

RİYAZİYYAT

DƏRSLİK

8

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$y = x^2$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

β

$$a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$\geq$

a





Azərbaycan Respublikasının Dövlət Himni

**Musiqisi *Üzeyir Hacıbəylinin,*
sözləri *Əhməd Cavadındır.***

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadیرiz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu!
Sinən hər bə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkan!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştəqdir!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!



HEYDƏR ƏLİYEV
AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov

RİYAZİYYAT 8

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə
DƏRSLİK

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi radius_n@hotmail.com və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur.
Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



Radius
Bakı - 2017

Mündəricat

I bölmə

1.1. Rasional ifadələr

Rasional ifadələr	7
Ekvivalent rasional ifadələr	9
Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi.....	10
Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi	14
Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması	17
Rasional ifadələr üzərində əməllər	23
Tam üstlü qüvvət.....	25
$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki.....	29
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	32

1.2. Dördbucaqlılar

Dördbucaqlılar	34
Dördbucaqlının daxili və xarici bucaqları.....	35
Paraleloqram	37
Düzbucaqlı	40
Romb	41
Trapeziya	44
Üçbucağın orta xətti	45
Trapeziyanın orta xətti.....	46
Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları	48
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	49

II bölmə

2.1. İrrasional ədədlər

$y = x^2$ funksiyası və onun qrafiki	52
Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök.....	53
İrrasional ədədlər.....	56
$y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki.....	59
Təqribi kvadrat kök	60
Məsələ həlli. İrrasional ədədlər	61
Hasilin və nisbətənin kvadrat kökü.....	62
Qüvvətin kvadrat kökü.....	64
Kvadrat köklər daxil olan ifadələrin çevrilmələri	65
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	69

2.2. Pifaqor teoremi

Pifaqor teoremi.....	71
Pifaqor teoreminin tətbiqi	74
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	79

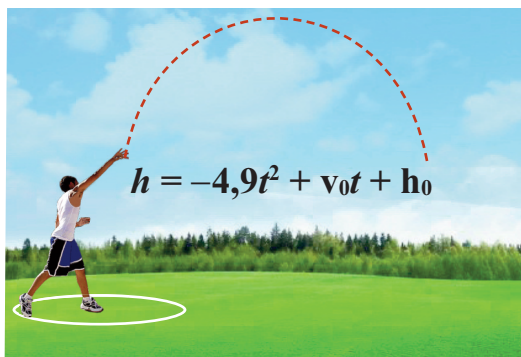
III bölmə

3. 1. Kvadrat tənliklər

Kvadrat tənliklər	81
Natamam kvadrat tənliklər.....	82
Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli	84
Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli	89
Kvadrat tənliyin qrafik üsulla həlli	91
Kvadrat tənliyin kökləri düsturu.....	93
Viyet teoremi.....	97
Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər	100
Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli	101
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	103

3.2. Fiqurların sahəsi

Paraleloqramın sahəsi	105
Üçbucağın sahəsi.....	107
Trapeziyanın sahəsi	110
Rombun sahəsi	113
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	115



IV bölmə

4.1. Rasional tənliklər

Rasional tənliklər	118
Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli	120
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	123

4.2. Fiqurların oxşarlığı

Fiqurların çevrilməsi. Dönmə.	125
Nisbət, tənəsüb	129
Miqyas	131
Mütənəsib parçalar	132
Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar	134
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri	136
Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı	140
Üçbucaqların oxşarlıqlarının tətbiqi	143
Qurma məsələləri	147
Medianların xassəsi	148
Oxşarlıq çevrilməsi, homotetiya	149
Oxşar fiqurların sahəsi	151
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	153



V bölmə

5.1. Bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər	156
Bərabərsizliklərin xassələri	159
Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması	164
Ədədi aralıqlar	166
Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli	168
İkifat bərabərsizliklərin həlli	172
Dəyişənli modul işarəsi daxilində olan sadə bərabərsizliklər	175
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	177

5.2. Triqonometrik nisbətlər

Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər	179
Triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli	182
Triqonometrik eyniliklər	186
İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi	187
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	190

