятилетиям до 2040 года.

4. Вычисляется в каком году по сравнению с 1960 годом повышение температуры на Земле достигает $1,05^{\circ}\text{C}$.

$$0,1x + 0,05 = 1,05; x = 10; 10 \cdot 10 = 100; 1960 + 100 = 2060.$$

Повышение температуры в 2060 году по сравнению с 1960 годом составит $1,05^{\circ}\text{C}$.

5. Готовится презентация путем сбора материалов из Интернета о причинах глобального потепления и способах его устранения.

6-й РАЗДЕЛ

Плоские фигуры

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	36	
Тема 6.1.	Конгруэнтные углы. Биссектриса угла	3	37	24
Тема 6.2.	Смежные и вертикальные углы	2	41	27
	Задачи	2	44	30
Тема 6.3.	Площадь прямоугольного треугольника	2	46	32
Тема 6.4.	Площадь составных фигур	2	49	34
Тема 6.5.	Построение перпендикулярных и параллельных прямых	3	52	36
Тема 6.6.	Построение треугольника	1	56	39
	Обобщающий урок. STEAM. «Автомобильная парковка»	3	59	41
	МСО-6	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		20		

Краткий обзор раздела

В разделе ученикам предоставляется информация о понятиях конгруэнтные фигуры и конгруэнтные углы, биссектриса угла. Ученики научатся решать задачи, связанные со смежными и вертикальными углами, находить площадь прямоугольного треугольника и составных фигур, чертить параллельные и перпендикулярные прямые, квадраты, прямоугольники, треугольники по сторонам и углам.

На что стоит обратить внимание?

Ученики не обращают внимания на то, что луч может быть биссектрисой нескольких углов одновременно. При этом ученикам, допускающим подобные ошибки, можно показать примеры лучей, являющихся биссектрисами двух или трех углов.

При пересечении двух прямых допускаются различные ошибки в заданиях, связанных с одновременным применением свойств смежных и вертикальных углов. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно дать задание найти смежные углы сначала на отдельных прямых, а затем на пересекающихся прямых, показать примеры смежных и вертикальных углов на пересекающихся прямых, запомнить их свойства и, задав направляющие вопросы, подвести к решению заданий.

При нахождении площади прямоугольного треугольника некоторые ученики неправильно определяют катеты и неправильно вычисляют площадь. При обнаружении подобных ошибок целесообразно повторить понятия “катет” и “гипotenуза”, напоминая, что прямоугольный треугольник равен половине площади соответствующего прямоугольника, которая равна половине произведения сторон, образующих прямой угол.

Во время предварительной проверки рекомендуется выявить учеников, показавших плохие результаты, повторить плохо усвоенные темы.

Развитие математического языка

Правильное использование терминов “конгруэнтные фигуры”, “конгруэнтные углы”, “биссектриса”, “конгруэнтны”, “развернутый угол”, “прямой угол”, “острый угол”, “тупой угол”, “смежные углы”, “вертикальные углы”, “параллельно”, “перпендикулярно”, “построение прямоугольника”, “построение квадрата”, “построение треугольника”, “прямоугольный треугольник”, “катет”, “гипotenуза” дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

Конгруэнтные фигуры, конгруэнтные углы, биссектриса угла, символ конгруэнтности, угол, развернутый угол, прямой угол, острый угол, тупой угол, смежные углы, вертикальные углы, гипotenуза, прямоугольный треугольник, катет, гипotenуза и т.д.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Угол, виды угла, измерение угла
- Пересекающиеся, параллельные и перпендикулярные прямые.
- Треугольник, квадрат, четырехугольник, периметр и площадь квадрата и прямоугольника

Междисциплинарная интеграция

Для решения задач в некоторых ситуациях, встречающихся в повседневной жизни, важно знать плоские фигуры и их свойства. Например, виды углов, плоские фигуры и их свойства используются при строительстве различных инженерных сооружений, зданий и домов, в дорожном строительстве и др. работах.

ТЕМА 6.1. Конгруэнтные углы. Биссектриса угла

ПОДСТАНДАРТЫ	3.1.2. Объясняет понятия конгруэнтных углов и биссектрисы угла.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Определяет конгруэнтные углы. • Определяет биссектрису угла.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, цветная бумага, транспортёр, линейка
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://wordwall.net/resource/28529888/math/miss-nancy-wack-the-congruent-shapes https://mathigon.org/polypad#polygons https://www.geogebra.org/m/mqmsjmfj https://youtu.be/b00aquftJV4 https://youtu.be/86iU3fypTd4 Задания: https://www.ixl.com/math/geometry/angle-bisectors https://www.turtlediary.com/quiz/congruent-shapes.html</p>

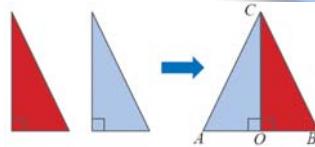
Побуждение.

Учитель дает ученикам задание взять цветную бумагу в форме прямоугольника, провести прямую, соединяющую противоположные вершины, и разрезать цветную бумагу по прямой. Затем ученики измеряют стороны и углы получившихся прямоугольных треугольников. Отмечается, что соответствующие стороны и углы равны. Конгруэнтность фигур определяют путем наложения одной фигуры на другую.



Исследование-обсуждение

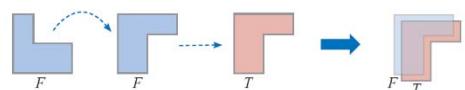
- Поскольку Анар вырезал треугольники, наложив цветные бумаги друг на друга, говорят, что соответствующие углы и стороны этих треугольников равны.
- Поскольку углы $\angle AOC$ и $\angle BOC$ равны, отмечается, что прямая CO делит пополам угол ACB .



Ученики могут выполнить задание, вырезав из цветной бумаги подходящие прямоугольные треугольники.

Изучение Конгруэнтные углы

Ученикам дается информация о конгруэнтных фигурах и углах, знаке конгруэнтности. Показываются примеры конгруэнтных и не конгруэнтных фигур.



Подчеркивается, что углы с равными градусными мерами являются конгруэнтными углами, приводятся несколько примеров. Ученикам можно дать задание построить в тетради конгруэнтные углы.

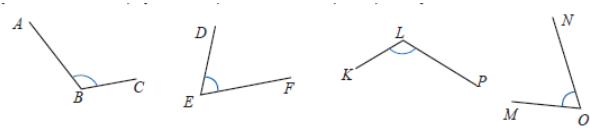


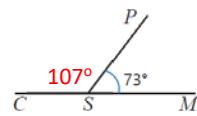
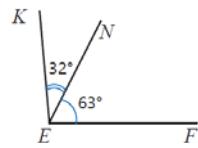
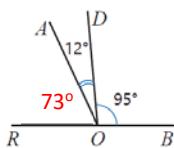
Подумай!

Чтобы определить, в каком случае два квадрата конгруэнтны, учитель задает ученикам направляющие вопросы: "При каких размерах фигуры будут конгруэнтны?" Подчеркивается, что квадраты конгруэнтны на основании того, что все их углы равны и являются прямыми, а их стороны равны. Конгруэнтность двух прямоугольников объясняется по этому же правилу.

Задания

- На рисунке показаны конгруэнтные углы. Для определения конгруэнтных углов обращают внимание на вид углов. Учитывая, что из данных углов два острые, а два других тупые, находятся и записываются конгруэнтные углы. $\angle ABC \cong \angle KLP$; $\angle DEF \cong \angle MON$.
- Определяются конгруэнтные углы.





$$\angle ROA \cong \angle PCM = 73^\circ \quad \angle ROA \text{ и } \angle PCM \quad \angle DOB \cong \angle KEF = 95^\circ \quad \angle DOB \text{ и } \angle KEF$$

$$\angle AOB \cong \angle CSP \cong 107^\circ \quad \angle AOB \text{ и } \angle CSP$$

5. В задании отмечается, что дано и что требуется найти.

$$\angle AON \cong \angle BOM$$

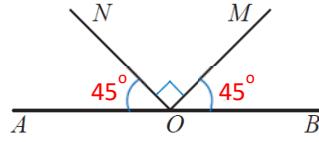
$$\angle NOM = 90^\circ$$

$$\angle AON = ?$$

$$\angle BOM = ?$$

Искомые углы находятся исходя из того, что сумма углов AON , NOM и BOM равна 180° .

$$\angle AON = \angle BOM = (180 - 90) : 2 = 45^\circ$$

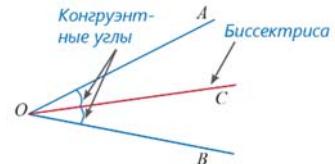


Изучение Биссектриса угла

Ученикам сообщается о биссектрисе угла. На изображении ученикам показывают биссектрису угла и конгруэнтные углы.



Подумай!

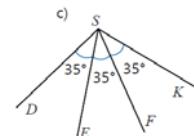


С классом обсуждается утверждение о том, что биссектриса тупого угла делит его на два острых угла. Ученики отмечают, что биссектриса делит угол на две равные части и что углы, на которые биссектриса делит тупой угол, являются острыми углами. Это утверждение можно обосновать, показав несколько примеров.

6. Обсуждается решение и объяснение задания. По изображениям определяются конгруэнтные углы и биссектрисы. Иногда на одном изображении дается несколько биссектрис. Целесообразно дать ученикам задание при определении биссектрисы обратить на это внимание.

Поскольку $\angle DSE \cong \angle ESF$, SE биссектриса.

Поскольку $\angle ESF \cong \angle FSK$, SF биссектриса.

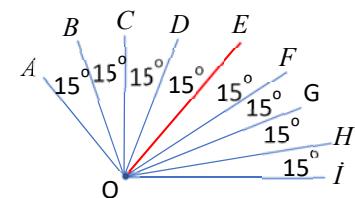


7. Требуется по рисунку найти биссектрисы. С учениками обсуждаются решение и объяснение задания.

Отмечается, что луч OM является биссектрисой угла $\angle AOC$, а луч ON — биссектрисой угла $\angle COB$. Объясняется, что луч OC является биссектрисой углов $\angle AOB$ и $\angle MON$.

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда при определении биссектрисы ученики думают, что луч — это биссектриса только одного угла. Например, на данном изображении на вопрос, биссектрисой какого угла является луч OE , отвечают только угол $\angle DOF$. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно сказать, что луч, который делит угол пополам является биссектрисой, следовательно, один луч может быть биссектрисой нескольких углов, и привести примеры. В задании 7 стоит напомнить, что луч является биссектрисой двух углов. Точно так же можно привести пример, где луч является биссектрисой трех углов.

Ложное
Луч OE биссектриса только угла $\angle DOF$.



Верное
Луч OE биссектриса углов $\angle DOF$, $\angle COF$, $\angle BOH$, $\angle AOI$.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель дает ученикам задание построить угол определенного градуса. Ученики называют угол, транспортиром строят биссектрису угла, находят и записывают градусную меру конгруэнтных углов.

Углубление. Учитель дает ученикам задание построить несколько углов, биссектрисы которых являются одним и тем же лучом, и назвать углы и биссектрисы. Ученики записывают конгруэнтные углы.

Решение задач

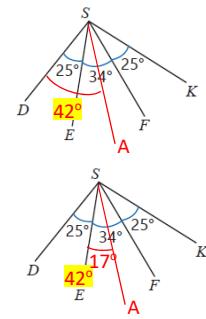
8. Требуется обосновать, что биссектрисы углов DSK и ESF совпадают.

Решение задачи.

- Определяется градусная мера угла DSK : $25^\circ + 25^\circ + 34^\circ = 84^\circ$
- Определяются градусные меры углов, поделенных биссектрисой угла DSK .
 $84 : 2 = 42^\circ$
- Строится биссектриса и отмечаются конгруэнтные углы. $\angle DSA \cong \angle KSA = 42^\circ$
- Если луч AS является биссектрисой угла ESF , то определяются градусные меры поделенных ею углов. $34 : 2 = 17^\circ$
- Проверяется, что $\angle DSE + \angle ESA = \angle DSA$. $\angle DSE + \angle ESA = 25^\circ + 17^\circ = 42^\circ$

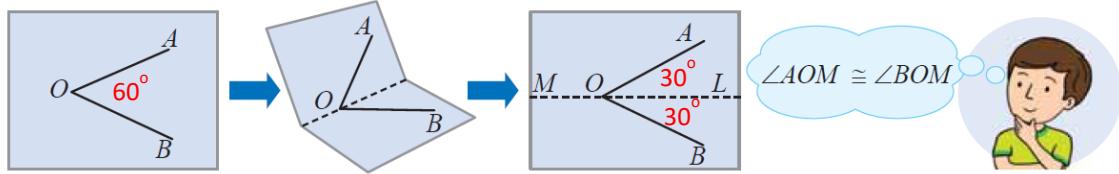
Ответ: биссектрисы углов DSK и ESF совпадают.

Обсуждение. Построив биссектрису угла DSK , ученики могут определить, что этот же луч является биссектрисой угла ESF , проведя соответствующие измерения.



12. Требуется обосновать верность мнения Самира.

Ученики строят на бумаге угол определенного размера (например, 60°) и складывают этот лист так, чтобы стороны угла совпали. Полученная таким образом линия отмечается карандашом. Ученики могут определить, что полученные углы AOM и BOM совпадают, измерив их транспортиром.



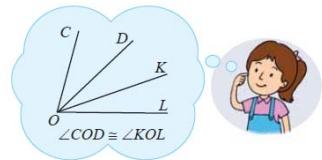
Учитель может дать ученикам задание выполнить задание в парах. В это время целесообразно каждому ученику построить углы разных величин. Ученики определяют, что прямая является биссектрисой, и что конгруэнтные углы получаются по правилу, представленному для разных углов.

13. В задаче требуется определить, верно или нет мнение Лалы, и найти градусную меру угла KOL .

Решение задачи:

- Поскольку луч OD — биссектриса угла COK , а луч OK — биссектриса угла DOL , то $\angle COD \cong \angle DOK \cong \angle KOL$. Значит мнение Лалы верно.
- Если $\angle COL = 84^\circ$, определяется угол KOL . $\angle KOL = 84 : 3 = 28^\circ$

Ответ: Градусная мера угла KOL равна 28° .



К сведению учителя! Используя понятия конгруэнтных углов и биссектрисы угла, ученики могут определить, является ли данный луч биссектрисой угла. Однако ученики еще не знакомы с правилом построения биссектрисы любого угла. В дальнейшем ученики научатся строить биссектрису заданного угла. Если в ходе решения задачи возникнет необходимость, ученики, измерив градусную меру угла, разделят ее пополам и с помощью транспортира построят угол с полученной мерой так, чтобы вершина и одна из сторон были такими же, как заданный угол, то полученный луч будет биссектрисой заданного угла. Чтобы проверить это, ученики могут определить, конгруэнтны ли построенные лучи, измерив образуемые ими углы. Подобные практические упражнения можно выполнять и в классе.

Формативное оценивание.

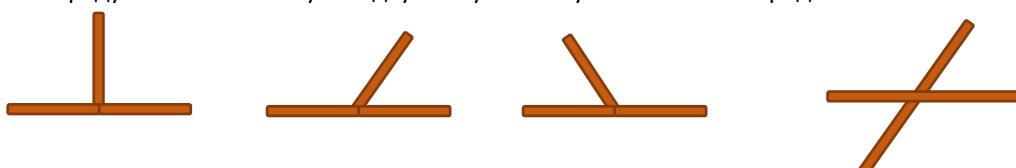
Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет конгруэнтные углы.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет биссектрису угла.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 6.2. Смежные и вертикальные углы

ПОДСТАНДАРТЫ	3.1.1. Определяет смежные и вертикальные углы, применяет их свойства.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Определяет смежные углы, применяет их свойства. • Определяет вертикальные углы, применяет их свойства.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, цветная бумага, транспортир, линейка
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://www.mathsisfun.com/geometry/vertical-angles.html https://mathigon.org/polypad#measuring https://www.mathspad.co.uk/i2/construct.php https://www.geogebra.org/m/YAw9R8af https://www.geogebra.org/m/pwcbta2f Задания: https://video.edu.az/video/8923 https://video.edu.az/video/10072

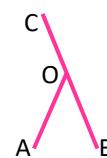
Побуждение.

Учитель с помощью нескольких тонких палочек составляет на столе углы такой формы, как показано на рисунке. По мере составления углов, соответствующих каждому изображению, ученикам задаются вопросы: “Какие углы даны на изображении? Как поменять палочки, чтобы получить два прямых угла? Сколько градусов составляет сумма двух полученных углов? Как это определить?”



Исследование-обсуждение

Ученики могут провести в тетрадях прямые, соответствующие открывающимся частям лестницы, чтобы определить, к каким видам углов относятся отмеченные углы. Учитель может задавать ученикам наводящие вопросы: “Какой из углов на рисунке острый? Какой из углов на рисунке тупой? Сумма каких двух углов равна углу COB ?“ Если мера угла AOB уменьшится, учитель может нарисовать на доске подходящий рисунок и измерить углы, чтобы определить, как изменится мера угла AOC , а также обсудить, как меняется мера угла AOC при уменьшении меры угла AOB . Соответствующую ситуацию можно также проиллюстрировать на уроке с помощью специальных деревянных палочек.



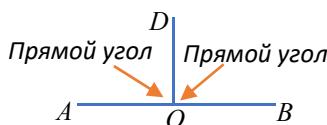
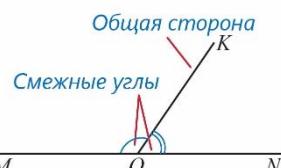
Изучение Смежные углы

Ученикам дается информация о смежных углах, при этом на изображении отмечается общая сторона и смежные углы, сумма смежных углов равна 180° , и способ ее определения обсуждается с учениками.



Подумай!

Могут ли смежные углы быть острыми, тупыми или прямыми? Ученики могут исходить из предположения об обратном. Предположим, что оба смежных угла острые. Тогда может ли сумма этих углов составлять 180° ? Ученики говорят, что сумма двух острых углов будет меньше 180° , поэтому острые углы не будут смежными. То же самое можно спросить и о тупом угле. Поскольку сумма смежных углов равна 180° , значит если один из углов острый, то другой должен быть тупым. Таким образом, оба угла не могут быть а) острыми или б) тупыми, но могут быть прямыми.



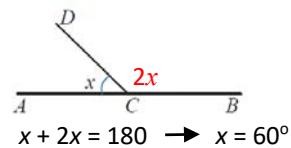
В технически оснащенных классах можно играть в интерактивные игры:

<https://www.mathgames.com/skill/7.10-find-complementary-vertical-and-adjacent-angles>

Задания

4. Для выполнения задачи записывается и решается уравнение.

Ответ: $\angle ACD = 60^\circ$

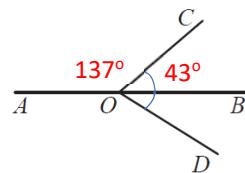


5. Изображение перерисовывается в тетрадь и данные отмечаются.

Определяется градусная мера угла COB : $86^\circ : 2 = 43^\circ$

Определяется градусная мера угла AOC : $180^\circ - 43^\circ = 137^\circ$

Ответ: $\angle COB = 43^\circ$; $\angle AOC = 137^\circ$



Изучение Взаимные углы

Учителям сообщается о вертикальных углах, утверждается, что вертикальные углы конгруэнтны.

Конгруэнтность вертикальных углов объясняется путем обсуждения с учениками в порядке, указанном в учебнике.

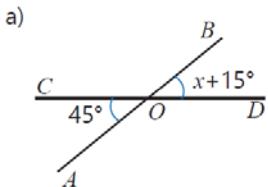


Подумай!

Используя это же правило, обосновывается, что $\angle BOD \cong \angle AOC$ или $\angle DOB \cong \angle AOC$.

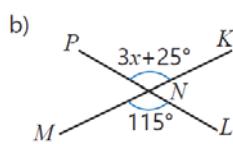
$\angle AOD + \angle DOB = 180^\circ$ и $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$. Тогда $\angle BOD \cong \angle AOC$ или $\angle DOB \cong \angle AOC$

8. Значение x находится на основе изображений, на которых пересекаются две прямые. Определяется, что углы, данные на каждом изображении, являются смежными или вертикальными углами, записывается и решается уравнение.



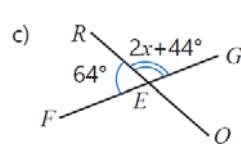
По свойству вертикальных
углов

$$45 + x = 15 \rightarrow x = 30^\circ$$



По свойству вертикальных
углов

$$3x + 25 = 115 \rightarrow x = 30^\circ$$



По свойству смежных
углов

$$64 + 2x + 44 = 180 \rightarrow x = 36^\circ$$

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

<https://www.mathwarehouse.com/geometry/angle/vertical-angles.php>

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учитель рисует на доске различные изображения с вертикальными и смежными углами.

Учителям предлагается найти и записать смежные и вертикальные углы.

Углубление. Учитель чертит на доске угол. Учителям предлагается нарисовать смежный или вертикальный этому углу.

Практическое задание. Задание можно выполнить в форме групповой работы. Рабочие листы раздаются ученикам. Ученики определяют и называют смежные и вертикальные углы. Записываются соответствующие пары углов. Затем групповая работа обсуждается с классом. Задание также можно выполнить и в игровой форме. Победителем может быть объявлена команда, которая за определенное время назовет наибольшее количество пар прямых углов.

Скачать образец рабочего листа можно по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1ccPn94tAvw3GwRaDDqKTZfb3oxEakyLZ/view?usp=sharing>

Смежные углы	Вертикальные углы
_____ и _____	_____ и _____
_____ и _____	_____ и _____
_____ и _____	_____ и _____
_____ и _____	_____ и _____
_____ и _____	_____ и _____
_____ и _____	_____ и _____



Решение задач

10. В задании ученики должны ответить на заданные вопросы. Для ответа на вопросы на основе плана чертят соответствующие прямые и на прямых отмечают углы, задание выполняется с использованием свойств смежных и вертикальных углов.

- Определяется градусная мера угла AOM .

$$\angle AOM = 7x$$

Записывается и решается уравнение.

$$7x + 35 + x + 25 = 180 \rightarrow x = 15^\circ$$

$$\angle AOM = 7x = 105^\circ$$

- Определяется градусная мера угла MOD . $\angle MOD = 15 + 25 = 40^\circ$

- Определяется градусная мера угла NOB .

Поскольку углы NOB и AOM вертикальные, то $\angle NOB \cong \angle AOM = 105^\circ$

- Градусную меру угла AON можно найти разными способами.

1-й способ.

- Поскольку углы AOM и AON смежные, то $\angle AOM + \angle AON = 180^\circ$

$$\angle AOM = 105^\circ; \angle AON = 180 - 105 = 75^\circ$$

2-й способ.

- Поскольку углы DOB и AOC вертикальные, то $\angle DOB \cong \angle AOC = 35^\circ$

$$\angle DOB = 35^\circ$$

- Находится угол MOB . $\angle MOB = 40 + 35 = 75^\circ$
- Поскольку углы MOB и AON вертикальные, то $\angle MOB \cong \angle AON = 75^\circ$

Ответ: $\angle AOM = 105^\circ; \angle MOD = 40^\circ; \angle NOB = 105^\circ; \angle AON = 75^\circ$

Обсуждение. На изображении много вертикальных и смежных углов. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу, выбирая разные углы.

К сведению учителя! Ученики умеют различать смежные и вертикальные углы отдельно. Иногда ученикам сложно определить смежные или вертикальные углы на одном и том же изображении. Целесообразно выявлять учеников, допускающих подобные ошибки при решении задач, и организовывать работу над ошибками.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет смежные углы, применяет их свойства.	Рабочие листы, учебник, РТ
Определяет вертикальные углы, применяет их свойства.	Рабочие листы, учебник, РТ

ЗАДАЧИ

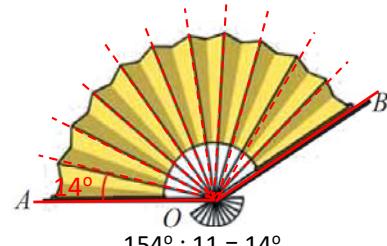
На предыдущих уроках ученики узнали о конгруэнтных фигурах, конгруэнтных углах, биссектрисе углов, видах углов, смежных и вертикальных углах. На этом уроке ученики будут решать различные задачи, чтобы закрепить изученные ими правила об углах.

Решение задачий

- 2.** Определяется, что при полном раскрытии веера получается 11 углов.

Находится угол между соседними палочками. $154^\circ : 11 = 14^\circ$

Ответ: угол между соседними палочками равен 14° .



4. Определяются конгруэнтные углы, а затем лучи, которые являются биссектрисами.

- Находят градусные меры углов $\angle MOP$ и $\angle KON$.

$$\angle MOP = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

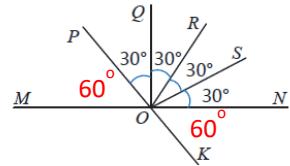
- Поскольку $\angle MOP$ и $\angle KON$ вертикальные, то $\angle MOP \cong \angle KON = 60^\circ$

$\angle MOP \cong \angle POR$; луч OP биссектриса угла MOR .

$\angle RON \cong \angle NOK$; луч ON биссектриса угла ROK .

- Поскольку $\angle POQ \cong \angle QOR \cong \angle ROS \cong \angle SON$, луч OQ является биссектрисой угла POR , луч OR – биссектриса углов QOS и PON , луч OS – биссектриса угла RON .

Ответ: луч OQ – биссектриса угла POR , луч OR – биссектриса углов QOS и PON , луч OS – биссектриса угла RON и POK , луч OP – биссектриса угла MOR , луч ON – биссектриса угла ROK .



7. В соревнованиях по лыжной акробатике требуется найти по рисунку значения x и y при движении спортсмена.

Решение задачи.

- Отмечается, что углы с мерами $y + 10^\circ$, $x + 30^\circ$ вертикальные, а углы с мерами 30° и $x + 30^\circ$ смежные.

- По свойству смежных углов записывается и решается соответствующее уравнение.

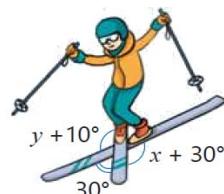
$$x + 30 + 30 = 180 \rightarrow x = 120^\circ$$

- Подставляя значение x , определяется значение y .

$$120 + 30 = y + 10 \rightarrow y = 140^\circ$$

Ответ: $x = 120^\circ$, $y = 140^\circ$.

Обсуждение. Подставив значения x и y , проверяется, являются ли данные углы смежными и вертикальными.



11. На лазерном шоу световые лучи направлены, как показано на рисунке. На основе приведенной информации требуется найти углы ASC , CSF и DSF .

Записывается краткое условие задачи.

$$\angle ASB = 180^\circ$$

$$\angle ASC = x$$

$$\angle BSC = 6,2x$$

$\angle ASC$ и $\angle BSC$ – смежные углы.

Решение задачи:

- Для нахождения градусной меры угла ASC используется свойство смежных углов. Записывается соответствующее уравнение и находится корень уравнения.

$$x + 6,2x = 180 \rightarrow x = 25^\circ$$

$$\angle ASC = 25^\circ$$

- Определяется градусная мера угла CSF . $\angle CSF = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.

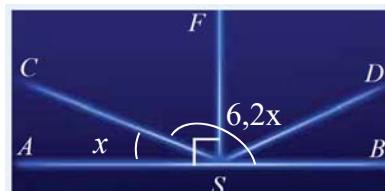
- Если $\angle CSF \cong \angle DSF$, градусные меры определяются на основе их равенства.

$$\angle CSF \cong \angle DSF = 65^\circ$$

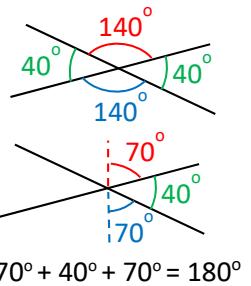
Ответ: $\angle ASC = 25^\circ$; $\angle CSF = 65^\circ$; $\angle DSF = 65^\circ$.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

12. Требуется определить, верно ли мнение Сабины или нет. Задание можно выполнить в парах. Каждый ученик может нарисовать две пересекающиеся прямые и выполнить задание в следующем порядке.



1) Ученики рисуют по две пересекающиеся прямые. Полученные углы измеряют и записывают. Например, 40° и 140° .



2) Проводятся биссектрисы вертикальных углов. Определяются градусные меры трех углов, оставшихся между этими биссектрисами. 70° , 40° и 70° .

3) Сложив эти углы и разделив их, получается угол между ними, равный 180° . С помощью транспортира показывается, что угол равен 180° .

$$70^\circ + 40^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

ТЕМА 6.3. Площадь прямоугольного треугольника

ПОДСТАНДАРТЫ	3.3.1. Вычисляет площадь прямоугольного треугольника.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Определяет катеты и гипотенузу прямоугольного треугольника. Вычисляет площадь прямоугольного треугольника.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, цветная бумага, транспортир, ножницы, линейка
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://math.stackexchange.com/questions/732379/the-right-triangle-game https://toytheater.com/geoboard-shape/ https://www.ixl.com/math/grade-5/area-of-right-triangles</p> <p>Задания: https://www.mathgames.com/skill/6.121-area-of-right-triangles</p>

Побуждение.

К доске вызывают 2 учеников. Учитель дает ученикам различные задания. Обоим ученикам предлагается вырезать из цветной бумаги прямоугольник со сторонами 4 см и 8 см. Затем 1-му ученику предлагается разделить прямоугольник на два квадрата, а 2-му ученику — разделить на два прямоугольных треугольника, соединив две противоположные вершины отрезком и разрезав их ножницами.



1-й ученик



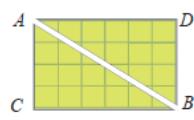
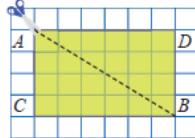
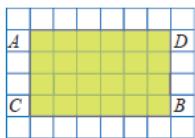
2- й ученик

Ученикам задаются вопросы: “Конгруэнтны ли полученные фигуры? Равны ли площади этих фигур? Как найти площади этих фигур? Как найти площадь фигуры, используя площадь прямоугольника?”

Исследование-обсуждение

Задание можно выполнить наглядно на уроке. В тетради чертят прямоугольник $ACBD$ с вершинами на пересечении клеток, две противоположные вершины соединяют отрезком, и прямоугольная бумага разрезается ножницами.

- Чтобы определить, что треугольники ACB и BDA конгруэнтны, ученики могут сказать, что все вершины и стороны конгруэнтны, путем наложения вырезанных фигур.



- Чтобы определить, сколько единичных квадратов составляет площадь прямоугольника $ACBD$, ученики могут посчитать единичные квадраты или воспользоваться формулой площади прямоугольника. $4 \times 6 = 24$ (единичных квадратов)

- Для определения площади треугольников, полученных с помощью площади прямоугольника $ACBD$, отмечают, что прямоугольник разделен на две равные части, при этом площадь каждого треугольника равна половине площади прямоугольника.

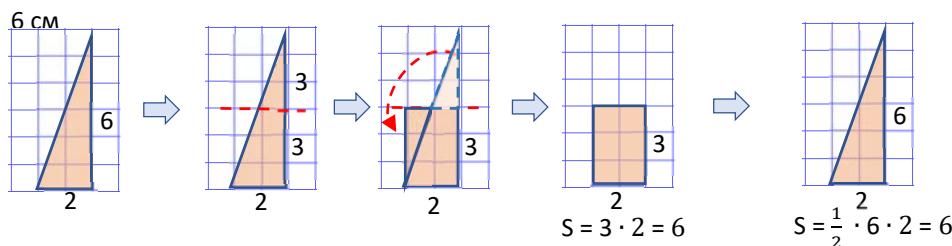
Изучение Площадь прямоугольного треугольника

Учителям дается информация о катетах и гипотенузе прямоугольного треугольника. Подчеркивается, что произвольный прямоугольник разбивается на два равных прямоугольных треугольника, и ученикам поясняется формула нахождения площади прямоугольного треугольника. Так, отмечается, что площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин катетов.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

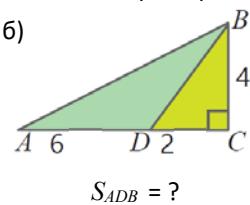
<https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/77/itp-area>

К сведению учителя! Способ нахождения площади прямоугольного треугольника можно объяснить ученикам с помощью различных деятельности. Например, на бумаге чертится прямоугольный треугольник. Нарисовав линию, как показано на рисунке, маленький треугольник, образованный вверху, разрезается, клеится к нижней части, как показано ниже, и фигура превращается в прямоугольник. Так как одна из сторон прямоугольника равна половине соответствующего катета, то площадь полученного прямоугольника равна половине произведения катетов.



Задания

2. Чтобы найти площадь треугольника, сначала определяются соответствующие стороны и по формуле находится площадь.
4. Когда известен один из катетов и площадь прямоугольного треугольника, находится длина другого катета. Пример обсуждается с классом, остальные задания можнодать ученикам выполнить самостоятельно.
5. Чтобы ответить на вопросы, учитель может предложить ученикам нарисовать прямоугольный треугольник, сделать на нем пометки, а затем вычислить площадь.
6. Определяется, по каким фигурам можно вычислить площадь искомой фигуры. Обсуждается решение и объяснение примера, остальные задания можно задать ученикам выполнить самостоятельно.



Находится сторона AC . $AC = AD + DC = 6 + 2 = 8$ (см)

Находится площадь треугольника ABC . $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$ (см^2)

Находится площадь треугольника BDC . $S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$ (см^2)

Площадь треугольника ADB находится путем вычитания площади треугольника BDC из площади треугольника ABC .

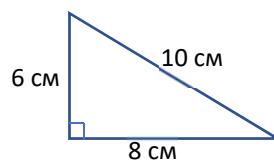
$$S_{ADB} = S_{ABC} - S_{BDC} = 16 - 4 = 12 (\text{см}^2)$$

Ложные представления, возникающие у учеников.

Иногда, когда ученики находят площадь прямоугольного треугольника, вместо того чтобы найти половину произведения катетов, они находят площадь неправильно, принимая одну из сторон за гипотенузу. Ученикам, допускающим подобные ошибки, можно предложить нарисовать на бумаге в клетку прямоугольный треугольник, определить площадь путем подсчета единичных квадратов и проверить ответ или определить, половиной какого прямоугольника является прямоугольный треугольник, и найти площадь прямоугольного треугольника, используя площадь этого прямоугольника.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Ученикам дается задание нарисовать на бумаге в клетку прямоугольные треугольники с сторонами, длины которых даны, и вычислить их площадь.



Ложное

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 = 30 (\text{см}^2)$$

или

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10 = 40 (\text{см}^2)$$

Верное

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 (\text{см}^2)$$

Углубление. Учителям дается задание нарисовать несколько прямоугольных треугольников заданной площади.

Решение задач

7. В задаче требуется определить, сколько квадратных метров ткани нужно для изготовления паруса.

Записывается краткое условие задачи.

Отмечается, что паруса имеют треугольную форму.

Стороны большого треугольника равны 2,5 м и 5 м.

Катеты маленького треугольника – короче их на 0,5 м.

Ткань, необходимая для изготовления парусов - ? м²

Решение задачи:

- Вычисляется площадь ткани, необходимая для изготовления большого паруса. $\frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 5 = 6,25$ (м²)

- Определяются катеты маленького треугольника.

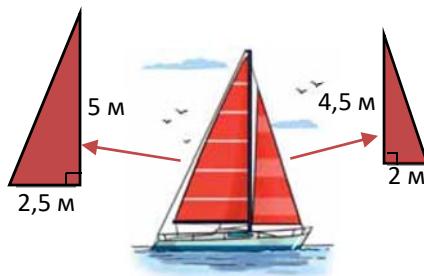
$$2,5 - 0,5 = 2 \text{ (м)}$$

$$5 - 0,5 = 4,5 \text{ (м)}$$

- Вычисляется площадь ткани, необходимая для изготовления маленького паруса. $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4,5 = 4,5$ (м²)

- Находится сумма площадей тканей, необходимых для изготовления обоих парусов. $6,25 + 4,5 = 10,75$ (м²)

Ответ: для изготовления этих парусов понадобится всего 10,75 м² ткани.



8. В задаче требуется найти площадь зоны отдыха в форме прямоугольного треугольника. Отмечается, что зона отдыха имеет форму прямоугольного треугольника.

Решение задачи:

Задачу можно решить 2 способами.

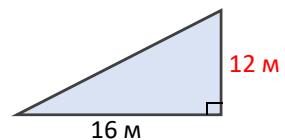
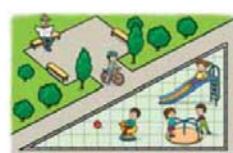
- Определяется другой катет прямоугольного треугольника.

$$25\% \text{ от } 16 \text{ находится и вычитается из } 16. 16 \cdot 0,25 = 4 \text{ (м). } 16 - 4 = 12 \text{ (м)}$$

Или $100\% - 25\% = 75\%$; находится 75% от 16. $16 \cdot 0,75 = 12$ (м)

- Вычисляется площадь зоны отдыха. $\frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96$ (м²)

Ответ: площадь зоны отдыха составляет 96 м².



Формативное оценивание

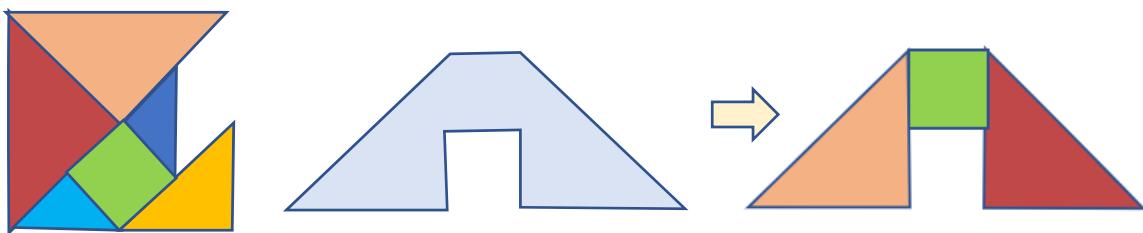
Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет катеты и гипотенузу прямоугольного треугольника.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет площадь прямоугольного треугольника.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 6.4. Площадь составных фигур

ПОДСТАНДАРТЫ	3.3.2. Вычисляет площади составных фигур.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Вычисляет площадь составной фигуры, разделив ее на прямоугольники и прямоугольные треугольники. Вычисляет площадь составной фигуры, дополнив ее до прямоугольника.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, танграм, цветная бумага, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://youtu.be/MARz1UhXtrA Задания: https://mathigon.org/polypad#tangram https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/77/itp-area

Побуждение.

Используя танграм, учитель рисует на доске фигуру, составленную из прямоугольников и прямоугольных треугольников, и дает ученикам задание составить эту фигуру из соответствующих частей. Можно привести несколько различных примеров. Ученикам сообщается, что площадь фигуры, образованной объединением двух несовпадающих фигур, равна сумме площадей этих фигур.



Ученикам задаются вопросы: “Из каких фигур составлена фигура на рисунке? Как найти площадь большой фигуры, используя площади этих фигур?”

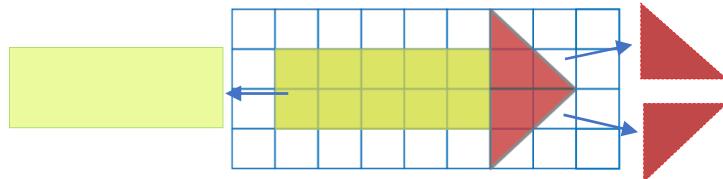
В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

<https://toytheater.com/tangram/>

<https://mathigon.org/polypad#tangram>

Исследование-обсуждение

Для выполнения задания ученики могут нарисовать и раскрасить соответствующие фигуры на бумаге в клетку или вырезать соответствующие фигуры из цветной бумаги и наклеить их на бумагу в клетку. При этом подчеркивается, что полученные фигуры состоят из прямоугольников и прямоугольных треугольников, и для вычисления площади полученной фигуры необходимо найти площадь одного прямоугольника и площади двух прямоугольных треугольников. Ученики могут определить, что площадь полученной фигуры равна 16 квадратным единицам, воспользовавшись формулой нахождения площади каждой фигуры. Проверить правильность ответа можно, посчитав единичные квадраты.



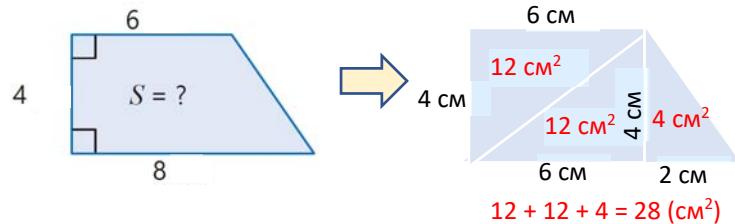
Изучение Нахождение площади составных фигур

С помощью приведенного задания ученикам разъясняется правило нахождения площади некоторых фигур путем деления их на прямоугольники и прямоугольные треугольники или дополнив их до прямоугольника.



Подумай!

С классом обсуждается, как найти площадь данной фигуры, разделив ее только на прямоугольные треугольники. Фигура делится на прямоугольные треугольники, находится площадь каждого треугольника. Сложив эти площади, находится площадь фигуры.



В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

<https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/77/itp-area>

Задания

5. Ученики могут разделить данные фигуры на несколько прямоугольников и прямоугольных треугольников или дополнить до прямоугольника. Задание можно выполнить в форме работы в парах на уроке. Одному из учеников можно предложить вычислить площадь, разделив фигуру на прямоугольник и прямоугольный треугольник, а другому — дополнив до прямоугольника. Ответы сравниваются и обсуждается, какой способ удобнее.

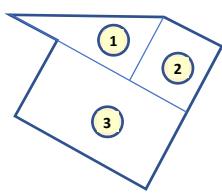
К сведению учителя! Иногда ученикам сложно разделить фигуру на разные фигуры, чтобы найти ее площадь. Целесообразно выявить учеников, испытывающих затруднения при решении подобных задач, и дать им задания, связанные с разделением составной фигуры на прямоугольник и прямоугольный треугольник. Теперь, когда ученики знают площадь прямоугольника, прямоугольного треугольника, они смогут легко найти площадь, разделив составные фигуры на отмеченные фигуры.

Решение задач

6. Требуется найти площадь участка двора, который будет выложен плиткой. Задачу можно решить, нарисовав на доске подходящий рисунок и отметив на ней определенные размеры.

Решение задачи:

- Данная фигура делится на прямоугольник, квадрат и прямоугольный треугольник. Вычисляется площадь каждой фигуры.



- ① Прямоугольный треугольник: $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 (\text{м}^2)$
- ② Квадрат: $6 \cdot 6 = 36 (\text{м}^2)$
- ③ Прямоугольник: $12 \cdot (12 - 6) = 72 (\text{м}^2)$

Чтобы найти площадь участка двора, эти площади складываются. $24 + 36 + 72 = 132 (\text{м}^2)$

Ответ: площадь этого участка равна 132 м^2 .

- 8.** В задаче требуется найти площадь желтой фигуры.

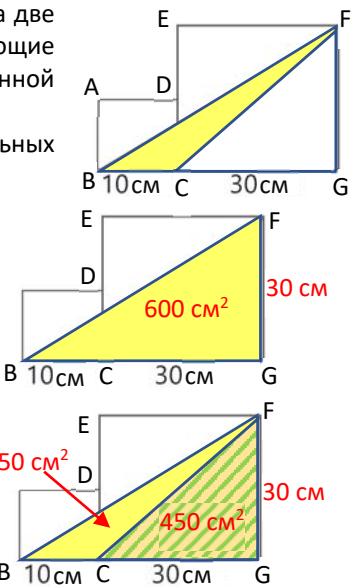
Решение задачи.

Ученики могут попытаться найти площадь данной фигуры, разделив ее на две части. Однако в это время будет сложно найти некоторые недостающие размеры. По этой причине ученики используют правило дополнения заданной фигуры до прямоугольного треугольника.

Вершины обозначаются. Находя разность площадей прямоугольных треугольников BFG и CFG , определяют площадь треугольника BCF .

- Поскольку $CEFG$ квадрат, то $CG \cong GF = 30 \text{ см}$
- Находится другой катет прямоугольного треугольника. $BG = BC + CG = 10 + 30 = 40 \text{ (см)}$
- Находится площадь треугольника BGF . $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 30 = 600 (\text{см}^2)$
- Находится площадь треугольника CFG . $\frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30 = 450 (\text{см}^2)$
- Находится разность площадей треугольников. $600 - 450 = 150 (\text{см}^2)$

Ответ: площадь желтой фигуры равна 150 см^2 .



Формативное оценивание.

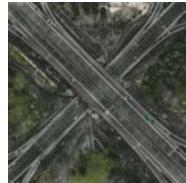
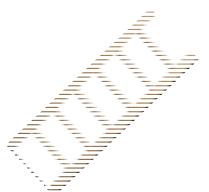
Критерии оценивания	Материалы оценивания
Вычисляет площадь составной фигуры, разделив ее на прямоугольники и прямоугольные треугольники.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет площадь составной фигуры, дополнив ее до прямоугольника.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 6.5. Построение перпендикулярных и параллельных прямых

ПОДСТАНДАРТЫ	3.2.1. Чертит перпендикулярные и параллельные прямые на плоскости. 3.2.2. Чертит квадрат и прямоугольник.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Чертит перпендикулярные прямые на плоскости. • Чертит параллельные прямые на плоскости. • Чертит квадрат и прямоугольник.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, танграм, цветная бумага, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.mathsteacher.com.au/year8/ch10_geomcons/07_setsquare/set.htm</p> <p>Изучение: https://geniusteacher.in/community/grade-7/math/construction-of-parallel-lines.html https://youtu.be/dqVRtGCJ21E https://www.geogebra.org/m/mtdp5fp</p> <p>Задания: https://mathigon.org/polypad https://youtu.be/k8JOBm2Xbo8 https://youtu.be/hQF9YiH8iSk</p>

Побуждение.

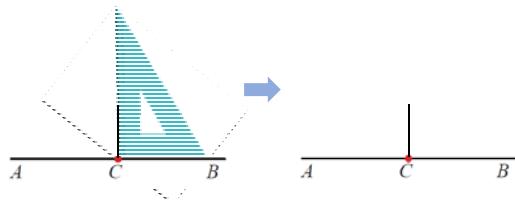
Учитель может показать несколько примеров картинок из реальной жизни и попросить учеников определить на этих картинках параллельные и перпендикулярные прямые.



Ученики также могут показать примеры перпендикулярных и параллельных прямых, используя предметы в классе.

Исследование-обсуждение

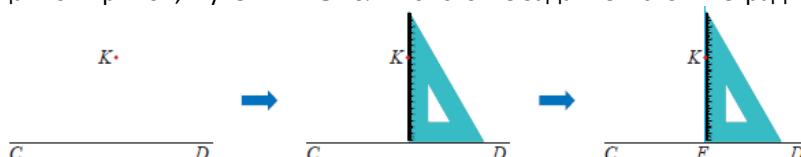
В тетради рисуется прямая AB и на ней отмечается точка C . Последовательность проведения прямой, перпендикулярной прямой AB из точки C , определяют, задавая наводящие вопросы: “Форму какой фигуры имеет угольник? Какие фигуры можно нарисовать с помощью угольника? Если поместить угольник на прямую, как провести из точки C перпендикулярный отрезок длиной 7 см? Как определить, что проведена перпендикулярная прямая?” и т.д.



Ученики могут использовать линейку и транспортир, чтобы проверить соответствие нарисованного отрезка условиям.

Изучение Построение прямой перпендикулярной данной

Ученикам дается информация о перпендикулярных прямых и обозначении перпендикулярных прямых знаком \perp , ученикам последовательно показывается порядок проведения прямой, перпендикулярной данной прямой, и ученики выполняют это же задание в своих тетрадях.



Запомни!

Ученики знакомятся с понятиями расстояния и перпендикуляра. Отмечается, что перпендикуляр, проведенный из точки, не лежащей на прямой, к этой прямой, короче отрезка, соединяющего данную точку с любой другой точкой на прямой.



Подумай!

С классом обсуждается, как можно построить перпендикуляр из точки на прямой к этой прямой с помощью линейки и транспортира. Так как угол между перпендикулярными прямыми равен 90° , то с помощью транспортира и линейки чертят соответствующий угол.