5.3. Məlumatın toplanması və təqdimi

Çoxluqlar üzərində əməllər	192
Məlumatın toplanması	193
Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi	195
Səpələnmiş diaqramı	199
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	201
Mərkəzə meyilli ölçülər və ən böyük fərq	202
Ehtimalın hesablanması	204
Hadisələrin mümkün sayı	206
Asılı olmayan və asılı hadisələr	207
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	210
Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar	212
Özünü yoxlayın	217
Cavablar	219

I

1.1. Rasional ifadələr

1.2. Dördbucaqlılar

Bu fəsildə siz öyrənəcəksiniz:

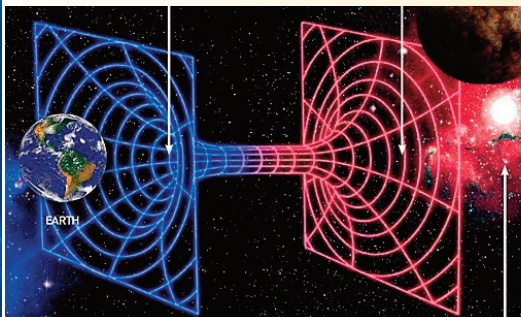
- rasional ifadələri sadələşdirməyi;
- rasional ifadələr üzərində əməlləri yerinə yetirməyi;
- rasional ifadələr qurulmasını tələb edən məsələlər həll etməyi;
- dördbucaqlıları təsnif etməyi;
- paraleloqramların təsnifatını aparmağı;
- paraleloqramların oxşar və fərqli xassələrini araşdırmağı;
- dördbucaqlıların xassələrini tətbiq etməklə məsələlər həll etməyi.

Rasional ifadələr iqtisadiyyatda, tibbdə, nəqliyyatda, kosmik tədqiqatlarda, işıqlandırmada, akustikada və s. kimi müxtəlif sahələrə aid problemlərin həllində geniş istifadə edilir.

Dördbucaqlılar haqqında biliklərdən inşaat, mebel istehsalı, dizayn və s. sahələrdə geniş istifadə etməklə bərabər, gündəlik həyatımızda da onlardan yararlanırıq.

Bu maraqlıdır!

Belçikalı Marsel Tolkovski 21 yaşında ikən brilyantların cilalanması üçün dəqiq riyazi model fikirləşdi. Tolkovski bu modelle elə ölçü nisbətlərini müəyyən etdi ki, daş bu ölçülərə yonulduqda ideal dairəvi formada görünməklə işığı maksimum əksətdirmə keyfiyyətinə - şəffaflığa malik olur. Marsel Tolkovskinin verdiyi riyazi model sayəsində brilyantın cilalanması avtomatlaşdırıldı. İndi Belçika dünyada brilyant emalı sahəsində aparıcı ölkədir.

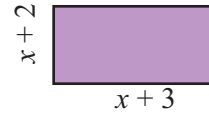


Rasional ifadələr

Araşdırma. Kəmiyyətlərə uyğun ifadələrin oxşar və fərqli cəhətlərini söyləyin.

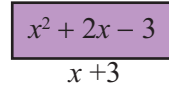
1) Tərəfləri $(x + 2)$ və $(x + 3)$ olan düzbucaqlının sahəsi:

$$(x + 2) \cdot (x + 3) = x^2 + 5x + 6$$



2) Sahəsi $x^2 + 2x - 3$ olan düzbucaqlının uzunluğu $(x + 3)$ olarsa, eni:

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$$



Rasional ifadə

Çoxhədlilərin cəmi, fərqi və hasili çoxhədlidir. Çoxhədlilərin nisbəti isə çoxhədli olmaya da bilər. Məsələn, $(x^4 - 4)$ çoxhədlisinin $(x^2 + 2)$ -yə nisbəti çoxhədlidir, çünki elə çoxhədli var ki, onun $(x^2 + 2)$ ilə hasili $(x^4 - 4)$ -ə bərabər olur:

$$(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) = x^4 - 4.$$

Lakin $(x^4 + 4)$ -ün $(x^2 + 2)$ çoxhədlisinə nisbəti isə çoxhədli deyil. Çünki elə çoxhədli yoxdur ki, onun $(x^2 + 2)$ ilə hasili $(x^4 + 4)$ -ə bərabər olsun.