В технически оснащенных классах можно рисовать перпендикулярные прямые на компьютере:

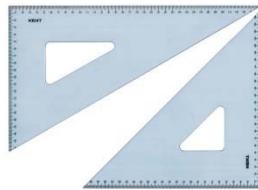
<https://mathigon.org/polypad>

<https://www.geogebra.org/m/mtdp5fp>

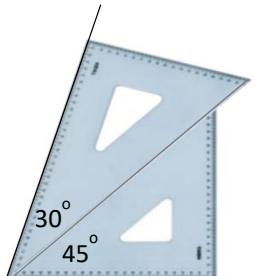
К сведению учителя! Ученики могут быть проинформированы об истории слова “угольник”. Угольник — это инструмент, используемый для рисования прямых углов. Этот инструмент также можно использовать для проверки перпендикулярности прямых. Угольник (наугольник) происходит от латинского слова и означает созвездие в южном полушарии неба. Николая Бион (1652–1733) в своем магазине в Париже, и как королевский мастер Людовика XIV, изготавливали и продавали математические инструменты. Одним из таких инструментов был инструмент угольник в форме прямоугольного треугольника, который мы используем сегодня.



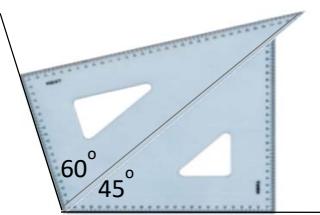
В настоящее время в школах используются два типа угольников. Один из них представляет собой треугольник с углами 45° , 45° , 90° , а другой — с углами 30° , 60° , 90° . С помощью этих инструментов также можно нарисовать такие углы, как 75° и 105° .



Построение угла, градусная
мера которого 75°

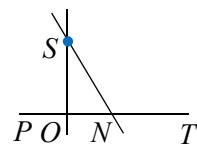


Построение угла, градусная
мера которого 105°



Задания

2. Ученики рисуют прямую PT и две разные прямые, пересекающие эту прямую из точки S (SO и SN). Следовательно, обе прямые, пересекающие прямую PT из точки S , не могут быть перпендикулярны прямой. Только одна из этих прямых, прямая SO , может быть перпендикулярна прямой PT .



Изучение Построение прямой параллельной данной

Ученикам дается информация о параллельных прямых и обозначении параллельных прямых знаком \parallel . Ученикам показывается правило проведения прямой, параллельной заданной прямой.



Запомни!

Длина перпендикуляра, проведенного из любой точки одной из параллельных прямых к другой прямой, называется расстоянием между этими прямыми. Ученикам сообщается, что расстояние между параллельными прямыми не меняется, приводят несколько примеров.

В технически оснащенных классах можно нарисовать параллельные прямые на компьютере:

<https://mathigon.org/polypad> <https://mathigon.org/polypad#measuring>

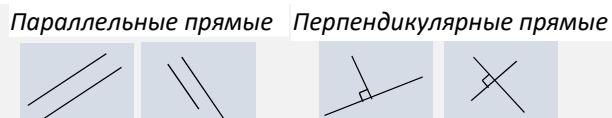
<https://www.geogebra.org/m/mtdp5fp>

К сведению учителя! Существуют разные способы проведения параллельных и перпендикулярных прямых. Ученикам можно предложить изучить больше различных способов построения перпендикулярных прямых с помощью линейки и угольника.

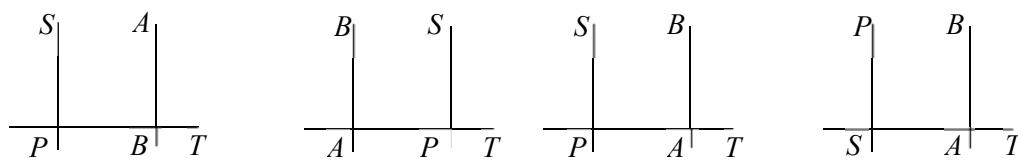
В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

https://youtu.be/rw_bBUTSM7E

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики думают, что параллельные и перпендикулярные прямые линии бывают только горизонтальными или вертикальными. Когда они видят наклонные прямые, они говорят, что они не параллельны и не перпендикулярны. Рекомендуется продемонстрировать ученикам несколько примеров параллельных и перпендикулярных прямых, проведенных под углом, и дать задания на проведение прямой, параллельной или перпендикулярной наклонной прямой.



5. Для выполнения задания ученики записывают данные, на основании данных чертят подходящие прямые. Можно выполнить задание в парах и попросить пары проверить, соответствуют ли нарисованные прямые условиям. Ниже приведены некоторые примеры.



Учитникам, выполняющим задание, можно поручить провести прямые, включив в него дополнительные условия. Например, пусть точки A , P и T лежат на прямой и т.д.

7. Требуется определить расстояние до прямой MN .

Записывается краткое условие задачи.

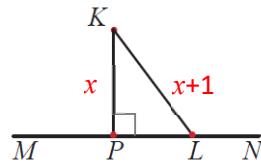
$$KP = x$$

$$KL = x + 1$$

$$KP + KL = 9 \text{ см.}$$

$$\text{Записывается соответствующее уравнение: } x + x + 1 = 9 \rightarrow x = 4.$$

Ответ: Расстояние от точки K до прямой MN 4 см.



Изучение Построение прямоугольника и квадрата

Учитникам показывают, как нарисовать прямоугольник с помощью линейки и угольника. По этому же правилу ученикам можно дать задание нарисовать в тетради соответствующий прямоугольник.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения: <https://youtu.be/3ayhL3880wQ>



Построение квадрата со стороной 5 см, с помощью линейки и угольника, выполняется по заданию-образцу, в разделе "изучение".

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://youtu.be/LMyRALEjScc>

Решение задач

12. В задаче требуется найти расстояние между отрезками по условию.

Записывается краткое условие задачи.

$$AB = 9 \text{ см}$$

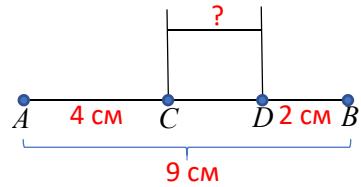
$$AC = 4 \text{ см}$$

$$BD = 2 \text{ см}$$

Решение задачи:

- Рисуется изображение с использованием данных задачи. На изображении в точках C и D на отрезке AB проведены перпендикуляры длиной 4 см к AB .
- Поскольку расстояние между параллельными прямыми одинаково, определяют, что расстояние между перпендикулярами равно длине отрезка CD .
- Находится длина отрезка CD . $CD = AB - (AC + DB) = 3$ см

Ответ: расстояние между этими отрезками 3 см.

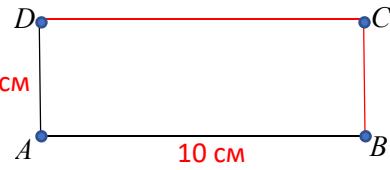
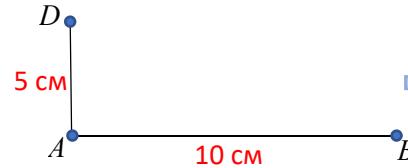


13. В задании ученики должны определить, как нарисовать прямоугольник $ABCD$, и найти площадь и периметр прямоугольника $ABCD$.

Решение задачи:

- Рисуется изображение с использованием данных задачи.

• Используя свойства параллельных и перпендикулярных прямых, фигуру доводят до прямоугольника.



- Определяется, какой из отрезков, пересекающих в точке C , параллелен стороне AB , а какой перпендикулярен.

$CD \parallel AB, BC \perp AB, AD \perp AB, AD \perp DC, BC \perp DC$

- Вычисляется площадь и периметр прямоугольника $ABCD$.

$$P = 2 \cdot (10 + 5) = 30 \text{ (см)} \quad S = 10 \cdot 5 = 50 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: Периметр прямоугольника $ABCD$ равен 30 см, а площадь 50 см^2 .

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Чертит перпендикулярные прямые на плоскости.	Рабочие листы, учебник, РТ
Чертит параллельные прямые на плоскости.	Рабочие листы, учебник, РТ
Чертит квадрат и прямоугольник.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 6.6. Построение треугольника

ПОД СТАНДАРТЫ	3.2.3. Чертит треугольник.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Чертит треугольник по двум сторонам и углу между ними. • Чертит треугольник по стороне и прилежащим к ней углам.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, цветная бумага, транспортир, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://youtu.be/kUvgLbB56RY https://youtu.be/aV4FFDj56Cg https://youtu.be/j6bFLboSxxI Задания: https://video.edu.az/video/8538 https://www.mathspad.co.uk/i2/construct.php https://mathigon.org/polypad#measuring

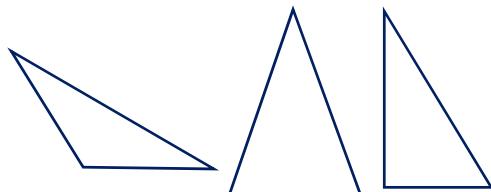
Побуждение.

Учитель рисует на доске несколько треугольников и задает ученикам вопросы: "Какой треугольник является прямоугольным? Что такое равносторонний треугольник? Что такое прямоугольный треугольник? Как это определить? Как нарисовать прямоугольный треугольник в тетради?" и т.д.

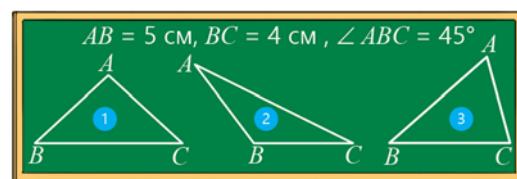
В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные игры:

<https://www.mathsisfun.com/geometry/triangles-interactive.html>

Исследование-обсуждение



Требуется объяснить, какой треугольник соответствует написанным условиям, как он определяется и как нарисовать треугольник, отвечающий условию. Для выполнения задания ученикам задаются наводящие вопросы: "Сторона АВ или ВС длиннее? Согласно этому, какое изображение можно сказать, что соответствует данным условиям? $\angle ABC = 45^\circ$, тогда какой из треугольников не соответствует условию? Как нарисовать соответствующий треугольник?" Обсуждается, как минимум сколько измерений треугольника должно быть дано, чтобы можно было начертить этот треугольник.



Изучение Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Правило построения треугольника по условию разъясняется ученикам на примере задания. Ученики могут выполнить то же самое задание в тетрадях.

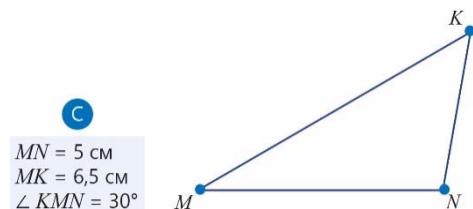


В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения:

<https://youtu.be/tc54KMDj0XU>

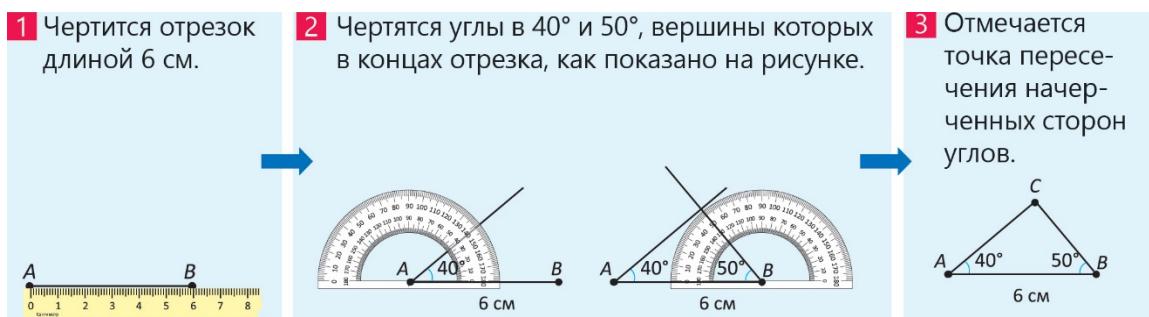
Задания

1. С помощью транспортира и линейки определяют, что размеры, приведенные в столбце С, соответствуют треугольнику на рисунке.



Изучение Построение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

Правило построения треугольника по условию поэтапно поясняется ученикам на примере задания. По мере разбора задания ученики могут выполнить то же самое задание в тетрадях.



3. С помощью транспортира и линейки заданные треугольники чертятся в тетради.

К сведению учителя! При выполнении 3-го задания ученики должны обратить внимание на построение треугольника по двум сторонам и углу между ними или по стороне и прилежащим к ней углам. Поскольку правило построения треугольника для каждого случая разные, необходимо правильно определить, какой способ используется. Ученикам, испытывающим трудности с построением треугольника, можно посоветовать использовать следующую последовательность.

В обоих случаях сначала отмечают один из углов и длину одной стороны треугольника.

Следующий шаг зависит от данных.

Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними

На одной стороне угла откладывают отрезок заданной длины, отмечают вершину треугольника и соединяют с другой вершиной.

Построение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам

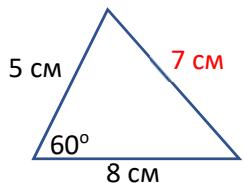
Чертится угол заданной меры с вершиной в точке С. Отмечается точка пересечения проведенных сторон углов.

Решение задач

5. Самиру требуется определить, достаточно ли проволоки длиной 15 см для построения треугольника.

Решение задачи:

- Отмечают две стороны треугольника и угол между ними, рисуют треугольник по соответствующим измерениям и определяют длину третьей стороны равной 7 см.
- Находится периметр треугольника: $5 + 8 + 7 = 20$ (см)



Сравниваются периметр треугольника и длина проволоки: $20 > 15$

Ответ: 15 см проволоки не хватит, чтобы сделать этот треугольник.

6. В задаче требуется определить, верно ли мнение Лалы, объяснив ответ, нарисовав в тетради треугольник и измерив нужные стороны.

В треугольнике ABC:
 $AB = 6 \text{ см}$, $\angle CAB = 35^\circ$, $\angle CBA = 50^\circ$

Сторона CA этого треугольника короче стороны CB.



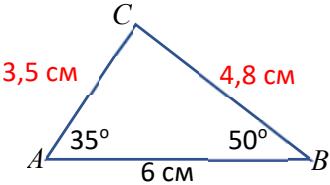
Решение задачи.

- На основании данных в тетради чертится треугольник.

Измеряются длины сторон CA и CB этого треугольника.

Определяется, сторона CA короче CB.

Ученикам также можно предложить сравнить длину стороны, противоположной меньшему углу, и длину стороны, противоположной большему углу.



Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Чертит треугольник по двум сторонам и углу между ними.	Рабочие листы, учебник, РТ
Чертит треугольник по стороне и прилежащим к ней углам.	Рабочие листы, учебник, РТ

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

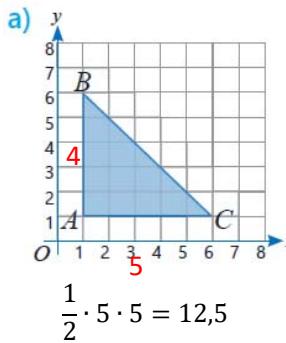
Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры.

Прямая, луч, отрезок, конгруэнтные фигуры, конгруэнтные углы, биссектриса углов, знак конгруэнтности, угол, развернутый угол, острый угол, тупой угол, прямой угол, смежные углы, вертикальные углы, прямоугольный треугольник, катет, гипотенуза, транспортир, угольник и т.д.

Напоминается информация и задание “Попытайтесь!”, приведенные на первой странице раздела. Решение исходной задачи обсуждается с классом. Ученики могут нарисовать схему на бумаге большого размера. Ученики, испытывающие затруднения, могут с помощью учителя нарисовать подходящую схему, уменьшив все размеры в 2 раза. Задание можно выполнять в парах или группах.

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

3. После определения параллельных и перпендикулярных прямых обращают внимание на то, какую фигуру образуют данные фигуры. Поскольку в пункте а) дана простая фигура, площадь прямоугольного треугольника находится по формуле нахождения площади прямоугольного треугольника. Площадь других фигур можно найти, разделив их на прямоугольники и прямоугольные треугольники или дополнив до прямоугольника.



$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 12.5$$



$$4 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 20$$



$$4 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 16$$



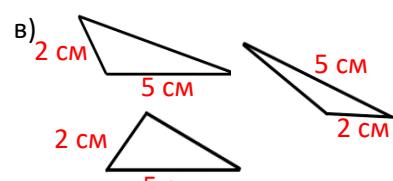
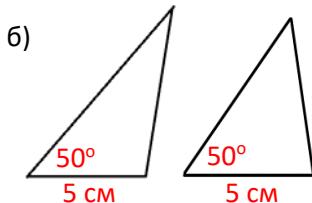
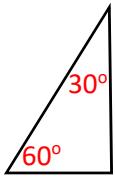
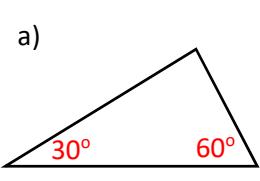
$$4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 21$$

Ученики могут проверить правильность ответа, посчитав единичные квадраты.

4. По указанным размерам в тетради чертят треугольник и определяют площадь треугольника ABC .

К сведению учителя! Ученики могут найти площадь нескольких треугольников, сложив или вычитая площадь любого треугольника по правилу нахождения площади прямоугольного треугольника. Развитие этого навыка поможет ученикам в будущем определить, как получить формулу вычисления площади любого треугольника.

5. Чертится несколько треугольников по заданным измерениям и на них отмечаются соответствующие размеры.

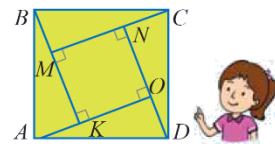


К сведению учителя! Чтобы нарисовать треугольник, необходимо дать как минимум три измерения (одно из которых — размер одного из углов). В этом случае нарисованный треугольник определяется как однозначный. Если даны два измерения или даны три измерения только с длинами сторон, то по этим размерам можно нарисовать несколько треугольников. Учитель может дать ученикам задание выполнить

5-е задание в парах. Необходимо обратить внимание, чтобы ученики не рисовали одну и ту же фигуру. Если фигуры одинаковые, им можно дать задание нарисовать другую фигуру.

6. В задаче требуется найти площадь маленького квадрата, вырезанного Лалой.

Привлечение. Из цветной бумаги вырезается квадрат. На этом рисунке изображаются линии согласно изображению. С учениками обсуждается, как найти площадь маленького квадрата.



Ученикам задаются наводящие вопросы: "Какие фигуры следует вырезать из большого квадрата, чтобы найти площадь малого квадрата? Как найти площадь каждой вырезанной фигуры? Сколько фигур нужно вырезать, чтобы получить маленький квадрат?" При упоминании названий фигур ответы на вопросы даются путем вырезания и откладывания их в сторону.



Решение задачи.

1-й способ.

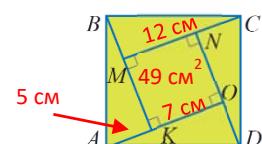
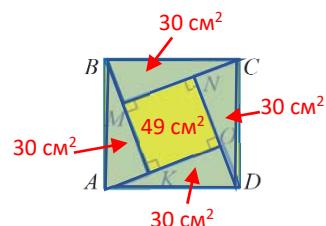
- Находится площадь большого квадрата. $13 \cdot 13 = 169 \text{ см}^2$
- Находится площадь каждого треугольника. $S_{BMC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30 \text{ см}^2$
- Находится общая площадь треугольников. $30 \cdot 4 = 120 \text{ см}^2$
- Чтобы найти площадь маленького квадрата, из площади большого квадрата вычитается общая площадь треугольников.

$$S_{MNKO} = 169 - 120 = 49 \text{ см}^2$$

2-й способ.

- Сначала определяется длина стороны маленького квадрата. $12 - 5 = 7 \text{ см}$.
- Находится площадь маленького квадрата. $S_{MNKO} = 7 \cdot 7 = 49 \text{ см}^2$

Ответ: Площадь маленького квадрата составляет 49 см^2 .



8. В задаче требуется найти общую площадь желтой части орнамента.

Решение задачи.

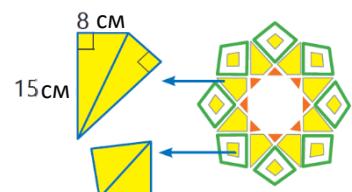
- Находится площадь большого прямоугольного треугольника. $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 8 = 60 \text{ см}^2$
- Находится площадь большой желтой фигуры, полученной сложением двух прямоугольных треугольников. $60 \cdot 2 = 120 \text{ см}^2$
- Площадь маленькой желтой фигуры находится исходя из того, что ее площадь равна $\frac{1}{4}$ площади большой желтой фигуры.

$$120 \cdot \frac{1}{4} = 30 \text{ (см}^2\text{)}$$

- Определяется общая площадь желтых частей орнамента. $120 \cdot 8 + 30 \cdot 8 = 1200 \text{ (см}^2\text{)}$

Ответ: Общая площадь желтых частей орнамента равна 1200 см^2 .

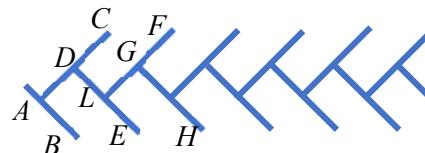
Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.



STEAM

Учителям рассказывают об особой важности парковок, построенных перед магазинами и отелями в крупных городах.

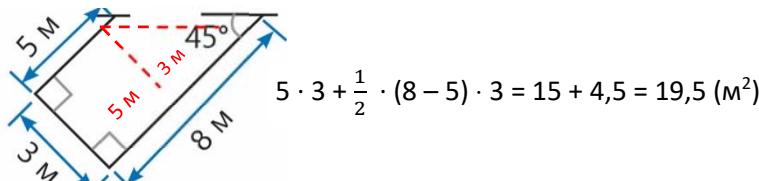
1. Прямые обозначаются, показываются примеры параллельных и перпендикулярных прямых.



$$\begin{array}{ll} AB \perp AC & AB \parallel DE \\ DE \perp AC & AC \parallel FL \\ FL \perp GH & GH \parallel AB \end{array}$$

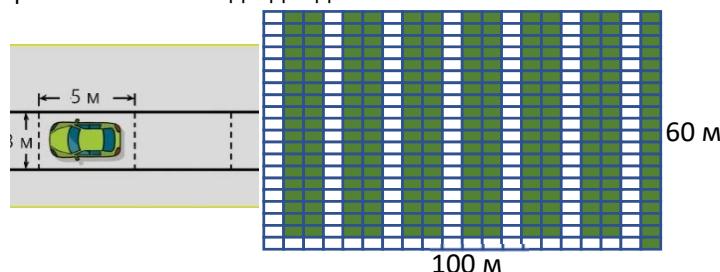
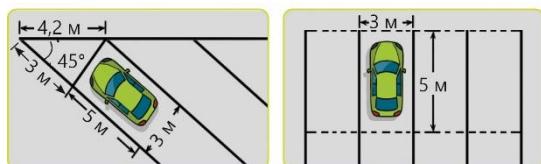
Отмечается, что желтые и синие автомобили стоят под углом 90° друг к другу.

2. По заданным размерам определяется, сколько места предназначено для автомобиля. Площадь находится путем деления фигуры на прямоугольник и прямоугольный треугольник.



3. Отмечается, что перед строящимся зданием планируется построить парковку на участке длиной 100 м и шириной 60 м, согласно указанным условиям, готовится проект. Для этого можно использовать схемы, приведенные в учебнике. Например, по 1-й схеме участок разделен на части длиной 5 м и шириной 3 м. $100 : 5 = 20$; $60 : 3 = 20$; находится общее количество частей. $20 \cdot 20 = 400$. Между местами, предназначенными для автомобилей, размещаются промежутки для обеспечения движения машин и окрашиваются.

Аналогичным образом можно рассмотреть случаи размещения автомобилей по другим схемам и определить, какой вариант наиболее подходит для автомобиля.



7-Й РАЗДЕЛ

Пространственные фигуры

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	62	
Тема 7.1.	Площадь поверхности куба и кубоида	4	63	43
Тема 7.2.	Площадь поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник	1	68	46
	Задачи	2	70	48
Тема 7.3.	Объем прямой призмы	4	71	49
Тема 7.4.	Единицы площади	2	76	52
Тема 7.5.	Единицы объема	2	79	54
	Обобщающий урок. STEAM. "Птицы – наши друзья"	3	83	56
	МСО-7	1		
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ	20		

Краткий обзор раздела

В разделе ученики знакомятся с правилами нахождения площади поверхности и объема куба, кубоида, прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. Ученики знакомятся с единицами площади и объема, выполняют различные задания и решают задачи, используя взаимосвязь между единицами площади и объема.

На что стоит обратить внимание?

Поскольку некоторые грани пространственных фигур не видны на изображении, при вычислении площади поверхности ученики иногда не обращают внимания на наличие этих граней. Ученикам сложно представить себе такие фигуры. На уроках целесообразно использовать наглядные пособия.

Ученики допускают ошибки при нахождении площади основания прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. Такие ошибки особенно распространены, когда заданы катеты и гипотенуза прямоугольного треугольника. Ученикам можно давать различные задания, связанные с нахождением площади прямоугольного треугольника, у которого все стороны даны.

Некоторым ученикам при нахождении объема прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник, трудно правильно определить основание на изображениях, когда она лежит на боку. Таким ученикам можно дать определенные изображения и попросить определить, какое из этих изображений является прямой призмой, в основании которой прямоугольный треугольник.

Иногда ученики допускают ошибки при переводе между единицами площади и объема, поскольку не определяют подходящее значение единицы, не обращают внимания на то, выражена ли она в большей или меньшей единице. Для устранения подобных ошибок целесообразно выполнять различные задания, связанные с преобразованием единиц площади и объема.

Во время предварительной проверки рекомендуется выявить учеников, показавших плохие результаты, повторить плохо освоенные темы.

Развитие математического языка

Правильное использование терминов "пространственные фигуры", "куб", "кубоид", "прямая призма", "боковые грани", "основание", "площадь полной поверхности", "ар", "гектар", "литр" дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

"Прямая призма", "боковые грани", "основание", "площадь полной поверхности", "ар", "гектар" и т.д.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Пространственные фигуры
- Плоские фигуры
- Площадь квадрата, прямоугольника, прямоугольного треугольника
- Преобразования между единицами площади
- Преобразования между единицами объема
- Объем прямоугольного параллелепипеда. Единицы объема

Междисциплинарная интеграция

Для решения задач в некоторых ситуациях, встречающихся в повседневной жизни, важно знать пространственные фигуры и их свойства. Например, в современных зданиях, при производстве нового оборудования, при изготовлении каких-либо изделий думают в первую очередь об их формах. Пространственные фигуры и их свойства используются при вычислении площади поверхности и объема таких фигур.

ТЕМА 7.1. Площадь поверхности куба и кубоида

ПОДСТАНДАРТЫ	3.4.1. Вычисляет площадь поверхности куба, кубоида (прямоугольного параллелепипеда) и прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Вычисляет площадь поверхности куба. Вычисляет площадь поверхности кубоида. Вычисляет площадь поверхности фигуры, состоящей из куба и кубоида.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты, цветная бумага, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://study.com/skill/learn/using-a-net-to-find-the-surface-area-of-a-rectangular-prism-explanation.html https://www.ixl.com/math/grade-6/surface-area-of-cubes-and-rectangular-prisms https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionGeometry.html https://video.edu.az/video/1201 https://video.edu.az/video/1043 Задания: https://www.geogebra.org/m/aJv7KdWB#material/kzFjDDEn https://www.geogebra.org/m/ept5dhbk https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5716defc9853079d0dcc40cd</p>

Побуждение.

Ученики знакомы с правилом нахождения площади прямоугольника и квадрата.

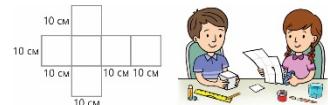
Учитель предлагает ученикам показать один предмет в форме куба и один предмет в форме кубоида. Если в классе нет таких фигур, ученикам можно дать задание подготовить их дома.



Ученикам задаются вопросы: “В чем сходство и различие куба и кубоида? Как найти площади граней этих фигур? Как найти общую площадь всех граней каждой фигуры?” и т.д.

Исследование-обсуждение

Чтобы найти общую площадь цветных граней фигуры, учитель задает ученикам наводящие вопросы: “Какой плоской фигурой является каждая грань фигуры? Какова площадь каждого квадрата? Сколько всего граней у фигуры?” Отмечается, что у фигуры 6 квадратных граней. Ученики находят площадь одной грани фигуры. Умножив на 6, получают общую площадь закрашенных граней.



$$10 \cdot 10 = 100 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$100 \cdot 6 = 600 \text{ (см}^2\text{)}$$

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные ресурсы:

<https://www.learner.org/wp-content/interactive/geometry/prisms>

<https://www.geogebra.org/m/CTYF5ucy>

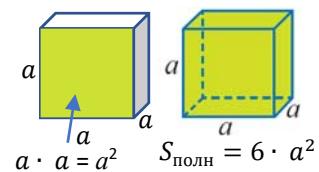
Изучение Площадь поверхности куба

Отмечается, что у куба 6 равных граней, а площадь полной поверхности равна сумме площадей 6 квадратов, составляющих его грани. Определение общей площади поверхности объясняется на развертке куба.



Запомни!

Вниманию учеников предлагается приведенная формула нахождения площади полной поверхности куба, и формула обсуждается с учениками. Ученики могут сказать, что одна грань фигуры представляет собой квадрат и ее площадь равна a^2 , а площадь 6 граней равна $6 \cdot a^2$.



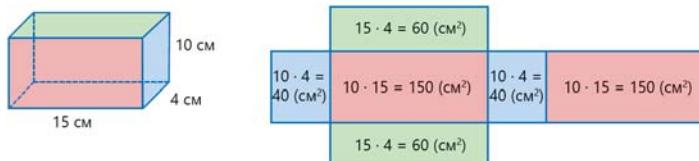
Задания

3. Требуется найти длину ребра куба, площадь поверхности которого известна. После того как ученики находят длину ребра, они проверяют ответ.

К сведению учителя! Ученики знакомы с понятием полного квадрата с 5-го класса. В ходе решения 3-го задания учителю целесообразно выявить учеников, которые испытывают трудности с нахождением полных квадратов чисел. Можно задавать разные вопросы, чтобы напомнить ученикам о этих числах: “Чему равен квадрат 3? Тогда какое число в квадрате равно 9? Какое число в квадрате равно 16?” и т.д.

Изучение Площадь поверхности кубоида

Учителям сообщается, что противоположные грани кубоида представляют собой пары конгруэнтных прямоугольников. Это свойство кубоида используется при нахождении его полной поверхности. Решая задание, ученики могут отметить, что два разных способа выводятся друг из друга по распределительному закону умножения.



$$S_{\text{полн}} = 40 + 40 + 150 + 150 + 60 + 60 = 500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot 40 + 2 \cdot 150 + 2 \cdot 60 = 500 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ или}$$

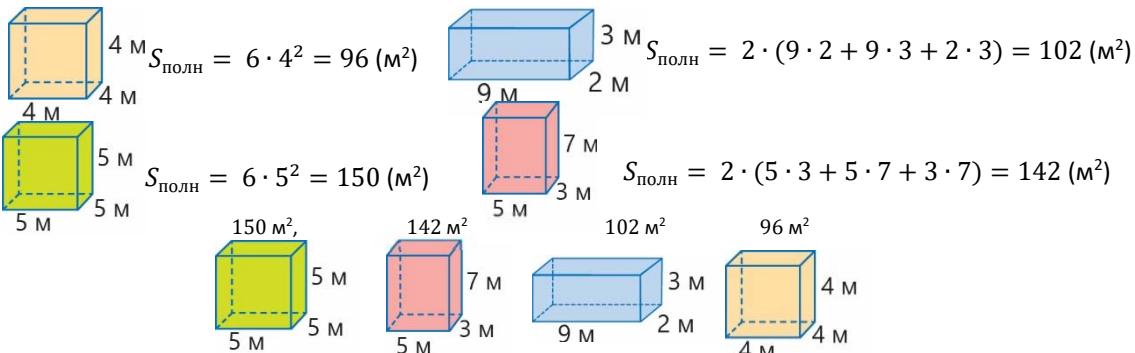
$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (40 + 150 + 60) = 500 \text{ (cm}^2\text{)}$$



Запомни!

Вниманию учеников предлагается формула площади поверхности кубоида, у которого даны ребра. Здесь ребра обозначаются буквами a, b, c . Учителям, испытывающим трудности с нахождением формулы, можно дать задание найти площадь поверхности любого кубоида, подставив вместо ребер соответствующие числа.

6. Находится площадь полной поверхности данных фигур. Фигуры располагаются в порядке возрастания по площади полной поверхности.



К сведению учителя! При нахождении площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда ученики должны знать, сколько граней имеет фигура, из каких фигур состоят ее грани и как найти площадь квадрата и прямоугольника. Ученики, у которых сложились пространственные представления, могут определить, из каких фигур состоят их грани, не раскрывая пространственных фигур. Развитие этого навыка важно и для нахождения площади поверхности фигур, составленных из единичных кубиков. У таких учеников не возникает затруднений в нахождении площади полной поверхности куба или кубоида. Целесообразно выявить моменты, вызывающие затруднение у учеников, испытывающих трудности с нахождением площади полной поверхности, дать им задание написать, сколько граней у прямоугольного параллелепипеда и как найти площади этих граней. Ученики также могут использовать развертку прямоугольного параллелепипеда. Для этого на уроках можно использовать наглядные пособия. Формирование пространственных представлений у учеников важно для решения задач, связанных с пространственными фигурами.

7. По видам находят площадь полной поверхности фигуры, составленной из единичных кубиков.

С классом обсуждается задание. По видам каждой фигуры подсчитывают количество единичных квадратов и находят площадь полной поверхности.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

https://www.tutorialspoint.com/surface_areas/surface_area_of_rectangular_prism_made_of_unit_cubes_online_quiz.htm

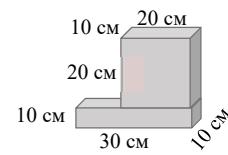
8. Уделяется внимание внешнему виду каждой фигуры. Находится количество единичных квадратов, соответствующих им. Площадь полной поверхности определяется путем нахождения общего количества единичных квадратов.

К сведению учителя! Чтобы найти площадь полной поверхности фигуры, составленной из кубоидов, ученики должны уметь определять фигуры, из которых она состоит, и покрытые грани. Ученикам можно дать задание найти площадь фигуры, полученной путем изготовления двух кубоидов определенного размера и размещения их друг на друге. Формирование пространственных представлений важно для выполнения данной задачи.

Практическое задание. Ученики делятся на группы. Группам предлагается составить фигуру, сделав из картона два кубоида и положив их друг на друга. Дается инструкция, как найти площадь поверхности этой фигуры.

1) Находятся площади поверхности обеих фигур и площади покрытых поверхностей.

2) Площади покрытых частей вычитываются из суммы площадей поверхностей двух фигур.



Площадь покрытых частей $S = 400 \text{ (см}^2\text{)}$	Площадь поверхностей кубоидов $S = 1600 \text{ см}^2$ $S = 1400 \text{ см}^2$	Площади покрытых частей вычитываются из суммы площадей поверхностей кубоидов. $S_{\text{полн}} = 1600 + 1400 - 400 = 2600 \text{ (см}^2\text{)}$
---	--	--

К сведению учителя! В отличие от плоских фигур, некоторые грани пространственных фигур на изображении не видны. Поэтому ученикам сложно представить себе подобные фигуры. Используя наглядные пособия на занятиях, задание можно выполнить практически. Ученики могут описать фигуру, полученную путем размещения кубов или кубоидов рядом. В это время определяется вид сверху, снизу и сбоку полученной фигуры. На уроке уместно выполнять различные интерактивные задания и одновременно создавать образы с помощью наглядных пособий.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

<https://www.nctm.org/Classroom-Resources/Illuminations/Interactives/Isometric-Drawing-Tool/>

<https://toytheater.com/cube/>

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда, когда ученики находят площадь полной поверхности фигуры, составленной из кубоидов, они допускают ошибки, поскольку не учитывают покрытые поверхности обеих фигур. Уместно предложить ученикам, допускающим подобные ошибки, найти площадь полной поверхности разными способами, обратить внимание на покрытые поверхности обеих фигур и организовать работу над ошибками.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Ученикам раздаются рабочие листы, на которых нарисованы фигуры в виде куба и кубоида, размеры которых даны. Ученики находят площадь поверхности каждой фигуры и объясняют, как они ее нашли.

Углубление. Ученикам раздаются рабочие листы, на которых нарисованы фигуры из кубоидов. Ученики находят площадь поверхности каждой фигуры несколькими способами и объясняют, как они ее нашли.

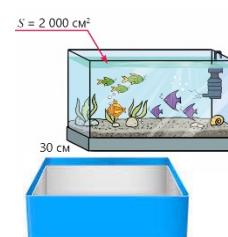
Решение задач

10. В задаче требуется найти, сколько квадратных сантиметров стекла необходимо для изготовления аквариума.

Привлечение. На стол ставится коробка в форме кубоида с открытым верхом.

Ученикам предлагается измерить и записать размеры коробки. Ученикам задаются вопросы: «Если известны размеры этой коробки, то можно ли найти площадь ее полной поверхности? Как исходя из этого определить минимальное количество

Ложное $2 \cdot 4 = 8 \text{ (см}^2\text{)}$	Верное $2 \cdot 2 \cdot 4 = 16 \text{ (см}^2\text{)}$
--	---



бумаги, необходимое для покрытия граней коробки? Если известна площадь грани и один из размеров этой грани, то как определить другой размер? Если дно коробки оставить открытым, сколько бумаги можно использовать для оформления краев?" и т.д.

Решение задачи:

- Высота определяется исходя из того, что известны площадь и длина лицевой грани. $2000 : 50 = 40$ (см)

• Исходя из того, что основание аквариума не стеклянное и верх открыт, находятся площади граней, которые будут изготовлены из стекла.

$$S = 2 \cdot (30 \cdot 40 + 50 \cdot 40) = 6400 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: для подготовки аквариума необходимо 6400 см^2 стекла.

11. В задаче требуется найти максимальное количество коробок, которые можно украсить декоративной бумагой площадью $20\ 000 \text{ см}^2$.

Решение задачи:

- Определяется площадь полной поверхности коробки.

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (20 \cdot 40 + 40 \cdot 30 + 20 \cdot 30) = 5\ 200 \text{ (см}^2\text{)}$$

- Определяется, сколько таких коробок можно украсить данной декоративной бумагой.

$$20\ 000 : 5\ 200 \approx 3,8.$$

$20\ 000 \text{ см}^2$ декоративной бумаги будет недостаточно для украшения 4 коробок, поэтому можно украсить максимум 3 коробки.

Ответ: можно украсить до 3 коробок декоративной бумагой площадью $20\ 000 \text{ см}^2$.

12. В задаче ученики должны определить, какова площадь поверхности полученной фигуры и достаточно ли 2 литров краски, чтобы покрасить данную площадь поверхности.

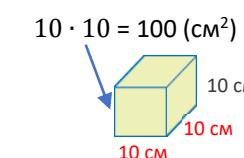
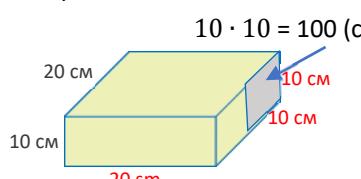
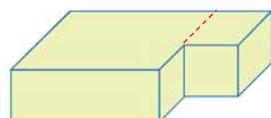
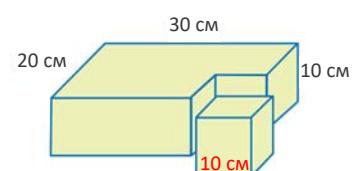
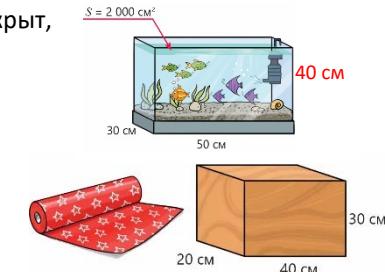
Решение задачи:

Площадь поверхности полученной фигуры можно найти 2 способами.

1-й способ.

- Полученная фигура делится на куб и кубоид.

- Определяются перекрывающие друг друга поверхности.



$$2 \cdot (10 \cdot 20 + 20 \cdot 20 + 10 \cdot 20) = 1600 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$6 \cdot 10 \cdot 10 = 600 \text{ (см}^2\text{)}$$

- Находятся площади полных поверхностей фигур и перекрывающих друг друга частей.

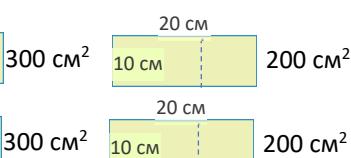
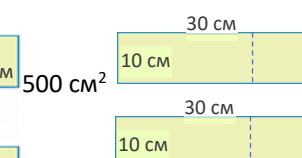
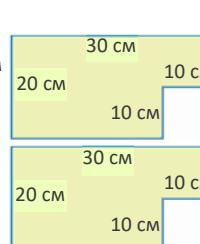
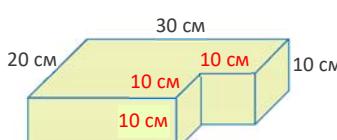
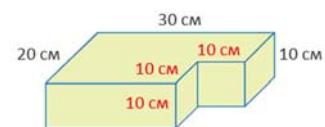
- Площади перекрывающих друг друга частей вычитаются из суммы площадей поверхностей фигур.

$$1600 + 600 - 2 \cdot 100 = 2000 \text{ (см}^2\text{)}$$

2-й способ.

- Определяются размеры, необходимые для нахождения площади поверхности полученной фигуры.

Вычисляются площади плоских фигур, образующих поверхность.



- Вычисляется площадь поверхности полученной фигуры. $S_{\text{полн}} = 2 \cdot (500 + 300 + 200) = 2000 \text{ (см}^2\text{)}$

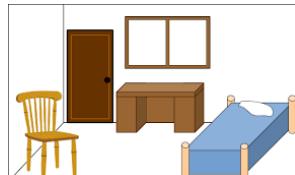
- Вычисляется, сколько краски понадобится для покраски площади 1 см^2 . $20 : 100 = 0,2 \text{ (мл)}$.

- Вычисляется, сколько краски понадобится для покраски площади поверхности полученной фигуры.

$$S_{\text{полн}} = 2000 \cdot 0,2 = 400 \text{ (мл)} = 0,4 \text{ л}$$

Ответ: 2 л краски хватит, чтобы покрасить поверхность полученной фигуры.

Проект. Для развития пространственных представлений ученикам можно дать задание выбрать предметы в форме кубов, кубоидов, а также различные фигуры из кубов и кубоидов и подготовить дома презентацию по нахождению площади поверхности фигуры. Ученикам, испытывающим затруднения, можно помочь, предоставив им картинки с предметами в виде отмеченных фигур.



Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Вычисляет площадь поверхности куба.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет площадь поверхности кубоида.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет площадь поверхности фигуры, состоящей из куба и кубоида.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 7.2. Площадь поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник

ПОДСТАНДАРТЫ	3.4.1. Вычисляет площадь поверхности куба, кубоида и прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Вычисляет площадь поверхности прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карточки, цветная бумага, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://thirdspacelearning.com/gcse-maths/geometry-and-measure/triangular-prism/ https://www.geogebra.org/m/wa6KPFCp Задания: https://www.onlinemathlearning.com/prism-surface-area.html https://media.pk12ls.com/curriculum/math/cmp3/math_tools/A82372/index.html?mode=0

Побуждение.

Учителям показывают фигуру треугольной призмы и задают вопросы: “Какая фигура является основанием треугольной призмы? Каковы боковые грани фигуры? Сколько граней у этой призмы? Как найти площади этих граней? Какие минимальные размеры каждой фигуры необходимы, чтобы найти площадь полной поверхности призмы?” и т.д.



Исследование-обсуждение

В задании на основе сувенира в виде стеклянной призмы требуется обсудить, какие фигуры являются основаниями и боковыми гранями призмы на рисунке и как найти площадь полной поверхности призмы.



- Отмечается, что основания призмы — прямоугольные треугольники, а боковые грани — прямоугольники.
- Подчеркивается, что для изготовления сувенира из плоских фигур с помощью развертки фигуры, как показано на рисунке, используются 2 прямоугольных треугольника и 3 прямоугольника.
- Поскольку в предыдущей теме ученики узнали, как найти площадь поверхности кубов и кубоидов, они могут отметить, что площадь полной поверхности равна сумме площадей граней фигуры.

Практическое задание целесообразно выполнять на уроке с использованием призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные ресурсы:

<https://www.geogebra.org/m/wa6KPFCp> <https://www.geogebra.org/m/fydHPvM2>

Изучение

Площадь полной поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник

Учителям предоставляется информация о прямой призме. По развертке прямой призмы объясняется, какими плоскими фигурами являются грани. Приводят несколько примеров прямых призм. Задание-образец, приведенное в учебнике, обсуждается с классом.

К сведению учителя! Учителю рекомендуется подобрать размеры так, чтобы основание представляло собой прямоугольный треугольник. Ученики могут наблюдать, как меняется внешний вид фигуры при изменении высоты и как это влияет на площадь ее поверхности.

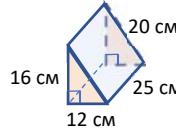
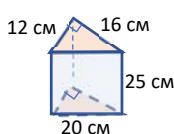
В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

<https://www.geogebra.org/m/ZzhsxXbY>

Задания

2. Находится площадь полной поверхности прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник.

К сведению учителя! Когда треугольные призмы лежат на боковых гранях, ученикам трудно найти их основания. Развитие этого навыка важно для нахождения площади поверхности и объема различных призм в будущем. Ученикам рекомендуется найти основания и боковые грани одной и той же призмы по их изображениям на разных гранях и объяснить, как они это определили.



Учителям можно дать задание на дом сделать призму, в основании которой прямоугольный треугольник. На видео показано, как сделать прямую призму, в основании которой прямоугольный треугольник.

Аналогично можно изготовить прямую призму, в основании которой прямоугольный треугольник.

https://www.youtube.com/watch?v=hh9TX_LR-o&t=11s

Построение фигуры на основе ее развертки может помочь ученикам использовать грани призмы.

<https://www.youtube.com/watch?v=8mXQo7Qv-7k>

Ложные представления, возникающие у учеников.

Ученики знакомы с правилом нахождения площади прямоугольного треугольника. Однако, когда даны катеты и гипотенуза прямоугольного треугольника, при нахождении площади допускаются ошибки. Поскольку основание упомянутой в теме призмы представляет собой прямоугольный треугольник, целесообразно выявить учеников, допускающих подобные ошибки при нахождении площади основания, и повторить правило нахождения площади прямоугольного треугольника.

Дифференцированное обучение.

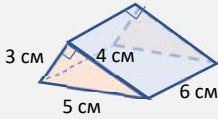
Поддержка. Ученикам раздаются рабочие листы с изображением прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник заданных размеров. Ученики находят площадь поверхности каждой фигуры и объясняют, как они ее нашли.

Углубление. Ученикам раздаются рабочие листы с изображением прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, лежащий на боковой грани. Ученики находят площадь поверхности каждой фигуры и объясняют, как они ее нашли.

Решение задач

3. В задаче требуется найти площадь полной поверхности призмы.

Привлечение. Учитель сообщает ученикам, что известна площадь двух граней прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. На основании этого ученики определяют площади данных граней, при этом, если известно одно из ребер фигуры, находятся и

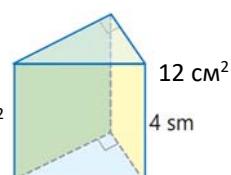


Площадь одного основания призмы

Ложное $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10 \text{ (см}^2\text{)}$

Верное $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ (см}^2\text{)}$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7,5 \text{ (см}^2\text{)}$$



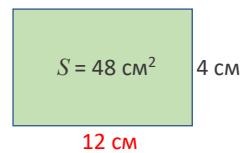
остальные ребра. После того как ученики найдут ребра, они находят площадь полной поверхности фигуры.

Ученикам задаются наводящие вопросы: “Какие фигуры являются гранями данной фигуры? Как найти другую сторону, зная площадь и одну из сторон прямоугольника? Каких измерений достаточно, чтобы найти площадь поверхности?” и т.д.

Решение задачи.