İki çoxhədlinin nisbətinə rasional ifadə deyilir.

Nümunələr: $\frac{a}{3-b}, \frac{a+b}{b+c}, \frac{2y^3+y^2-1}{4y^2}, \frac{3}{x-5}$

İxtiyari çoxhədlini məxrəci 1 olan kəsr şəklində göstərmək olar. Məsələn,

$$3x^2 + x + 4 = \frac{3x^2 + x + 4}{1}. \text{ Yəni çoxhədli də rasional ifadədir.}$$

Rasional ifadələrin cəmi, fərqi, hasili və nisbəti də rasional ifadədir, yəni surət və məxrəci çoxhədli (xüsusi halda birhədli) olan kəsr şəklində göstərilə bilər.

Dəyişənlərin ifadəni mənalı edən qiymətlərinə dəyişənlərin mümkün qiymətləri (DMQ) deyilir.

Çoxhədli dəyişənin bütün qiymətlərində mənalıdır (yəni dəyişənin istənilən verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini tapmaq mümkündür).

Rasional ifadənin dəyişənlərin bəzi qiymətlərində mənası olmaya bilər.

Məsələn, $\frac{x+3}{x-1}$ ifadəsi $x = 1$ olduqda mənasızdır. Çünki $x = 1$ olduqda məxrəc 0-a bərabər olur.

Sıfıra bölmək olmaz! Ona görə də kəsrin məxrəcində bir və ya bir neçə dəyişən olarsa, bu dəyişənlər məxrəci sıfıra çevirən qiymətlər ala bilməz.

Nümunə: $\frac{3}{x(x-1)}$ rasional ifadəsində dəyişənin mümkün qiymətlərini tapmaq.

x -in hansı qiymətlərində kəsrin məxrəcinin sıfıra çevrildiyini tapmaq üçün $x(x-1) = 0$ tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyin iki kökü var: 0 və 1. Deməli,

0 və 1-dən başqa bütün ədədlər dəyişənin mümkün qiymətləridir.

$\frac{3}{x(x-1)}$ kəsri üçün DMQ $x \neq 0$ və $x \neq 1$ kimi yazılır.

Rasional ifadələr

Öyrənmə tapşırıqları

- 1** Bölmə əməlini kəsr xətti ilə əvəz etməklə ifadələri yenidən yazın.
- a) $(x^2 + 7) : (x - 2)$ b) $(2x + 5) : (x + 1)$ c) $(5x^2 - 1) : (2x - 3)$
- 2** Aşağıdakı ifadələrdən çoxhədliləri seçin və dəftərinizdə yazın.
- a) $2x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x - 7$ b) $\frac{2}{x} - 4x^2 + \frac{1}{2}x + 5$ c) $3x^2 - \frac{1}{4}x + 2$
- 3** Lətif deyir ki, $\frac{x+6}{3}$ ifadəsi rasional ifadə deyildir, lakin $\frac{3}{x+6}$ ifadəsi rasional ifadədir. Siz necə düşünürsünüz? Hər bir ifadədə DMQ-ni göstərin.
- 4** İfadələrdə dəyişən hansı ədədi qiyməti ala bilməz?
- a) $(x + 3) : x$ b) $(x + 5) : (x - 3)$
c) $(a + 5) : (a - 1)$ d) $(x^2 + 2x + 5) : (2x + 1)$
- 5** Dəyişən hansı ədədi qiyməti ala bilməz?
- a) $\frac{2x+1}{x-2}$ b) $\frac{3x^2-3}{x}$ c) $\frac{a^2+1}{a-1}$ d) $\frac{c^3+8}{c+2}$
- 6** y -in qiyməti 3; 1; -1 olduqda $\frac{y-3}{y}$ kəsrinin qiymətini tapın.
- 7** Dəyişənin hansı qiymətində $\frac{x-2}{x-1}$ kəsrinin qiyməti:
- a) 2-yə; b) 0-a; c) -1-ə; d) 0,5-ə bərabər olar?
- 8** Dəyişənin: a) 1; b) -2 qiymətində mənası olmayan rasional ifadə yazın.
- 9** Qatar t saatda s km yol getmişdir. Qatarın V orta sürətini (km/saat ilə) s və t ilə ifadə edin: a) $t = 4$; $s = 180$; b) $t = 1,5$; $s = 120$ olduqda V -ni tapın.
- 10** Durğun sudakı sürəti V km/saat olan motorlu qayıq çayın axını istiqamətində 3 saat yol getdi. Çayın axın sürəti 2 km/saat olarsa, qayığın bu yolu qayıtmağına nə qədər t vaxtı (saatla) tələb olunur?
- a) $V = 14$ km/saat; b) $V = 10$ km/saat olarsa, t -ni tapın.
- 11** Musanın avtomobili magistral yolda hər 1 l benzinlə 12 km, şəhər içində isə 8 km yol qət edir. Avtomobil gün ərzində magistral yolda a litr, şəhər içində isə b litr benzin işlətmişdir. Avtomobilin 1 l benzinlə orta hesabla neçə kilometr yol qət etdiyini göstərən ifadəni yazın.
- 12** Süleymanın akvariumunda qızıl balıqları var. O, akvariumuna 5 papi balığı da atdı. Papi balıqlarının bütün balıqların sayının hansı hissəsini təşkil etdiyini göstərən ifadəni yazın. Süleyman daha sonra akvariumuna 4 neon balığı da atdı. İndi akvariumdakı papi balıqları bütün balıqların sayının hansı hissəsini təşkil edir?



Ekvivalent rasiyal ifadələr

Eyniliklə bərabər (ekvivalent) ifadələr

Dəyişənlərinin bütün mümkün qiymətlərində bərabər qiymətlər alan iki ifadəyə eyniliklə bərabər və ya ekvivalent ifadələr deyilir.

Kəsrin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli eyni bir ədədə vursaq və ya bölsək, kəsrin qiyməti dəyişməz, yəni $b \neq 0, c \neq 0$ olduqda $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ bərabərliyi doğrudur. Bu, verilən kəsr $\frac{c}{c}$ -yə, yəni 1-ə vurmaq deməkdir. Bu isə kəsrin qiymətini dəyişdirmir. Oxşar xassə rasiyal ifadələr üçün də doğrudur.

Rasional ifadənin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli eyni bir ifadəyə vurduqda və ya böldükdə alınan kəsr dəyişənin mümkün qiymətlərində verilənə ekvivalent olur.

Nümunə. $\frac{2}{x}$ və $\frac{2x+2}{x^2+x}$ kəsrlərinin ekvivalent olduqlarını göstərek.

1. $\frac{2}{x}$ kəsrinin surət və məxrəcini $(x+1)$ ifadəsinə ($x \neq -1$) vursaq,

$$\frac{2}{x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x+2}{x^2+x} \quad \text{olar, burada } x \neq 0 \text{ və } x \neq -1.$$

2. $\frac{2x+2}{x^2+x}$ kəsrinin surət və məxrəcini $(x+1)$ ifadəsinə ($x \neq -1$) bölsək,

$$\frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x} \quad \text{olar, burada } x \neq 0 \text{ və } x \neq -1.$$

Diqqət! Ekvivalent ifadələrdə dəyişənin mümkün qiymətləri bərabərliyin sağ və sol tərəfindəki hər iki kəsre nəzərən müəyyən edilməlidir.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər və ya ifadələr yazın ki, ifadələr cütü ekvivalent olsun.

a) $\frac{3}{5}, \frac{\blacksquare}{30}$ c) $\frac{2}{5}, \frac{\blacksquare}{35x}$
b) $\frac{4}{\blacksquare}, \frac{20}{35}$ d) $\frac{x+2}{x-3}, \frac{4x+8}{\blacksquare}$