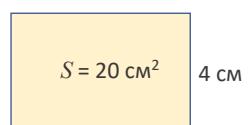
- По высоте призмы и площади зеленой боковой грани определяют ребро, образующий зеленую боковую грань.

$$48 : 4 = 12 \text{ (см)}$$



- По высоте призмы и площади желтой боковой грани определяют другое ребро, образующее желтую боковую грань.

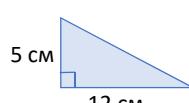
$$20 : 4 = 5 \text{ (см)}$$



- Находится площадь передней грани. $48 + 4 = 52 \text{ (см}^2\text{)}$
- Определяется, что основания имеют форму прямоугольного треугольника и находится площадь каждого основания.
- Площади всех граней этой призмы складываются и находится площадь полной поверхности.

$$S_{\text{полн}} = 48 + 20 + 52 + 2 \cdot 30 = 180 \text{ (см}^2\text{)}.$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30 \text{ (см}^2\text{)}$$



Ответ: площадь полной поверхности призмы 180 см^2 .

4. В задаче требуется найти наименьшее количество краски, необходимой для покраски всей поверхности фигуры.

Решение задачи.

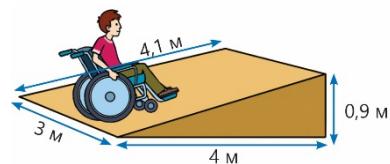
- Вычисляется площадь полной поверхности проезда.

$$S_{\text{полн}} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,9 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,9 + 3 \cdot 4,1 + 0,9 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 30,6 \text{ (м}^2\text{)}$$

- Вычисляется наименьшее количество краски, необходимой для покраски проезда.

$$30,6 \cdot 100 = 3060 \text{ (мл)} \quad 3060 \text{ мл} = 3,06 \text{ л}$$

Ответ: для покраски поверхности фигуры необходимо как минимум $3,06 \text{ л}$ краски.



Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Вычисляет площадь поверхности прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.	Рабочие листы, учебник, РТ

ЗАДАЧИ

На предыдущих уроках ученики научились находить площадь поверхности куба, кубоида, фигуры, составленной из куба и кубоида, а также прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник. Они будут решать различные задачи, применяя правила, изученные на этом уроке.

К сведению учителя! При решении упомянутых задач целесообразно выявить учеников, испытывающих затруднения в нахождении площади поверхности куба, кубоида, прямой призмы с прямоугольным треугольником в основании, а также площади поверхности фигуры, составленной из нескольких кубов и кубоидов, и организовать с такими учениками работу над ошибками.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные игры:

<https://www.mathgames.com/skill/7.145-surface-area>

Выполнение заданий

1. В задаче требуется определить, хватит ли декоративной бумаги прямоугольной формы для коробки, изготовленной Лалой. Кроме того, ученики должны определить, сколько бумаги осталось в избытке или не хватило.

Решение задачи:

- Вычисляется площадь поверхности подарочной коробки в форме кубоида.

$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (0,2 \cdot 0,5 + 0,5 \cdot 0,6 + 0,2 \cdot 0,6) = 1,04 (\text{м}^2)$$

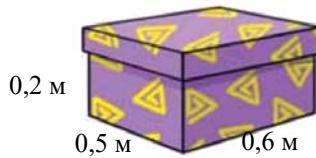
- Ширина декорированной бумаги прямоугольной формы выражается в метрах и вычисляется ее площадь.

$$50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}; S = 0,5 \cdot 2 = 1 \text{ м}^2$$

Полученные площади сравниваются: $1,04 > 1$

Находится, сколько цветной бумаги не хватило: $1,04 - 1 = 0,04 (\text{м}^2)$

Ответ: $0,04 \text{ м}^2$ декоративной бумаги не хватило для оформления коробки.



2. В задаче необходимо определить, хватит ли маляру 9 литров краски для покраски стен комнаты.

Решение задачи:

- Чтобы найти площадь окрашиваемых стен, сначала определяется длина стены комнаты в форме кубоида: $4 \cdot 1,25 = 5 (\text{м})$

Определяется площадь стен комнаты в форме кубоида:

$$2 \cdot (2,8 \cdot 4 + 2,8 \cdot 5) = 50,4 (\text{м}^2)$$

Площадь окрашиваемых стен определяется путем вычитания общей площади окна и двери из площади стен комнаты: $50,4 - (2,25 + 2) = 46,15 (\text{м}^2)$

- Находится количество краски, необходимое для покрытия стен комнаты, и выражается в литрах:

$$46,15 \cdot 200 = 9230 (\text{мл}); 9320 \text{ мл} = 9,23 \text{ л}$$

- Если 9 л краски не хватит для покрытия стен комнаты, определяется, сколько краски потребуется.

$$9,23 - 9 = 0,23 (\text{л})$$

Ответ: не хватило 9 л краски, чтобы покрасить стены комнаты краской. Понадобится еще 0,23 л краски.

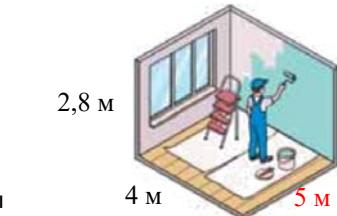
3. В задаче требуется найти, как минимум сколько квадратных метров ткани ушло на палатку в форме прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник.

Решение задачи:

- Учитывая, что дно палатки не покрывается тканью, вычисляются и складываются площади остальных граней призмы, кроме грани, соответствующей основанию палатки.

$$\frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 1,2 + 1,2 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 1,2 + 1,2 \cdot 4 = 11,04 (\text{м}^2)$$

Ответ: для этой палатки было использовано как минимум $11,04 \text{ м}^2$ ткани.



Обсуждение. Ответ можно проверить, найдя площадь поверхности прямоугольной призмы, с прямоугольным треугольником в основании, и вычтя площадь основания.

4. В задаче требуется узнать, сколько денег будет заплачено, если поверхность здания в форме призмы будет покрыта стеклом.

Решение задачи:

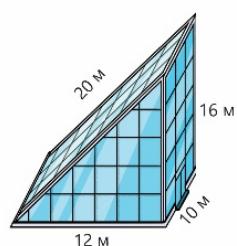
- Вычисляется, сколько квадратных метров составляет вся поверхность, которую нужно остеклить.

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 + 10 \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 + 10 \cdot 20 = 552 (\text{м}^2)$$

Вычисляется, сколько всего нужно заплатить, чтобы остеклить поверхность здания:

$$552 \cdot 28 = 15\,456 (\text{ман.})$$

Ответ: чтобы остеклить поверхность здания, необходимо заплатить за приобретаемое стекло 15 456 манатов.

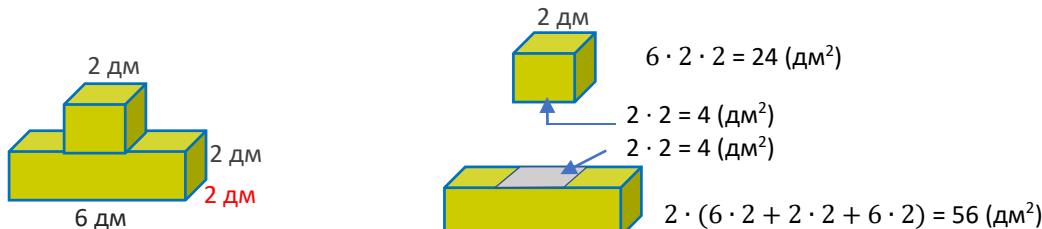


Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

5. В задаче требуется найти площадь поверхности модели, изготовленной мастером, по размерам на рисунке.

Решение задачи:

- Фигура делится на куб и кубоид.
- Определяются покрытые части поверхностей.
- Находятся площади полных поверхностей и покрытых частей фигур.



- Площади покрытых частей вычитают из суммы площадей поверхностей куба и кубоида.

$$56 + 24 - 2 \cdot 4 = 72 \text{ (dm}^2\text{)}$$

Ответ: Площадь поверхности этой модели 72 дм².

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

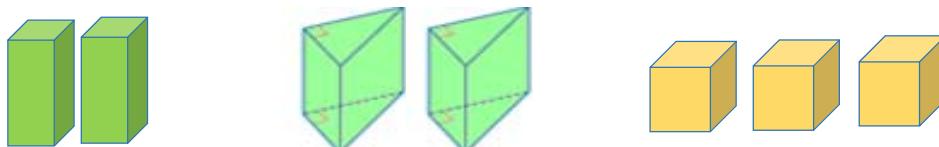
ТЕМА 7.3. Объем прямой призмы

ПОДСТАНДАРТЫ	3.4.2. Вычисляет объем куба, кубоида (прямоугольного параллелепипеда) и прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании. 3.4.3. Вычисляет площадь поверхности и объем сложных фигур, состоящих из кубов и кубоидов (прямоугольных параллелепипедов).
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Вычисляет объем куба. • Вычисляет объем кубоида. • Вычисляет объем прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании. • Вычисляет площадь поверхности и объем сложных фигур, состоящих из кубов и кубоидов (прямоугольных параллелепипедов).
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карточки, цветная бумага, куб, кубоид, прямая призма, с прямоугольным треугольником в основании.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://www.geogebra.org/m/RPEWxmaH#material/dXBryGa5 https://video.edu.az/video/1239 https://media.pk12ls.com/curriculum/math/Tools/tools/EnvisionGeometry.html Задания: https://www.ixl.com/math/grade-6/volume-of-cubes-and-rectangular-prisms https://www.ixl.com/math/grade-7/volume-of-prisms-advanced

Побуждение.

Ученикам раздаются два одинаковых по размеру куба, кубоида и прямые призмы, с прямоугольным треугольником в основании. Требуется составить из этих двух призм прямоугольный параллелепипед. Ученики составляют фигуры в форме различных прямоугольных параллелепипедов. Учитель задает ученикам вопросы: “Будет ли одинаковым объем разных фигур, составленных из двух одинаковых кубоидов?” По тому же правилу рассматривается объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник.

Также можно дать ученикам задание составить различные пространственные фигуры из трех и более кубоидов, обсудить являются ли их объемы одинаковыми.



Исследование-обсуждение

В задании ученики должны определить, смог ли продавец выполнить просьбу покупателя, разрезав сыр таким образом, и обсудить, как найти объем каждого из нарезанных кусков.

Вычисляется объем нарезанного кубиками сыра. Это правило ученики усвоили с 4-го класса. $20 \cdot 20 \cdot 20 = 8000$ (см^3).

Сообщается, что объем составляет 4000 см^3 , при этом каждая из вырезанных частей равна половине общего объема. Также можно организовать дискуссию о том, какие еще формы можно получить, разрезав половину сыра.



Изучение Объем прямоугольного параллелепипеда

Отмечается, что все грани прямоугольного параллелепипеда прямоугольники, ученикам поясняется правило нахождения объема параллелепипеда и пишутся соответствующие формулы. Подчеркивается, что найти объем прямоугольного параллелепипеда можно, умножив площадь его основания на высоту. На примере обсуждается с классом вопрос о том, как найти объем параллелепипеда.

Подумай!

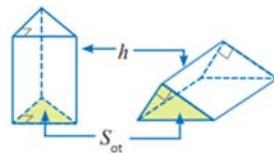
Обсуждается, по какой формуле находится объем куба, ребро которого равно a . Ученики записывают формулу $V = a \cdot a \cdot a = a^3$, отмечая, что объем параллелепипеда равен произведению ширины, длины и высоты и что куб является разновидностью параллелепипеда.

Задания

1. Объем предметов, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда или куба, вычисляется по формуле.
2. Объем прямоугольных параллелепипедов вычисляется путем приведения к одинаковым единицам измерения. Выбранная единица измерения обосновывается.
- К сведению учителя! Иногда ученики при расчете величин забывают выразить одни и те же величины одинаковой единицей. В это время они не замечают, что ответы неверны. Подобные ошибки выявляются особенно тогда, когда не указана единица полученной в результате расчета величины. Организация работы над ошибками во 2-м задании важна для того, чтобы в дальнейшем не совершать подобных ошибок при решении задач, требующих преобразования единиц.
3. Вычисляется другая сторона прямоугольного параллелепипеда по объему и 2 другим ребрам. Чтобы выполнить задание, ученики отмечают неизвестное ребро через x , записывают и решают уравнение. Решение и объяснение задания обсуждается с учениками, остальные задания выполняются самостоятельно. Обсуждаются способы решения учеников, выполняющих задание другим способом.
4. Находятся ответы на вопросы.
 - а) Вычисляется объем прямоугольного параллелепипеда. $2 \cdot 32 = 64$ (м^3)
 - б) Размеры выражаются в одинаковых единицах, и вычисляется площадь основания прямоугольного параллелепипеда.
 $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}; 350 : 10 = 35$ (см^2)
 - в) Вычисляется ширина прямоугольного параллелепипеда. $12 \cdot \frac{2}{3} = 8$ (м)
Вычисляется высота прямоугольного параллелепипеда. $360 : (12 \cdot 8) = 3,75$ (м)

Изучение Объём прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник

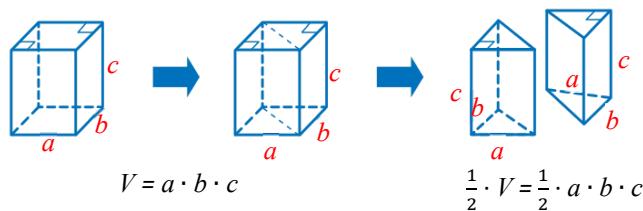
Ученики уже знакомы с тем, что объем призмы равен произведению площади основания на его высоту. Ученикам демонстрируется размещение призмы на разные грани. Подчеркивается, что правило нахождения объема призмы используется для нахождения объема прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник. С учениками обсуждается задание.



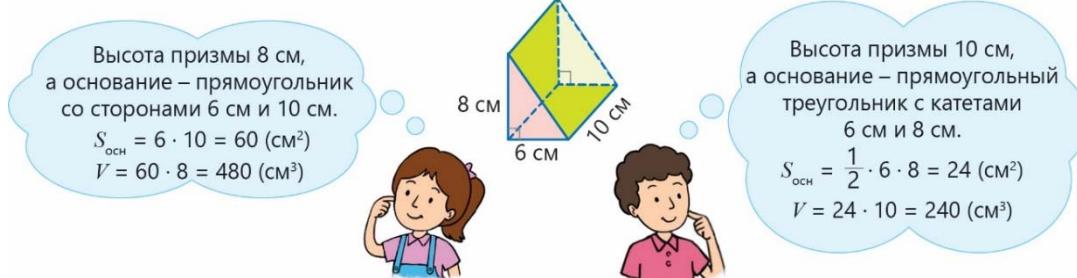
Подумай!

С классом обсуждается правило нахождения объема прямой призмы, в основании которой прямоугольный треугольник, по формуле объема прямоугольного параллелепипеда. Для этого ученики

могут использовать данную схему. При делении прямоугольного параллелепипеда на две равные части как на рисунке, получается прямая призма, в основании которой прямоугольный треугольник. А объем этой призмы равен половине этого объема прямоугольного параллелепипеда.



6. Лала и Самир высказали свое мнение, как найти объем прямой призмы на рисунке. Требуется определить, чье мнение верно.

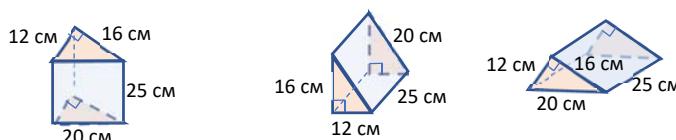


Задание можно выполнить в форме дебатов в классе. Отбираются 2 ученика. Один из учеников говорит, что мнение Лалы верно, а другой, что мнение Самира верно. Те, кто считает мнение Самира правильным, обосновывают его мнение, а те, кто считает мнение Лалы верным, пытаются обосновать ее мнение. Учитель может задать ученикам наводящие вопросы: “Как определяется основание призмы? Как определить высоту прямой призмы?” Если мнение Лалы верно, т.е. если основание призмы представляет собой прямоугольник со сторонами 6 см и 10 см, то параллельно этому основанию должно существовать основание тех же размеров. Есть ли такое основание?

Проводится обобщение, отмечается, что мнение Самира верное. Верность мнения Самира можно показать в классе и на модели прямой призмы с прямоугольным треугольником в основании.

К сведению учителя! Поскольку объем призмы зависит от площади ее основания и высоты, важно правильно определить основание призмы. Иногда ученики неправильно определяют основание прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании, если положить ее набок. Уместно дать таким ученикам несколько разных изображений и попросить их определить, какое из этих изображений является прямой призмой, с прямоугольным треугольником в основании. Задача 6 важна, чтобы избежать подобных ошибок.

Ученикам можно сказать, что объем фигуры не меняется, как бы мы ее ни вращали, и дать задание проверить, правильно ли они нашли ответ, рассчитав объем фигуры, помещенной на разные грани. Ученикам, правильно определившим высоту и основание призмы, легче найти ее объем.



8. Даются ответы на вопросы.

а) Объем прямой призмы вычисляется путем умножения площади основания на его высоту.

$$V = 6 \cdot 16 = 96 (\text{m}^3)$$

б) Объем прямой призмы вычисляется по ее высоте и катетам основания.

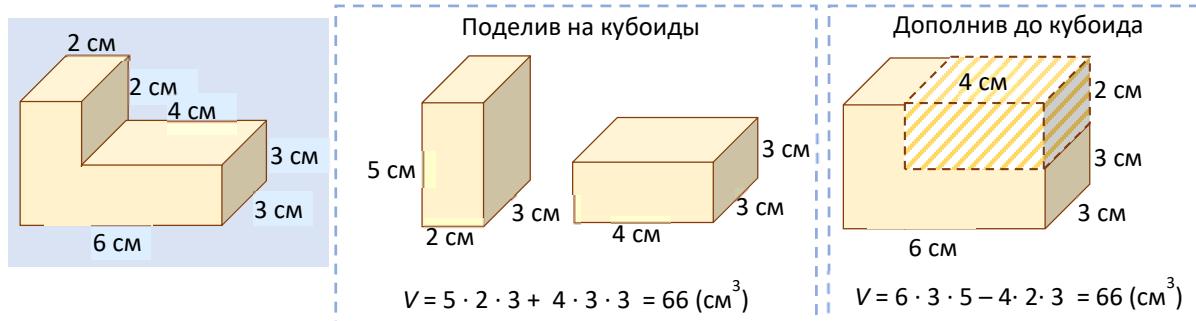
$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 14 = 35 (\text{m}^2); V = 35 \cdot 3 = 105 (\text{m}^3)$$

Изучение Объём фигуры, составленной из кубоидов

Отмечается, что найти объем некоторых фигур можно, разделив их на несколько кубоидов. Задание-образец обсуждается с классом.

К сведению учителя! Ученики, для вычисления площади некоторых плоских фигур, уже знакомы с правилом нахождения площади путем деления их на несколько прямоугольников или дополнив до

прямоугольника. При определении объема фигур, составленных из кубоидов, отмечают, что можно разделить эти фигуры на кубоиды и дополнить их до кубоида. Иногда удобнее вычислить объем, дополнив до кубоида. Ученики могут дополнить пространственную фигуру до кубоида и найти ответ, вычитая объем дополненной части из общего объема. Ученикам можно привести пример выполнения задания обоими способами.



Дифференцированное обучение.

Поддержка. Ученики выбирают в классе образцы прямых призм, записывают соответствующие размеры путем измерения или предположения и вычисляют их объем. Учеников можно направить. Например, «выберите фигуру в виде куба», «выберите фигуру в виде кубоида» и т.д.

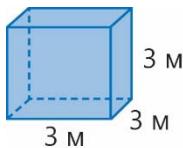
Углубление. Ученики выбирают образцы прямых призм из повседневной жизни, в классе, схематически изображают их на доске, измерив или предположив записывают соответствующие параметры и вычисляют их объем. Учеников можно направить. Например, «выбери фигуру, составленную из кубов и кубоидов», «выбери фигуру в форме прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании» и т.д.

Решение задач

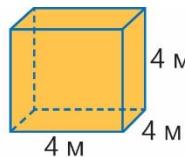
10. Требуется найти, какая из фигур, данная в условии задачи, является кубом.

Решение задачи.

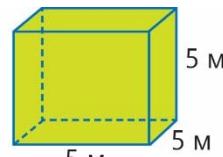
- Вычисляется объем параллелепипеда: $2 \cdot 32 = 64 \text{ (m}^3\text{)}$
- Рассчитывается объем каждого куба и определяется куб, объем которого равен 64 m^3 .



$$V = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ (m}^3\text{)}$$



$$V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64 \text{ (m}^3\text{)}$$



$$V = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125 \text{ (m}^3\text{)}$$

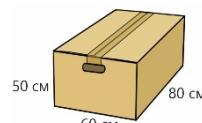
Ответ: это 2-й куб.

11. В задаче требуется найти, сколько коробок чая можно упаковать в 3 большие коробки, размер которых дан на рисунке.

Решение задачи:

1-й способ.

- Вычисляется объем данной коробки. $50 \cdot 60 \cdot 80 = 240\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$
- Вычисляется объем одной коробки чая. $15 \cdot 20 \cdot 10 = 3\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$



Определяется, сколько коробок чая помещается в 1 большую коробку. $24\,000 : 3\,000 = 80$

Определяется, сколько коробок чая помещается в 3 большие коробки. $3 \cdot 80 = 240$

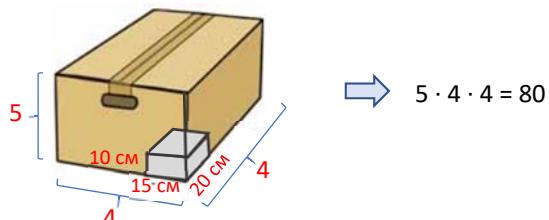
2-й способ.

- Определяется, сколько коробок чая будет размещено по ширине, длине и высоте исходя из размеров ребер коробки заданного размера.

$$60 : 15 = 4$$

$$50 : 10 = 5$$

$$80 : 20 = 4$$



$$5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$$

- Определяется, сколько коробок чая помещается в 3 большие коробки. $3 \cdot 80 = 240$

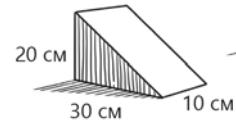
Ответ: всего 240 коробок чая можно упаковать в 3 большие коробки.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

12. В задаче требуется найти высоту прямоугольного параллелепипеда.

Решение задачи:

- Вычисляется объем прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании: $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 30 \cdot 10 = 3000 \text{ (см}^3\text{)}$



- Используя равенство объемов данной призмы, находится высота параллелепипеда: $3000 : (25 \cdot 12) = 10 \text{ (см)}$



Ответ: высота параллелепипеда 10 сантиметров.

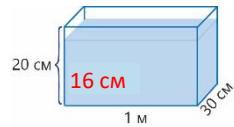
Обсуждение. По заданным высотам и размерам вычисляется объем обеих призм и проверяется равенство.

13. В задаче требуется узнать, какова высота уровня воды в аквариуме и сколько кубических сантиметров воды содержится в аквариуме.

Решение задачи:

- Определяется высота уровня воды в аквариуме.

$$20 \cdot \frac{4}{5} = 16 \text{ (см)}$$



- Длина аквариума выражается в сантиметрах и определяет, сколько кубических сантиметров воды содержится в аквариуме. $1 \text{ м} = 100 \text{ см}; 16 \cdot 30 \cdot 100 = 48000 \text{ см}^3$

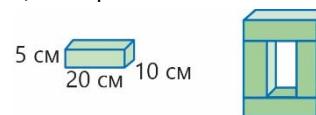
Ответ: высота воды в аквариуме 16 см, а объем воды в аквариуме 48000 см^3 .

14. В задаче требуется найти объем фигуры, полученной из 4 кирпичей, 2-мя разными способами.

Решение задачи:

1-й способ.

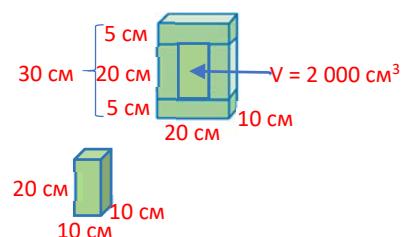
- Вычисляется объем каждого кирпича. $5 \cdot 20 \cdot 10 = 1000 \text{ (см}^3\text{)}$
- Вычисляется объем 4 таких кирпичей. $4 \cdot 1000 = 4000 \text{ (см}^3\text{)}$



2-й способ.

- Объем находится путем дополнения фигуры до кубоида.
- Определяются ширина, длина и высота дополненного кубоида, а также рассчитывается объем.

$$30 \cdot 20 \cdot 10 = 6000 \text{ (см}^3\text{)}$$



- Находится объем добавленной части.

$$20 \cdot 10 \cdot 10 = 2000 \text{ (см}^3\text{)}$$

- Объем добавленной части вычитается из объема кубоида.

$$6000 - 2000 = 4000 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: объем фигуры, полученной из 4 таких кирпичей, равен 4000 см^3 .

Проект. Ученикам можно на дом дать задание выбрать предметы в форме плоской призмы и подготовить презентацию о нахождении их объема. Ученикам, испытывающим затруднения, можно помочь, предоставив им картинки с предметами в виде отмеченных фигур.



Формативное оценивание.

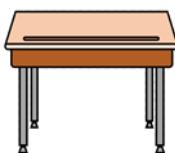
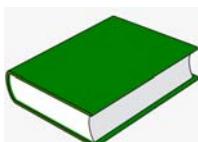
Критерии оценивания	Материалы оценивания
Вычисляет объем куба.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет объем кубоида.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет объем прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании.	Рабочие листы, учебник, РТ
Вычисляет площадь поверхности и объем составных фигур, составленных из кубов и кубоидов.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 7.4. Единицы площади

ПОДСТАНДАРТЫ	3.4.3. Вычисляет площадь поверхности и объем сложных фигур, состоящих из кубов и кубоидов.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Определяет связь между единицами площади. • Выполняет преобразования между единицами площади: га и ар.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карточки, цветная бумага, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://video.edu.az/video/14104 https://video.edu.az/video/13976</p> <p>https://www.mathmammoth.com/practice/measurement-units</p> <p>Задания: https://www.transum.org/Maths/Activity/Units/Default.asp?Level=2</p> <p>https://www.geogebra.org/m/TwFgM9ZT https://www.geogebra.org/m/X5ZTRGSw</p>

Побуждение.

Учитель предлагает ученикам выбрать предмет в форме прямоугольника и отметить его размеры. Ученики могут выбрать книги, тетради, парты, доски и т.д.



Задаются вопросы, которые помогут ученикам выразить размеры в соответствующих единицах и найти площадь: "В какой единице удобно выражать размеры обложки книги? Как найти ее площадь по этим размерам? Как выразить площадь в мм^2 , м^2 ?" Аналогичные вопросы можно задать и по другим предметам. С классом обсуждается какими еще способами можно преобразовать в подходящую единицу площади.

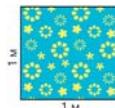
Исследование-обсуждение

Требуется узнать, хватит ли бумаги в форме квадрата со стороной 1 м, чтобы обклеить коробку на рисунке, и определить, сколько бумаги не хватает или останется в избытке. Ученики уже знают, что в вычислениях с размерами используется одинаковая единица измерения. Чтобы найти ответ, размеры, данные в метрах, выражают в сантиметрах.

Вычисляется площадь поверхности коробки.



Сторона квадрата выражается в сантиметрах и вычисляется его площадь.



$$2 \cdot (40 \cdot 50 + 40 \cdot 40 + 50 \cdot 40) = 11\,200 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$100 \cdot 100 = 10\,000 (\text{см}^2)$$

Итак, бумаги квадратной формы для украшения коробки будет недостаточно.

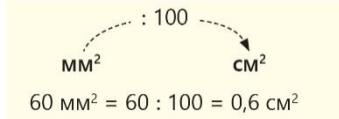
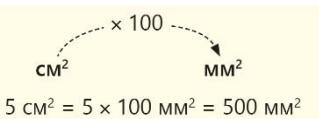
$$11\,200 - 10\,000 = 1\,200 (\text{см}^2)$$

$1\,200 \text{ см}^2$ бумаги будет не хватать.

Изучение Связь между единицами площади

Для нахождения площади фигуры отмечают, что сначала выбирается единица измерения и на ее основе определяется площадь фигуры. В ходе расчета ученикам демонстрируется правило выражения площади, заданной одной единицей, в другой единице.

$$1 \text{ см}^2 = 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм} = 100 \text{ мм}^2$$



Ученикам дается информация о связи между другими единицами площади по тому же правилу.



Обсуждается, как найти сколько см^2 в 1 м^2 . Ученики отмечают, что поскольку $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, то площадь квадрата со стороной 100 см равна $100 \cdot 100 = 10\,000 (\text{см}^2)$.

Для того чтобы узнать, сколько m^2 составляет 800 см^2 , важно отметить, что деление применяется при выражении более крупной единицы измерения, а также при использовании соотношения метров и сантиметров. $1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ см}^2$

Учеников можно направить, нарисовав на доске подходящую схему.

$$\text{см}^2 : 10000 \rightarrow \text{м}^2$$

$$800 \text{ см}^2 = 800 : 10000 = 0,08 \text{ м}^2$$

Задания

1. Определяются числа, соответствующие пустым клеткам. При выполнении задания ученики должны определить связь между единицами площади и обратить внимание на умножение или деление данного числа на соответствующее ему значение.

Можно задать наводящие вопросы ученикам, у которых возникают трудности с преобразованием обыкновенных и десятичных дробей из одной единицы измерения в другую: “Нужно ли выражать в больших или меньших единицах? Как определить подходящее значение единицы? Нужно умножать или делить на соответствующее значение единицы при преобразовании?” и т.д. Целесообразно выявлять учеников, испытывающих затруднения при умножении или делении обыкновенных и десятичных дробей на 10, и организовать работу над ошибками.

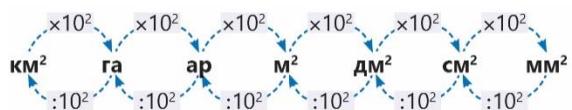
Изучение Единицы площади: гектар и ар

Подчеркивается, что ар и гектары используются для измерения небольших земельных участков. В приведенных заданиях вниманию учеников предлагаются преобразования между арами и гектарами, а также показываются примеры.



Запомни!

Отмечается, что для того, чтобы перевести площадь, заданную какой-либо единицей, в меньшую единицу, необходимо ее числовое значение умножить на соответствующее значение единицы и разделить ее для перевода в большую единицу. Вниманию учеников предлагается схема, приведенная в учебнике. Ученикам будет легче выполнять преобразования, выявляя закономерности по схеме.



Подумай!

Обсуждается, в какой единице удобнее выразить площадь стран и парков. Отмечается, что площадь стран удобно выражать в km^2 , площадь крупных парков – в гектарах, а площадь малых парков – в арах. В технически оснащенных классах ученикам может быть представлена информация о площадях стран и парков.

Площади стран:

https://az.wikipedia.org/wiki/%C6%8Fhalisin%C9%99_g%C3%B6r%C9%99_%C3%B6lk%C9%99rin_siyah%C4%B1s%C4%B1

Площади парков: <https://azerbaijan.az/related-information/34>

Ложные представления, возникающие у учеников. Иногда ученики допускают определенные ошибки при преобразовании единиц площади. Чтобы исключить ошибки, важно выяснить, с какими навыками связаны ошибки, допущенные учениками. Ученики в основном допускают следующие ошибки во время преобразований.

1) Неправильное определение значения подходящей единицы

Такие ошибки обычно встречаются у учеников, которые неправильно определяют подходящую единицу измерения при преобразовании единиц длины. Для исключения ошибок ученикам можно давать задания, связанные с переводом различных единиц длины.

Ложное $\text{см}^2 : 100 \rightarrow \text{м}^2$ $200 \text{ см}^2 = 200 : 100 = 2 \text{ м}^2$	Верное $\text{см}^2 : 10000 \rightarrow \text{м}^2$ $200 \text{ см}^2 = 200 : 10000 = 0,02 \text{ м}^2$
---	--

2) Неспособность правильно определить, выражается в большой или маленькой единице

Ученики, плохо владеющие единицами длины, допускают ошибки при определении, какая единица больше, а какая меньше. Чтобы исключить ошибки, ученикам можно предложить сравнить

Ложное $\text{см}^2 : 100 \rightarrow \text{мм}^2$ $50 \text{ см}^2 = 50 : 100 = 0,5 \text{ мм}^2$	Верное $\text{см}^2 \cdot 100 \rightarrow \text{мм}^2$ $50 \text{ см}^2 = 50 \cdot 100 = 5000 \text{ мм}^2$
---	--

длины, приведенные в разных единицах измерения (например, 2 см и 2 м, 5 мм и 1 см и т. д.), и показать примеры подходящих длин.

3) Вычисления с обыкновенными и десятичными дробями, кратными числа 10

Иногда ученики допускают ошибки при вычислениях, даже если правильно определяют подходящее значение единицы. Такие ошибки встречаются особенно при преобразовании единиц площади, заданных дробями. Для устранения ошибок целесообразно

предложить ученикам обратить внимание на перевод в большую или меньшую единицу измерения, обнаружить ошибку и выполнить преобразования еще раз.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учителям дают задания, связанные с преобразованиями между единицами площади. Им дают задания объяснить соответствующее значение единицы, преобразование путем перехода в большую или меньшую единицу, а также выполнить преобразования.

Углубление. По указанию учителя каждый ученик готовит задание, связанное с выражением площади в большой единице или в малой единице. Ученики обмениваются заданиями и выполняют подготовленное друг другом задание, обмениваются мнениями.

Игра. Класс делится на группы. Рабочие листы раздаются. Ученикам дают задания записать на каждой строке значения величины выражющие одинаковые площади. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно заполнит поля.

Скачать образец рабочего листа можно по ссылке:

https://drive.google.com/file/d/18LN1ZDypULjTSIsV8PBIvSUArNJC_uI1/view?usp=sharing

Ложное	Верное
$40 \text{ mm}^2 = 40 \cdot 100 = 4000 \text{ cm}^2$	$40 \text{ mm}^2 = 40 : 100 = 0,4 \text{ cm}^2$
$\frac{3}{5} \text{ mm}^2 = \frac{3}{5} \cdot 100 = 60 \text{ cm}^2$	$\frac{3}{5} \text{ mm}^2 = \frac{3}{5} : 100 = 0,006 \text{ cm}^2$

	200 cm^2	20000 cm^2	200 dm^2	2000000 mm^2	$0,2 \text{ km}^2$
	6 m^2	6000 mm^2	$0,6 \text{ dm}^2$	600 mm^2	$0,006 \text{ m}^2$
	8000000 cm^2	80000 dm^2	$0,0008 \text{ km}^2$	80000 cm^2	$0,008 \text{ m}^2$
\square	\square	2 m^2	\square	\square	\square
\square	\square	\square	60 cm^2	\square	\square
800 m^2	\square	\square	\square	\square	\square

Решение задач

5. В задаче требуется определить, какое из мнений, высказанных Лалой и Самиром о площади участка, где расположены солнечные панели, верно.

Решение задачи:

- Вычисляется площадь участка: $200 \cdot 400 = 80000 (\text{м}^2)$
- Чтобы проверить верность мнения Лалы, 7 га выражают в квадратных метрах: $7 \cdot 10000 = 70000 (\text{м}^2)$
Мнение Лалы не верно, площадь участка, где расположены солнечные батареи, не меньше 7 га.
- Чтобы проверить верность мнения Самира, 7 500 ар выражают в квадратных метрах:
 $7500 \text{ ар} = 7500 \cdot 100 = 750000 (\text{м}^2)$

Мнение Самира не верно, площадь участка, где расположены солнечные панели, не больше 7500 ар.

Ответ: ни одно из мнений о площади этого участка не верно.

Обсуждение. Выслушиваются мнения учеников, которые решают задачу разными способами.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет связь между единицами площади.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выполняет преобразования между единицами площади: га и ар.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 7.5. Единицы объема

ПОДСТАНДАРТЫ	3.4.3. Вычисляет площадь поверхности и объем сложных фигур, состоящих из кубов и кубоидов.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> • Определяет связь между единицами объема. • Выполняет преобразования между единицами емкости: литр и миллилитр.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карточки, цветная бумага, линейка.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Изучение: https://youtu.be/KCjTgC5gCOO https://youtu.be/tvHvurOHVdY Задания: https://www.transum.org/Maths/Activity/Units/Default.asp?Level=3

Побуждение.

Ученикам предлагается выбрать предмет в форме прямоугольного параллелепипеда и записать его размеры. Ученики могут выбрать аквариум, комнату и т.д. Задаются вопросы, помогающие ученикам выразить размеры в соответствующих единицах и найти объем: “В какой единице удобнее выразить размеры прямоугольного параллелепипеда? Как на основании этих измерений найти его объем? Как выразить объем в мм^3 , м^3 ? Аналогичные вопросы могут быть заданы и для других предметов.

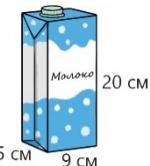
Исследование-обсуждение

Ученики должны определить, сколько пакетов нужно, чтобы разлить произведенное за день молоко. Вычисляется объем данного пакета молока: $5 \cdot 9 \cdot 20 = 900 (\text{см}^3)$

Используя тот факт, что $1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$, определяется, сколько см^3 составляет 5 000 литров: $5000 \text{ л} = 5000 \cdot 1000 = 5000000 \text{ см}^3$.

Определяется количество пакетов, необходимых для молока, произведенного за один день: $5000000 : 900 \approx 5556$.

Так как ответ получился приблизительно 5 556, то отмечается, что 5 555 пакетов недостаточно, а нужно 5 556 пакетов.



Изучение Связь между единицами объема

Ученикам напоминают о связи между единицами длины и подчеркивают, что с помощью этой связи определяется связь между единицами объема. При расчете ученикам демонстрируется правило выражения объема, заданного в одной единице, другой единицей. Объясняются примеры.

Таким же образом ученики информируются о взаимосвязи между другими единицами объема.

$$\begin{array}{ccc} & \times 1000 & \\ \text{см}^3 & & \text{мм}^3 \\ 2 \text{ см}^3 = 2 \times 1000 \text{ мм}^3 = 2000 \text{ мм}^3 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ см}^3 = 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм} \times 10 \text{ мм} = 1000 \text{ мм}^3 \\ \text{1 см} \quad \rightarrow \quad \text{10 мм} \\ \text{1 см} & & \text{10 мм} \\ & & \text{10 мм} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \times 10^3 & & \times 10^3 & & \times 10^3 & \\ \text{1 м}^3 & \rightarrow & \text{Дм}^3 & \rightarrow & \text{см}^3 & \rightarrow & \text{мм}^3 \\ 400 \text{ л} & : 10^3 & & : 10^3 & & : 10^3 & \end{array}$$



Запомни!

Отмечается, что для того, чтобы перевести объем, заданный какой-либо единицей, в меньшую единицу, необходимо ее числовое значение умножить на соответствующее значение единицы и разделить для перевода в большую единицу. Вниманию учеников предлагается схема, приведенная в учебнике.

Ученикам будет легче выполнять преобразования, выявляя закономерности по схеме.



Подумай!

Обсуждается, как найти сколько см^3 в 1 м^3 .

Поскольку $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$, то объем куба со стороной 100 см равен $100 \cdot 100 \cdot 100 = 1000000 (\text{см}^3)$.

Чтобы узнать, сколько м^3 составляет 2 000 000 см^3 , важно использовать соотношение метров и сантиметров, а также использовать деление при выражении более крупной единицы измерения.

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

Учеников можно направить, нарисовав на доске подходящую схему.

$$\begin{array}{ccc} & : 1000000 & \\ \text{см}^3 & \rightarrow & \text{м}^3 \end{array}$$

$$2000000 \text{ см}^3 = 2000000 : 1000000 = 2 \text{ м}^3$$

Задания

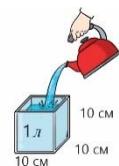
1. Определяются числа, соответствующие пустым ячейкам. При выполнении задания ученики должны определить связь между единицами объема и обратить внимание на умножение или деление данного числа на соответствующее значение единицы объема.

К сведению учителя! Учителям, у которых возникают трудности с переводом объемов, представленных обыкновенными и десятичными дробями, из одной единицы измерения в другую можно задать наводящие вопросы: “Требуется ли выразить в больших или меньших единицах? Как определить подходящее значение единицы? Нужно умножить или поделить на соответствующее значение единицы при преобразовании?” и т.д.

Целесообразно выявлять учеников, испытывающих затруднения при умножении или делении обыкновенных и десятичных дробей на кратные 10, и организовать работу над ошибками.

Изучение Связь между единицами емкости

Отмечается, что объем и емкость – связанные с друг другом понятия. Ученики информируются о связи между единицами емкости и единицами объема. Ученикам сообщают, что в 1 литре 1000 см^3 и 1 дм^3 . В этом правиле подчеркивается, что 1 миллилитр равен 1000 см^3 или 1 литр равен 1000 миллилитрам.



3. Преобразование осуществляется путем умножения соответствующего значения единицы.

$$\text{a) } 15 \text{ см}^3 = 15 \cdot 1000 = 15000 \text{ см}^3$$

$$6) 4500 \text{ см}^3 = 4500 : 1000 = 4,5 \text{ л}$$

4. Даются ответы на вопросы.

а) Определяется, сколько миллилитров жидкости вмещает сосуд в форме куба с ребром 8 см.
 $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512 (\text{см}^3); 512 \text{ см}^3 = 512 \text{ мл.}$

б) Определяется, сколько воды необходимо для заполнения пустого сосуда в форме прямоугольного параллелепипеда с ребрами 2 дм, 3 дм и 1 дм. $2 \cdot 3 \cdot 1 = 6 (\text{дм}^3); 6 \text{ дм}^3 = 6 \text{ л};$ отмечается, что 5 л воды недостаточно.

5. Объемы выражаются в одной единице, производятся соответствующие вычисления и сравниваются.

6. Объемы сосудов, данные в виде прямоугольной призмы, вычисляются и располагаются в порядке возрастания их объемов.

К сведению учителя! В 5 и 6 заданиях ученикам говорится, что при вычислениях важно выражать одни и те же величины в одинаковых единицах. Целесообразно выявлять учеников, допускающих те или иные ошибки при решении таких задач, и организовывать работу над ошибками.

Ложные представления, возникающие у учеников. Ошибки, отмеченные в единицах площади, также встречаются при преобразовании единиц объема. Для устранения ошибок целесообразно выяснить, с какими навыками связаны ошибки, допущенные учениками, и поручить ученикам провести преобразования.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Ученикам даются задания, связанные с преобразованиями между единицами объема, их просят объяснить соответствующее значение единицы, произвести преобразование путем перехода в большую или меньшую единицу и выполнить преобразования.

Углубление. По указанию учителя каждый ученик готовит задание, связанное с выражением объема в большой или меньшей единице. Ученики обмениваются заданиями и выполняют подготовленное друг другом задание, обмениваются мнениями.

Игра. Класс делится на группы. Рабочие листы раздаются. Ученикам дают задания записать на каждой строке значения величины выражющие одинаковые объемы. Побеждает та группа, которая быстрее и правильно заполнит поля.

Скачать образец рабочего листа можно по ссылке:

<https://drive.google.com/file/d/1UvfoOTy2nEJ0qPGMY7wOJWwH-kJdbowF/view?usp=sharing>

Решение задач

7. Отмечается, что Анар и Сабина хотят выразить объем коробки в мм^3 . Определяется, верно ли мнение детей или нет.

- По словам Сабины, длина каждого ребра выражается в миллилитрах.

$$30 \text{ см} = 300 \text{ мм}; 10 \text{ см} = 100 \text{ мм}; 18 \text{ см} = 180 \text{ мм}.$$

$$\text{Находится объем. } 300 \cdot 100 \cdot 180 = 5\ 400\ 000 (\text{мм}^3)$$

- По словам Анара вычисляется объем. $30 \cdot 10 \cdot 18 = 5\ 400 (\text{см}^3)$

$$\text{Объем выражается через } \text{мм}^3. 5\ 400 \text{ см}^3 = 5\ 400 \cdot 1\ 000 = 5\ 400\ 000 (\text{мм}^3)$$

Ответ: оба мнения детей верны. В обоих случаях объем коробки равен $5\ 400\ 000 \text{ мм}^3$.

8. В задаче требуется определить, хватит ли $40\ 000 \text{ л}$ воды, чтобы наполнить бассейн, и сколько воды не хватит или останется в избытке.

Решение задачи:

- Размеры выражаются в одинаковых единицах: $200 \text{ см} = 2 \text{ м}$
- На основе заданных размеров рассчитывается объем фигуры в виде прямой призмы, с прямоугольным треугольником в основании, и выражается в литрах.

$$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 2 = 64 (\text{м}^3)$$

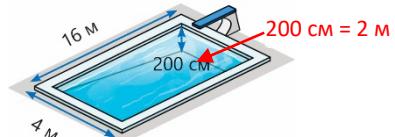
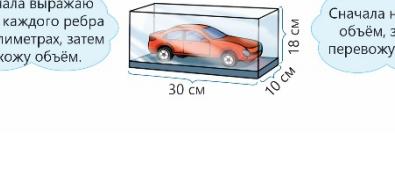
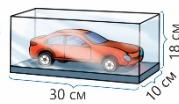
- На основании полученного значения определяется, что для наполнения бассейна необходимо $64\ 000 \text{ л}$ воды, а $40\ 000 \text{ л}$ воды недостаточно. Чтобы определить, сколько воды не хватает, находят разницу между результатами.

Ответ: $40\ 000 \text{ л}$ воды недостаточно, чтобы наполнить бассейн. Необходимо еще $24\ 000 \text{ л}$ воды.

К сведению учителя! Правильное определение преобразований между единицами объема позволяет ученикам работать с более удобными числами при решении задач и выражать полученные результаты в соответствующих единицах, используя отношения между единицами объема. В 7-й задаче учеников можно попросить вспомнить мнения детей и определить, какое из этих мнений является более простым способом их решения. Рекомендуется выявлять учеников, испытывающих затруднения при решении подобных задач, организовывать работу над ошибками, определять типы задач, требующих повторения, и работать над аналогичными задачами.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Определяет связь между единицами объема.	Рабочие листы, учебник, РТ
Выполняет преобразования между единицами емкости: литр и миллилитр.	Рабочие листы, учебник, РТ



$$64 \text{ м}^3 = 64 \cdot 1\ 000 = 64\ 000 \text{ дм}^3 = 64\ 000 \text{ л}$$

: 1 000 м^3 дм^3

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры.

Куб, кубоид, прямая призма, основание, боковая грань, высота, площадь полной поверхности, объем, единицы площади, ар, гектар, единицы объема и т.д.

Напоминается информация и задание “Попытайтесь!”, приведенные на первой странице раздела, также напоминается, где используются пространственные фигуры, проводится обсуждение. Решение исходной задачи обсуждается с классом. Ученики обсуждают, как рассчитать общую стоимость облицовочного камня и краски для стен дома.

Практическое задание. Учитель дает ученикам задание подготовить прямоугольный параллелепипед или прямую призму, с прямоугольным треугольником в основании, заданных размеров. Ученики находят площадь поверхности и объем изготовленной ими фигуры. Затем ученикам предлагается сделать аналогичную фигуру, умножив размеры в 2 раза. Учитель задает ученикам наводящие вопросы о том, как меняется площадь поверхности и объем новой фигуры по сравнению с предыдущей фигурой.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ

1. Определяется, в какой единице измерения удобнее измерять.

Высоту здания	м	Площадь комнаты	м ²	Площадь двора	ар
Длину зерна пшеницы	мм	Объем вазы	см ³	Площадь города	км ²
Объем воды в одной чайной ложке	мм ³	Объем бассейна	м ³	Площадь футбольной площадки	ар или га

С помощью этого правила ученики определяют, какая из заданных единиц измерения удобнее.

2. В данных задачах производятся вычисления, и они сравниваются, выражаясь в одной и той же единице. Обычно, когда одна и та же величина дается в разных единицах, ученики предпочитают выражать ее в меньшей единице измерения. В некоторых случаях менее удобно выражать данные в более больших единицах измерения с вычислительной точки зрения. Можно обратить внимание учеников на подобные примеры и предложить им найти ответ несколькими способами.

4. Учитывая, что объемы фигур равны, вычисляется неизвестное ребро 2-й фигуры и площадь полной поверхности каждой фигуры.