2 Verilmiş ifadələr cütünün ekvivalent olduğunu yoxlayın. Bu ifadələrdən birinin digərindən necə alındığını izah edin və DMQ-ni göstərin.

a) $\frac{10x}{15x^2}, \frac{2}{3x}$ c) $\frac{2x}{x^2-x}, \frac{2}{x-1}$
b) $\frac{24ax}{18a^2}, \frac{4x}{3a}$ d) $\frac{2(x+1)}{x^2-1}, \frac{2}{x-1}$

3 Verilən kəsrlərin surət və məxrəcini eyni ifadəyə vurmaqla və ya bölməklə ona ekvivalent olan üç kəsr yazın. DMQ-ni göstərin.

a) $\frac{4xy}{6x^2}$ b) $\frac{12x^2y}{18xy}$ c) $\frac{2x}{x^2+x}$ d) $\frac{2x-4}{8x}$

4 $\frac{2x}{x^2-2x} = \frac{2}{x-2}$ Zöhrə deyir ki, bu bərabərlik x -in 2-dən başqa bütün qiymətlərində doğrudur. Siz necə düşünürsünüz?

5 Bir rasiyal ifadəyə ekvivalent bir neçə ifadə yazmaq mümkündür. Məsələn, $\frac{2x}{3}$ ifadəsinə həm $\frac{10x}{15}$, həm də $x \neq 0, x \neq 0,5$ olduqda $\frac{4x^3-2x^2}{6x^2-3x}$ ifadəsi ekvivalentdir. Bu ifadələrin $\frac{2x}{3}$ ifadəsindən necə alındığını göstərin.

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Rasional ifadələri sadələşdirmək üçün: 1. Kəsrin surət və məxrəci (mümkündürsə) vuruqlarına ayrılır; 2. Ortaq vuruq müəyyən edilir; 3. Surət və məxrəc orta q vuruğa bölünür.

Nümunə 1. a) $\frac{2x^2 + 4x}{2x^2} = \frac{\cancel{2x}(x+2)}{\cancel{2x} \cdot x} = \frac{x+2}{x}, x \neq 0,$

b) $\frac{x^2 - 36}{x^2 + 6x} = \frac{(x-6)\cancel{(x+6)}}{x\cancel{(x+6)}} = \frac{x-6}{x}, x \neq -6, x \neq 0$

Nümunə 2.

$$\frac{1-y}{y^2-1} = \frac{(1-y)}{(y-1)(y-1)} = \frac{\cancel{-(y-1)}}{(y+1)\cancel{(y-1)}} = \frac{-1}{y+1} = -\frac{1}{y+1}, y \neq \pm 1.$$

Diqqət! Kəsrin surətinin (və ya məxrəcinin) işarəsini və kəsrin qarşısındakı işarəni dəyişdikdə, verilən kəsre ekvivalent kəsir alınır.

Öyrənmə tapşırıqları

6» İfadələri sadələşdirin.

a) $\frac{aby}{abx}$

c) $\frac{21a(b+3)}{14b(b+3)}$

b) $\frac{-6p}{3q}$

d) $\frac{x(y-3)}{5(y-3)}$

7» Surət və məxrəci vuruqlarına ayırır, kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{y^2-16}{3y+12}$

c) $\frac{x^2+10x+25}{x^2-25}$

b) $\frac{(c+2)^2}{5c^2+10c}$

d) $\frac{3x^2-9yx}{x^2-9y^2}$

8» Sadələşdirin.

a) $\frac{3a-12b}{6ab}$

b) $\frac{15b-10c}{10b}$

c) $\frac{2a+4}{3(a+2)}$

d) $\frac{5xy+15x}{6y+18}$

e) $\frac{10a-10b}{15b-15a}$

9» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{12a^2+8ab}{3ab+2b^2}$

$a=0,5$
 $b=0,2$

b) $\frac{x^2-6xy+9y^2}{2x^2-6xy}$

$x=1,5;$
 $y=-0,5$

10» Dəyişənin mümkün qiymətlərini göstərin və ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2-9}{3x+9}$

b) $\frac{x^2-4}{2x-4}$

c) $\frac{a^2-6a+9}{a^2-9}$

d) $\frac{7y-49}{y^2-49}$

11» $\frac{-x}{-y}; \frac{-x}{y}; \frac{x}{-y}; -\frac{x}{y}$ ifadələrindən hansı:

a) $\frac{x}{y}$ -ə bərabərdir;

b) əks işarə ilə $\frac{x}{y}$ -ə bərabərdir?