Вычисляется объем и площадь полной поверхности 1-й фигуры.

$$V = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 = 36 \text{ (cm}^3\text{)}$$
$$S_{\text{полн}} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Вычисляется неизвестное ребро и площадь полной поверхности 2-й фигуры.

$$V = 36 \text{ (cm}^3\text{)}$$
$$h = ?$$
$$36 : (3 \cdot 6) = 2 \text{ (cm)}$$
$$S_{\text{полн}} = 2 \cdot (3 \cdot 2 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 6) = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$$

5. Требуется найти объем каждого пакета, минимальное количество квадратных сантиметров бумаги, необходимой чтобы обклеить каждый пакет.

Решение задачи:

- Отмечаются размеры каждого пакета, находится объем.

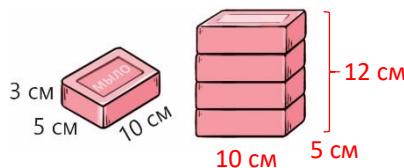
$$V = 10 \cdot 5 \cdot 12 = 600 \text{ (cm}^3\text{)}$$

- Вычисляется площадь поверхности получившейся

прямоугольной призмы, чтобы узнать, минимальное количество квадратных сантиметров бумаги, которые ушли на обертку каждого пакета. $2 \cdot (10 \cdot 5 + 5 \cdot 12 + 10 \cdot 12) = 460 \text{ (cm}^2\text{)}$

Ответ: объем каждого пакета 600 см^3 , для упаковки каждого пакета используется не менее 460 см^2 бумаги.

Обсуждение. Проверить правильность объема каждого пакета можно, найдя объем каждого куска мыла и умножив его на 4.

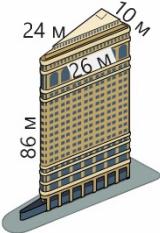


6. В задаче предоставлена информация о здании “Флэтайрон”, расположенном в Нью-Йорке. Требуется узнать, какова площадь закрашенной части здания.

Решение задачи:

- Вычисляется общая площадь боковых граней: $86 \cdot 10 + 86 \cdot 26 + 86 \cdot 24 = 5\ 160 (\text{м}^2)$
- Поскольку остальная часть боковых граней покрашена краской, то вычисляется закрашенная часть: $5\ 160 - 3\ 000 = 2\ 160 (\text{м}^2)$

Ответ: площадь закрашенной части здания равна $2\ 160 \text{ м}^2$.

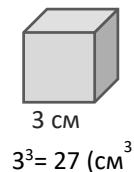
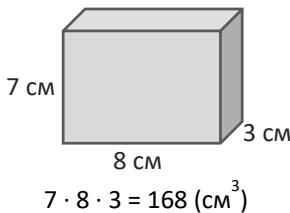


7. Требуется узнать, сколько граммов весит деталь.

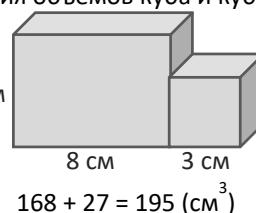
Решение задачи:

- Вычисляется общий объем алюминиевой детали. Учитывая, что деталь состоит из куба и кубоида, отмечаются размеры сторон, которые не указаны.

• Рассчитывается объем куба и кубоида.



• Общий объем детали находится путем расчета и сложения объемов куба и кубоида.



$$168 + 27 = 195 (\text{cm}^3)$$

- Если масса 1 см^3 равна 2,7 г, вычисляется масса детали: $2,7 \cdot 195 = 526,5$ (г)

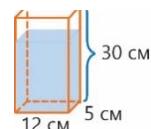
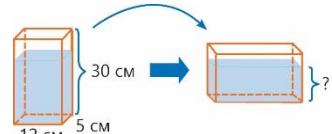
Ответ: общая масса детали равна 526,5 г.

8. В задаче требуется найти высоту уровня воды в сосуде и одновременно найти высоту уровня воды, когда сосуд расположен на его меньшей стороне, как показано на рисунке.

Решение задачи:

а) Количество воды в сосуде выражается в см^3 . $1,2 \text{ л} = 1200 \text{ см}^3$

Определяется, на какой высоте находится уровень воды в сосуде.



$$1200 : (12 \cdot 5) = 20 (\text{см})$$

б) Исходя из того, что сосуд кладут на бок, отмечают размеры грани основания и определяют высоту воды.



$$1200 : (5 \cdot 30) = 8 (\text{см})$$

Ответ: уровень воды в сосуде составляет 20 см, а если положить сосуд на бок, то уровень воды составит 8 см.

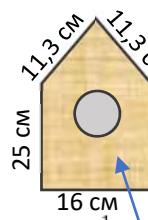
STEAM

Отмечается, что птицы являются частью живой природы и выполняют важную функцию экологической системы. Учителям можно предложить провести исследование птиц. Анализируются примеры скворечников, изготовленных для птиц. Форма этих скворечников обсуждается с учениками.

Уместно попросить учеников в течение нескольких дней понаблюдать, собрать информацию о птицах, обитающих около школы и их дома, и ответить на вопросы.

3. Вычисляется, сколько квадратных сантиметров досок потребуется для изготовления скворечника, исходя из приблизительных размеров, указанных в сантиметрах в образце.

Вычисляются площади боковых граней.



$$25 \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 11.3 \cdot 11.3 \approx 464 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$25 \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 11.3 \cdot 11.3 \approx 464 \text{ (см}^2\text{)}$$

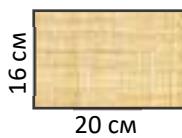


$$25 \cdot 14 = 350 \text{ (см}^2\text{)}$$

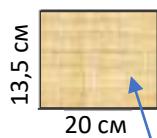
$$25 \cdot 14 = 350 \text{ (см}^2\text{)}$$



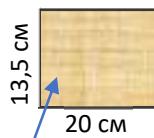
Вычисляются площади основания и прямоугольников, образующих крышу.



$$16 \cdot 20 = 320 \text{ (см}^2\text{)}$$



$$13.5 \cdot 20 = 270 \text{ (см}^2\text{)}$$



$$13.5 \cdot 20 = 270 \text{ (см}^2\text{)}$$

Складываются площади граней, образующие поверхность гнезда.

$$464 + 464 + 350 + 320 + 270 + 270 = 2\ 488 \text{ (см}^2\text{)}$$

8-Й РАЗДЕЛ

Статистика и представление информации

Тема №	Название	Часы	Учебник (стр.)	Рабочая тетрадь (стр.)
	Предварительная проверка	1	86	
Тема 8.1.	Среднее арифметическое	3	87	58
Тема 8.2.	Круговая диаграмма	2	91	62
Тема 8.3.	Представление информации	3	93	64
	Обобщающий урок. STEAM. «Статистика распространения инфекции “COViD-19”»	3	97	67
	МСО-8	1		
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ В РАЗДЕЛЕ		13		

Краткий обзор раздела

В разделе ученики знакомятся с понятием «среднее арифметическое», учатся вычислять среднее арифметическое нескольких чисел, вычислять соответствующие значения частей, выраженных на круговой диаграмме в процентах, и выбирать удобную таблицу или диаграмму для изображения данной информации.

На что стоит обратить внимание?

Иногда ученики находят среднее арифметическое, разделив сумму чисел на 2, и допускают ошибку, когда количество чисел больше 2. Учителям, допускающим подобные ошибки, целесообразно подчеркнуть, что среднее арифметическое находится путем деления суммы чисел на количество чисел. Рекомендуется сообщить ученикам, что среднее арифметическое не больше наибольшего и не меньше наименьшего числа.

Иногда информация на круговой диаграмме дается в процентах. На основе этой информации можно использовать несколько способов, чтобы найти значение величины, соответствующей разнице или сумме двух частей круговой диаграммы. Ученики, используя разные способы могут выявлять и исправлять свои ошибки.

Необходимо подчеркнуть, что некорректно сравнивать данные, приведенные в разных круговых диаграммах, по соответствующим процентам, когда целые числа разные, и, чтобы не получить неверные результаты следует направить учеников на сравнение соответствующих чисел.

Во время предварительной проверки рекомендуется выявить учеников, показавших плохие результаты, повторить плохо усвоенные темы.

Развитие математического языка

Правильное использование терминов «среднее арифметическое», «средняя скорость», «таблица», «диаграмма», «линейная диаграмма», «столбчатая диаграмма», «круговая диаграмма», «пиктограмма» дает основу для оценки того, насколько усвоены эти понятия.

Математические понятия и термины, усвоенные в разделе

«Среднее арифметическое», «средняя скорость», «таблица», «диаграмма», «линейная диаграмма», «столбчатая диаграмма», «круговая диаграмма», «пиктограмма» и т.д.

Необходимые предварительные знания и навыки:

- Представление данных в виде таблиц и пиктограммы.
- Представление данных в виде линейной и столбчатой диаграммы.
- Действия над натуральными числами, обычными и десятичными дробями.
- Понятие скорости, расчет скорости
- Нахождение части числа, числа по части
- Нахождение процента числа, числа по проценту

Междисциплинарная интеграция

В повседневной жизни все возможные формы представления информации можно найти в различных газетах, журналах и на веб-сайтах. Таблицы и диаграммы используются при классификации стран по уровню развития, при составлении описательных таблиц животных и растений, при описании информации по определенным признакам. Среднее арифметическое — полезный инструмент для визуализации данных. Он широко используется во многих сферах повседневной жизни — информация о бюджете, средняя зарплата, средний балл учеников в сфере образования, средний результат в спортивных играх и т.д.

ТЕМА 8.1. Среднее арифметическое

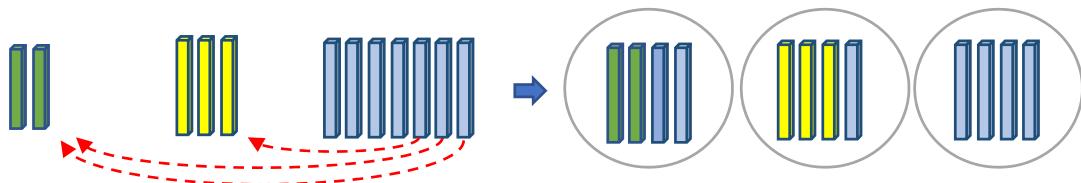
ПОДСТАНДАРТЫ	5.1.3. Вычисляет среднее арифметическое заданных данных. 5.1.4. Сравнивает два множества данных, используя среднее арифметическое.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none"> Вычисляет среднее арифметическое заданных данных. Сравнивает два множества данных, используя среднее арифметическое.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, палочки, цветная бумага.
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	<p>Изучение: https://www.youtube.com/watch?v=IXUFrcV3t-c https://access.openupresources.org/curricula/our6-8math/en/grade-6/unit-8/lesson-9/index.html</p> <p>Задания: https://www.iknowit.com/lessons/d-finding-mean-average.html https://phet.colorado.edu/sims/html/mean-share-and-balance/latest/mean-share-and-balance_all.html https://www.geogebra.org/m/nBRg2vcS https://www.ixl.com/math/grade-5/find-the-mean</p>

Побуждение.

Учитель дает одному из учеников 2 палочки, второму – 3 палочки, третьему – 7 палочек и говорит, что необходимо разделить их поровну. Он обращается к классу:

– Какими способами можно распределить эти палочки поровну между 3 учениками? Как посчитать количество палочек, которые достанутся каждому ученику?

Поскольку у 1-го ученика меньше палочек, 3-й ученик дает ему 1 палочку. У 1-го и 2-го учеников одинаковое количество палочек. Затем 3-й ученик дает еще по 1 палочке 1-у и 2-у ученикам и количество палочек становится равным.



То, что каждому ученику полагается по 4 палочки, можно определить, разделив общее количество палочек на количество детей.

Исследование-обсуждение

Требуется разделить шоколадки в коробках поровну между Лалой, Эльханом и Самиром. Для этого каждому ученику можно дать по 8 шоколадных конфет, положив 2 шоколадные конфеты из коробки с 10 шоколадными конфетами поверх коробки с 6 шоколадными конфетами.



Количество шоколадных конфет в каждой коробке складывается и определяется общее количество шоколадных конфет.

$8 + 6 + 10 = 24$. Когда эти конфеты разделены поровну между Лалой, Эльханом и Самиром, общее количество конфет делится на количество детей, чтобы найти количество шоколадных конфет на каждого. $24 : 3 = 8$. Итак, каждому ребенку достается по 8 шоколадных конфет.

Чтобы выполнить задание другим способом, можно задать ученикам наводящие вопросы: «Как можно разделить шоколадные конфеты, раздав их по одной каждому ребенку? Какими еще способами можно разделить шоколадные конфеты поровну?» и т.д.

Изучение Среднее арифметическое

Учителям рассказывают о том, что выражения «средняя зарплата», «средняя скорость», «средняя температура» часто используются, и приводятся соответствующие примеры. Когда величины имеют разные значения, подчеркивается, что можно представить эти значения одним числом, и отмечается, что для этого используется среднее арифметическое. Учителям демонстрируется правило нахождения среднего арифметического. Пример, приведенный в учебнике, обсуждается с учениками.

Задания

3. Даются ответы на вопросы.

а) Среднее арифметическое находится путем сложения баллов оценивания Айнур по математике, проведенных 5 раз в течение года, и разделив их на количество оценивания.

$$(74 + 89 + 63 + 96 + 94) : 5 = 83,2.$$

б) Определяется, сколько тортов продается в среднем за неделю. $(37 + 43 + 52 + 40) : 4 = 43$.

4. В таблице среднемесячный заработка мастера Али определяется путем сложения заданных сумм денег, заработанных по месяцам в течение года, и разделив их на количество месяцев. Задача решается с помощью калькулятора.

Янв.	Февр.	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.	Окт.	Ноябрь	Дек.
850	1100	1030	1400	1370	1150	1240	1190	1220	1580	1080	1190

• Вычисляется общий заработка мастера Али.

$$850 + 1100 + 1030 + 1400 + 1370 + 1150 + 1240 + 1190 + 1220 + 1580 + 1080 + 1190 = 14400$$

• Вычисляется средний заработка мастера Али за месяц. $14400 : 12 = 1200$.

Ложные представления, возникающие у учеников.

Иногда ученики думают, что среднее арифметическое находится путем деления суммы чисел на 2, и допускают ошибку, когда количество чисел больше 2. Целесообразно напомнить ученикам, допускающим подобные ошибки, об

Ложное

Среднее арифметическое я найду, разделив сумму чисел на 2.

$$\frac{10+12+20}{2} = 21$$

Верное

Среднее арифметическое я найду, разделив сумму чисел на их количество.

$$\frac{10+12+20}{3} = 14$$

определении среднего арифметического, сообщить им, что среднее арифметическое находится путем деления суммы чисел на количество чисел. В то же время, подчеркивая, что значение среднего арифметического не больше наибольшего числа и не меньше наименьшего числа, можно дать ученикам задание обнаружить и исправить свои ошибки. Например, поскольку число 21 больше числа 20, которое является наибольшим из чисел 10, 12 и 20, оно не может быть средним арифметическим этих чисел.

Изучение Нахождение суммы чисел по их количеству и среднему арифметическому

Учитывая количество чисел и их среднее арифметическое, объясняется, как найти сумму этих чисел. С учениками обсуждается задание-образец.

В технически оснащенных классах можно использовать видео объяснения и интерактивные задания:

<https://video.edu.az/video/1124> <https://www.ixl.com/math/grade-5/mean-find-the-missing-number>

5. Проводятся вычисления. а) $5 \cdot 7 = 35$ б) $9 \cdot 1,2 = 10,8$

6. Находят неизвестные числа. С учениками обсуждается задание-образец.

а) Если известны среднее арифметическое трех чисел и два числа, то находится третье число.

Для этого сначала находится сумма чисел. $15 \cdot 3 = 45$.

Из этой суммы вычитается сумма двух данных чисел. $45 - (16 + 15) = 14$.

б) Когда известны среднее арифметическое четырех чисел и три числа, находится четвертое число.

Находится сумма чисел. $3,6 \cdot 4 = 14,4$.

Из этой суммы вычитается сумма трех данных чисел. $14,4 - (4,5 + 2,3 + 7,1) = 0,5$.

7. Даются ответы на вопросы.

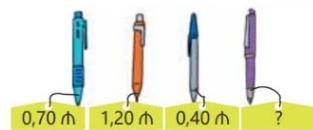
а) Среднее арифметическое ширины трех книг составляет 2,1 см, ширина одной из них — 2,4 см, ширина другой — 1,9 см. Находится общая ширина трех книг. $2,1 \cdot 3 = 6,3$ (см)

Определяется ширина третьей книги. $6,3 - (2,4 + 1,9) = 2$ (см)



б) Отмечается, что средняя цена четырех ручек составляет 60 гяпиков. Цена четвертой ручки находится. Цены трех ручек указаны на рисунке. 60 гяпиков выражаются в манатах. $60 \text{ гяп.} = 0,6 \text{ ман.}$

$$0,6 \cdot 4 - (0,7 + 1,2 + 0,4) = 0,1 \text{ (ман.)}$$





Запомни!

Обычно невозможно проехать определенное расстояние с одинаковой скоростью. Учителям сообщается, что местами необходимо снизить скорость, а местами увеличить. Учителям разъясняется, как найти среднюю скорость, и с классом обсуждается пример.

В технически оснащенных классах можно использовать интерактивные задания:

https://phet.colorado.edu/sims/html/unit-rates/latest/unit-rates_all.html

8. Даются ответы на вопросы.

- a) Определяется средняя скорость дедушки Самира. $10,8 : 3 = 3,6$ (км/час)
- b) Определяется, что автобус проезжает 360 км за 5 часов. $16 - 11 = 5$ (часов)

Определяется средняя скорость автобуса. $360 : 5 = 72$ км/час.

Дифференцированное обучение.

Поддержка. Учителям дают задания, связанные с нахождением среднего арифметического, задав разные числа, а затем определением среднего арифметического 2-мя способами, добавив к этим числам одно или нескольких чисел. Объясняется правило решения обоими способами.

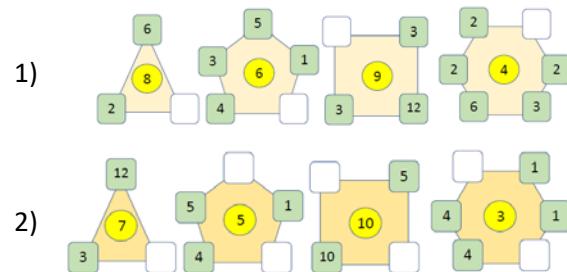
Углубление. Учителям дают задания, связанные с нахождением среднего арифметического при добавлении новых чисел, когда известно среднее арифметическое нескольких чисел. Ученики объясняют, как они нашли ответ.

Командная игра. Ученики делятся на пары или группы.

Им раздаются рабочие листы. Ученики записывают в пустые клетки числа согласно заданным условиям. За каждый правильный ответ начисляется 1 балл.

Команда, набравшая наибольшее количество баллов, объявляется победителем.

Рабочий лист можно скачать по этой ссылке:



<https://drive.google.com/file/d/1C9fwJ0ZRAKISOW4dLDfIXTmYUlIp65PP/view?usp=sharing>

Решение задачи

9. По таблице требуется узнать, сколько в среднем литров молока дает одна корова.

Решение задачи.

- Найдя среднее арифметическое, определяют, сколько в среднем литров молока дает одна корова. $(18 + 23 + 16) : 3 = 19$ (л.).

Коровы	Полученное молоко (л)
Рыжая корова	18
Серая корова	23
Черная корова	16

Ответ: в среднем одна корова дает 19 л молока.

10. В задаче требуется найти результат какого спортсмена выше.

Решение задачи.

- Рассчитывается средний балл для каждого спортсмена. Результат можно добавить в таблицу как дополнительный столбец.

Айнур: $(8 + 7 + 9 + 9 + 8) : 5 = 8,2$ Сабина: $(9 + 8 + 9 + 8 + 8) : 5 = 8,4$

Спортсмены	1-й судья	2-й судья	3-й судья	4-й судья	5-й судья	Средний балл
Айнур	8	7	9	9	8	8,2
Сабина	9	8	9	8	8	8,4

Определяется, результат какого спортсмена выше. $8,4 - 8,2 = 0,2$.

Ответ: результат Сабины на 0,2 балла выше результата Айнур.

11. В задаче требуется найти, кто больше заплатил за книги и на сколько.

Решение задачи.

- Вычисляется общая сумма, которую Самир заплатил за книги. $3,4 \cdot 5 = 17$ (ман.)
- Вычисляется общая сумма, которую Сабина заплатила за книги. $6 \cdot 2,4 = 14,4$ (ман.)
- Самир заплатил больше, чем Сабина. Определяется на сколько больше он заплатил.

$17 - 14,4 = 2,6$ (ман.)

Ответ: Самир заплатил на 2,6 маната больше.

12. В задаче требуется найти среднюю скорость Самира.

Решение задачи.

- Складываются пути, пройденные Самиром. $6 + 8 = 14$ (км)
- Определяется время, затраченное на этот путь. $1 + 1 = 2$ (час)
- Путь делится на время, затраченное на этот путь. $14 : 2 = 7$ (км/час)

Ответ: средняя скорость Самира 7 км/час.

13. В задаче требуется узнать, сколько манатов составляют ежемесячные расходы семьи на коммунальные услуги в среднем.

Решение задачи.

- По линейной диаграмме определяются расходы на коммунальные услуги за 6 месяцев.

Январь — 110 ман., февраль — 120 ман., март — 120 ман., апрель — 110 ман., май — 90 ман., июнь — 80 ман.

- Ежемесячная стоимость коммунальных услуг в среднем рассчитывается на основе затрат на коммунальные услуги за 6 месяцев.

$$(110 + 120 + 120 + 110 + 90 + 80) : 6 = 105 \text{ (ман.)}$$

Ответ: ежемесячные коммунальные расходы этой семьи составляют в среднем 105 манатов.

Ложные представления, возникающие у учеников.

Ученики допускают определенные ошибки при нахождении среднего арифметического в результате анализа данных, представленных в таблицах и на диаграммах. Ошибки встречаются особенно тогда, когда при нахождении суммы встречается повторяющееся число.

Например, в 13-й задаче расходы за январь и апрель составляют 110 манатов, а расходы за февраль и март — 120 манатов, поэтому ученики делают ошибку, взяв при расчете один раз 120 и думая, что количество месяцев равно 5. Целесообразно выявлять учеников, допускающих подобные ошибки, и организовывать работу над ошибками.

14. На линейной диаграмме показана температура, которая измеряется каждый день в 12:00 в течение недели. Требуется найти среднюю температуру в течение недели.

Решение задачи.

- Температура воздуха фиксируется каждый день недели в 12:00.

Понедельник: 27°C, вторник: 26°C, среда: 28°C,

Четверг: 28°C, пятница: 26°C, суббота: 27°C, воскресенье: 30°C.

- Вычисляется средняя температура. $(27 + 26 + 28 + 28 + 30 + 27 + 30) : 7 = 28^{\circ}\text{C}$.

Ответ: средняя температура за неделю составила 28°C.

15. Требуется найти рост Сабины с помощью столбчатой диаграммы.

Решение задачи.

- Так как средний рост 5 игроков команды равен 145 см, то находится сумма роста игроков команды. $145 \cdot 5 = 725$ (см)

- Вычисляется сколько сантиметров составляет рост Сабины.

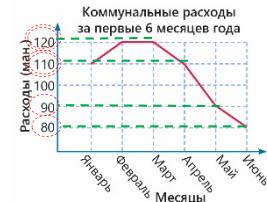
$$725 - (135 + 155 + 140 + 160) = 135 \text{ (см)}$$

Ответ: рост Сабины 135 см.

К сведению учителя! Иногда у учеников возникают трудности с чтением информации, представленной в таблицах и на диаграммах. Таким ученикам целесообразно задать различные вопросы по поводу прочтения информации, описанной в таблице и диаграмме. Улучшение этого навыка необходимо для анализа и представления данных.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Вычисляет среднее арифметическое данных информаций.	Рабочие листы, учебник, РТ
Сравнивает два множества данных, используя среднее арифметическое.	Рабочие листы, учебник, РТ



Ложное
Поскольку ежемесячные расходы составляют 80 ман., 90 ман., 110 ман., 120 ман., сложу эти числа и разделю на их количество.

$$\frac{80 + 90 + 110 + 120}{4} = 50$$

Верное
Запишу соответствующие расходы, месяцам, сложу эти числа и разделю на их количество.

$$\frac{110 + 120 + 120 + 110 + 90 + 80}{6} = 105$$



ТЕМА 8.2. Круговая диаграмма

ПОДСТАНДАРТЫ	5.1.1. Вычисляет количество величины, соответствующей данной в процентах части круговой диаграммы.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	• Вычисляет количество величины, соответствующей заданной в процентах части круговой диаграммы.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Задания: https://www.meta-chart.com/pie#/data https://www.ixl.com/math/grade-6/interpret-circle-graphs http://www.shodor.org/interactivate/activities/PieChart https://nces.ed.gov/nceskids/createagraph/ https://www.geogebra.org/m/a5S4dz6W https://www.geogebra.org/m/ufwbvb9s https://www.ixl.com/math/grade-6/interpret-circle-graphs

Побуждение.

Опрос проводится среди 10 случайно выбранных учеников. Ученики указывают, каким из перечисленных видов деятельности они больше всего занимаются в свободное время. Результаты опроса записываются на доске в виде таблицы.

Спорт	<input type="checkbox"/>
Музыка	<input type="checkbox"/>
Шахматы	<input type="checkbox"/>
Чтение	<input type="checkbox"/>

Деятельность	Спорт	Музыка	Шахматы	Чтение
Число				
Процент				



Спорт Музыка Шахматы Чтение

На основе данных ученикам можно предложить задать друг другу вопросы. Увеличив количество учеников в 2 раза, можно дать ученикам задание подготовить аналогичную таблицу и найти проценты, соответствующие данным круговой диаграммы.

В технически оснащенных классах можно построить круговую диаграмму, как показано выше, записав информацию, приведенную в таблице:

<https://www.meta-chart.com/share/asud-vaxt>

Исследование-обсуждение

Находится масса груши.

$$100 - (20 + 15 + 40) = 25.$$

Проданные фрукты	
Фрукты	Масса (кг)
Груша	25
Яблоко	40
Гранат	15
Айва	20
Всего	100

Определяется, сколько процентов составляет масса каждого фрукта от целого.

$$\text{Груша: } \frac{25}{100} = 25\%$$

$$\text{Гранат: } \frac{15}{100} = 15\%$$

$$\text{Яблоко: } \frac{40}{100} = 40\%$$

$$\text{Айва: } \frac{20}{100} = 20\%$$

На круговой диаграмме указываются фрукты, соответствующие каждой части.



После определения процента, соответствующего данному фрукту, ученикам можно задать наводящие вопросы для изображения этой информации на круговой диаграмме:

– Какова наибольшая часть круговой диаграммы? Как определить подходящий фрукт для этой части?

Поскольку яблоко составляет больший процент от целого, ученики могут отметить, что часть, соответствующая яблоку, имеет красный цвет. Аналогично, соответствующие проценты других фруктов можно изобразить, указав их названия на круговой диаграмме.

Изучение Круговая диаграмма

Ученики знакомятся с круговой диаграммой. Отмечается, что сумма процентов, приведенных на круговой диаграмме, равна 100. Данный пример обсуждается с классом. Ученикам поясняется, как данные на диаграмме изображаются с помощью таблицы.

Задания

1. На основании информации, представленной на круговой диаграмме, определяется количество подходящих транспортных средств и заполняется таблица.

	Мотоциклы	Грузовые машины	Легковые автомобили	Автобусы	Всего
Процент	15%	20%	60%	5%	100%
Количество	18	24	24	24	120

$$120 \cdot 0,2 = 24 \quad 120 \cdot 0,6 = 72 \quad 120 \cdot 0,05 = 6$$



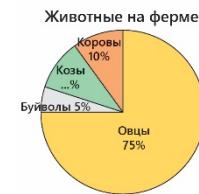
2. Информация о количестве животных на ферме представлена в процентах на круговой диаграмме. Информацию на диаграмме необходимо изобразить в таблице.

Даются ответы на вопросы и составляется таблица.

Информация представленная на диаграмме изображается в таблице.

	Овцы	Коровы	Буйволы	Козы
Процент	75 %	10 %	5 %	10 %

- а) Находится, какой процент от всех животных составляют козы.



- б) По круговой диаграмме определяются животные с наименьшей и наибольшей численностью. Поскольку буйволов 5%, а овец 75%, на ферме меньше всего буйволов и больше всего овец.

- в) Определяется, каких видов животных одинаковое количество. Посмотрев на проценты, можно обнаружить, что количество коз и коров одинаково.

- г) Определяется, сколько буйволов на ферме. Исходя из того, что всего на ферме содержится 600 животных, ученики вычисляют 5% от этого числа. $600 \cdot 0,05 = 30$. На ферме 30 буйволов.

- д) Определяется, на сколько больше овец, чем коз.

Определяется количество овец и коз. Овцы: $600 \cdot 0,75 = 450$ Козы: $600 \cdot 0,1 = 60$

Находится разница между количеством овец и коз. $450 - 60 = 390$. Овец на 390 больше, чем коз.

К сведению учителя! Целесообразно сообщить ученикам о способах нахождения значения величины, соответствующей разнице двух частей, на основе информации, приведенной в процентах на круговой диаграмме.

1-й способ. Рассчитав значение, соответствующее каждой части, и найдя их разницу.

2-й способ. Найдя, на сколько процентов одна из частей больше другой, и найдя значение, соответствующее этому проценту.

По этому же правилу подчеркивается, что найти значение величины, соответствующей сумме двух частей, можно на основе информации, приведенной в процентах на круговой диаграмме.

3. В задании информация об оценках, полученных учениками представлена в виде круговой диаграммы в процентах. На основании информации вычисляется, сколько процентов учеников получили "5".

$$100 \% - (50 \% + 25 \% + 5 \%) = 20\%$$

- а) Определяется количество учеников, получивших оценку "5". $60 \cdot 0,2 = 12$.

- б) Есть два способа узнать, на сколько больше человек получили оценку "4", чем тех, которые получили оценку "5".

1-й способ. Определяется количество учеников, получивших оценки "4" и "5".

Определяется количество учеников, получивших оценку "4". $60 \cdot 0,5 = 30$.

Находится разница между количеством учеников, получивших оценки "4" и "5". $30 - 12 = 18$.

2-й способ. Находится, на сколько процентов учеников, получивших оценку "4", больше, чем получивших оценку "5", и находится число, соответствующее этому проценту. $50 \% - 20 \% = 30 \% ; 60 \cdot 0,3 = 18$.

- в) Определяется количество учеников, получивших оценку "3". $60 \cdot 0,25 = 15$.



4. Круговая диаграмма показывает ежемесячные расходы семьи на коммунальные услуги. Ответы на вопросы даются на основе предоставленной информации.

а) Вычисляется общая сумма ежемесячных расходов семьи на коммунальные услуги. Поскольку на расходы за электричество составляют 72 маната, то находится число, 30% которого равны 72. $72 : 0,3 = 240$ (ман.). Ежемесячные расходы семьи на коммунальные услуги составляют 240 манатов.

б) Определяется, сколько выплачивается за потребление газа в течение месяца. Вычисляется 40 процентов от 240 манатов.

$$240 \cdot 0,4 = 96 \text{ (ман.)}$$

За месяц за потребление газа было оплачено 96 манатов.

в) Определяется, на сколько больше заплатили за телефон, чем за использование воды.

1-й способ. $15\% - 5\% = 10\%$; $240 \cdot 0,1 = 24$ (ман.)

2-й способ. $240 \cdot 0,15 = 36$ манатов, $240 \cdot 0,5 = 12$ (ман.), $36 - 12 = 24$ (ман.)

5. Результат опроса показан на круговой диаграмме. Даются ответы на вопросы.

а) Находятся 10% от 20, чтобы найти количество учеников, любящих карамельное мороженое в «5А» классе. $20 \cdot 0,1 = 2$.

б) Находятся 20% от 30, чтобы найти количество учеников, любящих карамельное мороженое в «5Б» классе. $30 \cdot 0,2 = 6$.

в) Находится, в каком классе больше учеников, любящих клубничное мороженое. $20 \cdot 0,3 = 6$, $30 \cdot 0,2 = 6$. В обоих классах одинаковое количество учеников, которые любят клубничное мороженое.

г) Определяется, сколько учеников двух классов любят ванильное мороженое.

Вычисляется количество учеников, которые любят ванильное мороженое в каждом классе. $20 \cdot 0,2 = 4$; $30 \cdot 0,1 = 3$.

Находится количество учеников, любящих ванильное мороженое в обоих классах. $4 + 3 = 7$.

К сведению учителя! Когда числа, обозначающие целую часть, различны, то следует подчеркнуть, что сравнивать в процентах некорректно. В качестве примера можно привести пункт в) задачи 5. Целесообразно напомнить, что 30% учеников «5А» класса любят клубничное мороженое, а 20% учеников «5Б» класса любят клубничное мороженое, но их количество одинаково. Можно обсудить с учениками, почему количество соответствующих им учеников одинаково, хотя проценты разные.

Формативное оценивание.

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Вычисляет количество величины, соответствующей заданной в процентах части на круговой диаграмме.	Рабочие листы, учебник, РТ

ТЕМА 8.3. Представление информации

ПОДСТАНДАРТЫ	5.1.2. Обосновывает выбор подходящей диаграммы для описания данной информации.
ЦЕЛИ ОБУЧЕНИЯ	<ul style="list-style-type: none">Обосновывает выбор подходящей диаграммы для представления данной информации.
ПРИНАДЛЕЖНОСТИ	Рабочие листы, карты
ЭЛЕКТРОННЫЕ РЕСУРСЫ	Задания: https://youtu.be/9Mv50aArlU4 https://youtu.be/8U2Wo-Vr2ZM https://youtu.be/8KC_rOTs2S8 https://youtu.be/bJ8J3mCPnj0 https://youtu.be/pzWqJaTGAX8 https://youtu.be/qcVpxdWR3E4 https://youtu.be/bJ8J3mCPnj0

Побуждение.

Среди 10 учеников проводится опрос о том, какой из упомянутых видов спорта им нравится больше всего. Результаты опроса записываются на доске. Ученикам задаются вопросы.

Футбол	<input type="checkbox"/>	1) Какой вид спорта нравится ученикам больше всего?	Круговая диаграмма
Баскетбол	<input type="checkbox"/>	2) Каково общее количество учеников, которые любят	Таблица
Плавание	<input type="checkbox"/>	футбол и баскетбол?	Линейная диаграмма
Гимнастика	<input type="checkbox"/>	3) Какую часть и какой процент от всех учеников составляют	Столбчатая диаграмма
Карате	<input type="checkbox"/>	ученики, которые любят заниматься гимнастикой?	Пиктограмма

Для ответа на каждый вопрос выбирается удобный способ представления, и обсуждается, в каких случаях остальные способы могут быть удобны.

Исследование-обсуждение

В задании ученики отвечают на вопросы и обосновывают свое мнение согласно таблице и круговой диаграмме, связанных с количеством тортов в продаже.

- Следует отметить, что в таблице число лучше видно и легче найти разницу между количеством фруктовых тортов и количеством медовых тортов. На круговой диаграмме, поскольку результаты представлены в процентах, после определенных вычислений получается подходящий результат. Таким образом по таблице удобнее найти ответ на этот вопрос.
- Чтобы определить, какой из видов тортов составляет большую часть от всех тортов, следует отметить, что на круговой диаграмме эти части отображаются более наглядно.



Изучение Представление информации в различных формах

Отмечается, что важно изображать данные в более удобных формах представления, чтобы четко понимать и делать правильные выводы. Ученикам демонстрируются способы представления информации в различных формах.

Таблица	Столбчатая диаграмма	Круговая диаграмма	Линейная диаграмма	Пиктограмма
<p>Удобна для того, чтобы производить вычисления исходя из значений величины.</p>	<p>Удобна для того, чтобы сравнивать значения величины.</p>	<p>Удобна для того, чтобы представлять информацию о целом и его частях.</p>	<p>Удобна для того, чтобы представлять изменение величины в зависимости от времени.</p>	<p>Удобна для того, чтобы представлять значения величины с помощью символов.</p>

К сведению учителя! Иногда ученики сталкиваются с информацией в нескольких формах. Однако какая из них больше подходит для данной задачи, остается на усмотрение самих учеников. Таким образом, ученики должны уметь прочитать и понять вопрос, сделать вывод и выбрать подходящую форму представления для изображения этого вывода. Ученики информируются о соответствующих формах представления, целесообразно провести их сравнительный анализ.

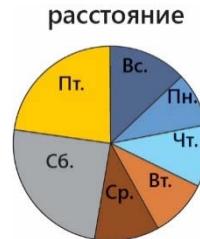
Задания

1. Расстояние, которое Самир прошел за 7 дней недели, представлено различными способами. Даются ответы на вопросы.

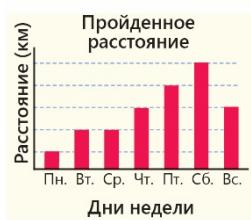
б) В таблице более наглядно видно расстояние по дням – удобнее рассчитывать пройденное расстояние за неделю.

расстояние	
Дни недели	Расстояние (км)
Пн.	4
Вт.	5
Ср.	5
Чт.	6
Пт.	7
Сб.	8
Вс.	6

в) Поскольку на круговой диаграмме части лучше видны, удобнее определить, какую часть общего расстояния составляет пройденное за каждый день расстояние.

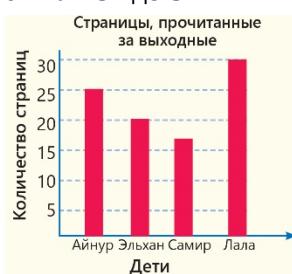


г) Столбчатая диаграмма удобнее для сравнения пройденных за дни расстояний.



2. Даются ответы на вопросы, обосновывается, подходит ли форма представления информации или нет.

а) Столбчатая диаграмма более удобна для упорядочивания, поскольку на ней легче сравнивать количество страниц, прочитанных детьми.



б) На круговой диаграмме удобнее определить часть, так как легче определить, какая часть участников опроса является любителями соответствующих времен года.



в) Пиктограмма удобнее, так как на основании информации, представленной на пиктограмме, легче рассчитать численность населения города.



Вычисляется численность населения города. $(3 + 2 + 3) \cdot 500\ 000 = 4\ 000\ 000$

3. Одна и та же информация описывается двумя способами. Ученики обосновывают, какая форма описания больше подходит для ответа на вопросы.

- а) Чтобы выяснить, какую часть от всего транспорта в городе составляет каждый вид транспортных средств, отмечается, что части удобнее описывать на круговой диаграмме.
- б) Отмечается, что данные удобнее представлять в виде столбчатой диаграммы, чтобы расположить количество посетителей зоопарка по дням недели от большего к меньшему. На основании столбчатой диаграммы определяется, что пятница будет на 4-м месте в ряду.
- в) Отмечается, что по линейной диаграмме удобнее определить, в каком месяце заработок Мастера Али увеличился больше всего по сравнению с предыдущими месяцами. На основе линейной диаграммы подчеркивается, что заработка мастера Али в феврале увеличился больше, чем в предыдущем месяце.
- 4.** Чтобы ответить на вопрос, удобна ли форма представления информации, задается вопрос, как можно более удобно изобразить информацию.
- а) Если в кружки записалось только 200 учеников, круговая диаграмма не удобна для определения количества учеников, записавшихся в каждый кружок. Отмечается, что для определения количества учеников в каждом кружке удобнее представлять данные в таблице.
- б) Отмечается, что столбчатая диаграмма не удобна для выяснения, какую часть общего количества фруктов собрал каждый ребенок, столбчатая диаграмма более удобна для определения и упорядочивания наибольшего и наименьшего количества фруктов. Отмечается, что круговая диаграмма удобнее для определения того, какую часть фрукт, собранный каждым ребенком, составляет от всех собранных фруктов.

Проект. Учителям можно дать задание подготовить примеры представления информации в разных формах, привести примеры анализа статистических результатов, с которыми они сталкиваются в повседневной жизни, и объяснить, почему указанная форма представления удобна. Также можете дать ученикам ссылки с некоторой статистикой и дать им задание использовать информацию из этих ссылок:

https://mida.gov.az/documents/Kommunal_xidm%C9%99tl%C9%99rin_inki%C5%9Faf%C4%B1na_dair_Strateji_Yol_X%C9%99rit%C9%99si_.pdf

https://www.sdu.edu.az/userfiles/file/conferences/con_1.pdf

https://meteo.az/index.php?ln=az&pg=21&Ent_Download=482-02

Формативное оценивание

Критерии оценивания	Материалы оценивания
Обосновывает выбор подходящей диаграммы для представления данной информации.	Рабочие листы, учебник, РТ

ОБОБЩАЮЩИЙ УРОК

Побуждение. В учебнике понятия, данные в заключении главы, повторяются с учениками. Учитель напоминает ученикам слова, изученные в разделе. По мере озвучивания каждого понятия ученики объясняют его содержание и приводят примеры.

Среднее арифметическое, средняя скорость, таблица, линейная диаграмма, столбчатая диаграмма, круговая диаграмма, пиктограмма и т.д.

Напоминается информация и задание "Попытайтесь!", приведенные на первой странице раздела, изображение данных о количестве гостей, размещенных в 3 отелях за сезон, в таблице и на диаграмме, происходит обмен мнениями. Решение исходной задачи обсуждается с классом. Отмечается, что представитель отеля В не прав. Подчеркивается, что круговая диаграмма удобна для того, чтобы увидеть, какая часть гостей находится в каждом отеле.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ

2. Находится среднее арифметическое чисел, приведенных в таблице, и поясняются их значения.

а) Вычисляется среднее арифметическое цен обуви, проданной в магазине.

Обувь	Цена (руб.)
A	17
B	28
C	34
D	25

$$\frac{17 + 28 + 34 + 25}{4} = 26 \text{ (ман.)}$$

б) Вычисляется среднее арифметическое количества страниц книг на полке.

Книги	Количество страниц
A	126
B	238
C	116
D	86
E	324

$$\frac{126 + 238 + 116 + 86 + 324}{5} =$$

в) Вычисляется среднее арифметическое возрастов детей в команде.

Дети	Возраст
A	12
B	15
C	8
D	11
E	9

$$\frac{12+15+8+11+9}{5} = 11$$

3. Даются ответы на вопросы.

а) Сумма чисел вычисляется исходя из того, что среднее арифметическое трех чисел равно 15. $15 \cdot 3 = 45$.

Находится чему равно a . $45 - (16 + 13) = 16$

б) Сумма чисел вычисляется исходя из того, что среднее арифметическое четырех чисел равно 3,6.

$3,6 \cdot 4 = 14,4$.

Находится чему равно b . $14,4 - (4,5 + 2,3 + 7,1) = 0,5$

в) Сумма чисел вычисляется исходя из того, что среднее арифметическое четырех чисел равно 1. $1 \cdot 4 = 4$.

Находится чему равно k . $4 - (2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 1,25$.

4. В задании требуется узнать, сколько баллов наберет Самир в последней попытке.

Общий балл рассчитывается на основе того, что за пять попыток набрано в среднем 20 баллов.

$20 \cdot 5 = 100$.

Баллы, набранные за четыре попытки, суммируются и вычитываются из общего количества баллов.

$100 - (13 + 22 + 26 + 4) = 25$.

Ответ: Самир в последней попытке должен набрать 25 баллов.

Обсуждение. Проверяется, что среднее арифметическое баллов Самира равно 20.

5. Ответы на вопросы находятся на основе информации, указанной в задаче.

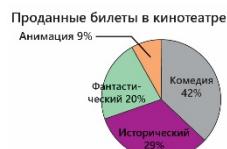
а) Отмечается, что наименьшее количество билетов было продано на анимационный фильм, так как наименьшая часть на диаграмме соответствует анимационному фильму.

б) Определяется, сколько билетов было продано на исторический фильм.

Вычисляется 29 процентов от 400. $400 \cdot 0,29 = 116$. На исторический фильм продано 116 билетов.

в) Подсчитывается общее количество проданных билетов на фантастический фильм. $400 \cdot 0,20 = 80$.

Количество билетов, проданных онлайн, определяется исходя из того, что 30 процентов из 80 билетов были предварительно проданы онлайн.



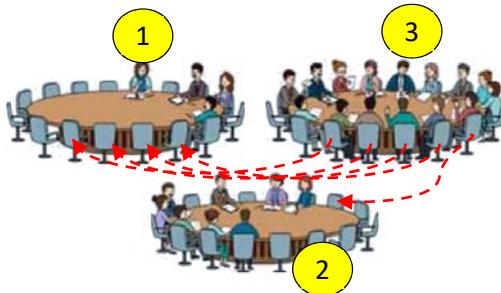
$80 \cdot 0,3 = 24$. На фантастический фильм было продано онлайн 24 билета.

г) Определяется, сколько в среднем продается билетов на один фильм. $400 : 4 = 100$. На каждый фильм продавалось в среднем 100 билетов.

6. Отмечается, что приглашенные на мероприятие гости расселились за 3 стола. Организаторы мероприятия хотят, чтобы за каждым столом сидело одинаковое количество гостей. Ответы на вопросы находятся на основе этой информации.

- Определяется, как это можно сделать, пересадив наименьшее количество гостей.

Отмечается, что наименьшее количество гостей за 1-м столом, а наибольшее количество гостей – за 3-м столом. Если из за 3-го стола пересадить за 1-й стол 4 человека, а за 2-й стол – 1 человека, то за каждым из трех столов окажется 9 гостей.



- Сколько гостей будет сидеть за каждым столом, также можно определить, найдя среднее арифметическое. $(4 + 8 + 15) : 3 = 9$.

7. В задаче требуется определить, какое представление удобнее, исходя из информации, изображенной на диаграммах. Отмечается, что части удобнее описывать с помощью диаграммы, чтобы определить, какую часть всего пути составляет путь, пройденный за первые два дня.

К сведению учителя! Формирование навыков изображения данных с помощью таблиц и диаграмм важно для того, чтобы ученики могли быстрее прийти к определенным выводам при анализе статистических показателей в дальнейшем. Для совершенствования этих навыков целесообразно определить, какие ученики допускают ошибки, и организовать работу над ошибками.



Статистика распространения инфекции “COVID-19”

Ученикам предоставляется краткая информация об инфекции Covid-19.

Отмечается, что распространение этого вируса было обнаружено в китайском городе Ухань в середине декабря 2019 года.

Ученикам дается задание ответить на вопросы, используя круговую диаграмму на основе предоставленной информации. Ученики заполняют данную таблицу, опросив не менее 20 своих знакомых, затем используя информацию из таблицы изображают ее на столбчатой диаграмме в зависимости от их возраста. На столбчатой диаграмме указывается количество людей, которые не инфицированы, заразились один раз и заразились несколько раз. На основе представлений ученики могут обсудить, какое представление больше подходит для ответа на те или иные вопросы.

Дополнительная информация об инфекции «COVID-19» находится из Интернета, на основе определенной информации готовится презентация.

Ученикам можно дать задание получить информацию по указанной ссылке:

<https://koronavirusinfo.az/az>



BURAXILIŞ MƏLUMATI

*Ümumi təhsil müəssisələrinin 5-ci sinifləri üçün
riyaziyyat fənni üzrə dərsliyin
metodik vəsaiti
rus dilində*

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər: **Günay Hüseynzadə**
Zaur İsayev

Redaktor: **Ayhan Kürşət Erbaş**
İxtisas redaktoru: **İsmayıł Sadıqov**
Tərcümə:
Redaktor: **Aygün Əliyeva**
Bədii redaktor: **Taleh Məlikov**
Texniki redaktor: **Zeynal İsayev**
Dizayner: **Taleh Məlikov**
Rəssam: **Elmir Məmmədov**
Korrektor: **Olqa Kotova**

© Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyi – 2023

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

ISBN 978-9952-8402-2-3

Hesab-nəşriyyat həcmi: 25,8. Fiziki çap vərəqi: 28,75.
Səhifə sayı 230. Formatı: 57x82 1/8. Kəsimdən sonra ölçüsü: 195×275.
Şriftin adı və ölçüsü: Calibri 10-11 pt. Ofset kağızı. Ofset çapı.
Bakı – 2023.

Nəşr məhsulunu hazırlayan:
Azərbaycan Respublikasının Təhsil İnstitutu (Bakı ş., A.Cəlilov küç., 86).