12» Hansı rasional ifadənin surət və məxrəcindəki ifadələr eyniliklə bərabər, hansında əks işarə ilə bərabərdir? Kəsrləri sadələşdirin.

a) $\frac{-a+3}{3-a}$

b) $\frac{x^2-1}{1-x^2}$

c) $\frac{y^2-xy-3}{3+xy-y^2}$

d) $\frac{x^2-3+y}{y+x^2-3}$

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

13» Sadələşdirin.

a) $\frac{2x + cx - 2y - cy}{4x - 4y}$

b) $\frac{x^2 + 2ax + a^2}{a^2 + ax - ac - cx}$

14» Qisməti kəsr şəklində yazın və bu kəsri ixtisar edin.

a) $(4x^2 - a^2) : (2x - a)$

b) $(x^3 - 8) : (x^2 + 2x + 4)$

c) $(x^2 + 3x) : (x^3 + 27)$

15» Sadələşdirin.

a) $\frac{3a + 36}{12b + ab}$

b) $\frac{25 - x^2}{3x + 15}$

c) $\frac{2 - 2x}{x^2 - 2x + 1}$

16» Sadələşdirin.

a) $\frac{(2x - 6)^2}{x - 3}$

b) $\frac{(3a + 6)^2}{a + 2}$

c) $\frac{4x^2 - 4}{(2x - 2)^2}$

17» Sadələşdirin.

a) $\frac{a^5 + a^3}{a^4 + a^2}$

b) $\frac{b^6 + b^4}{b^4 + b^2}$

c) $\frac{y^7 - y^4}{y^2 - y^5}$

Üçhədlinin vuruqlara ayrılması və rasiional ifadələrin sadələşdirilməsi

Rasional ifadədə surət və ya məxrəc üçhədli olduqda kəsri ixtisar etmək üçün çoxhədlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsulları tətbiq edilir.

$x^2 + bx + c$ üçhədli üçün hasili c -yə, cəmi isə b -yə bərabər olan m və n ədədləri tapmaq mümkün olarsa, bu halda:

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n).$$

Doğrudan da, $m \cdot n = c$, $m + n = b$ olarsa, $x^2 + bx + c = x^2 + (m + n)x + m \cdot n = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) + n(x + m) = (x + m)(x + n)$ şəklində yazmaq olar. Aydındır ki, b və c tam ədədlər olduqda m və n də tam ədədlərdir və onlar c -nin bölənləri arasında axtarılmalıdır.

Nümunə 1. $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3}$ kəsri ixtisar etmək üçün əvvəlcə surət və məxrəcdəki üçhədliləri vuruqlarına ayırmaq.

$x^2 + 5x + 6$ üçhədli üçün vuruqlarına ayırmaq üçün elə iki müsbət ədəd tapmalıyıq ki, hasili 6, cəmi isə 5 olsun. Bu ədədlər 2 və 3-dür: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$.

6-nın vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 6	7
2 və 3	5

$x^2 + 2x - 3$ üçhədli üçün vuruqlarına ayırmaq üçün elə iki ədəd tapmalıyıq ki, hasili -3 , cəmi isə 2 olsun. Bu ədədlər 3 və -1 olduğundan, $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$.

-3-ün vuruqları	Vuruqların cəmi
-3 və 1	-2
3 və -1	2

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x + 2)(x + 3)}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{x + 2}{x - 1} \quad x \neq -3, x \neq 1$$

$ax^2 + bx + c$ üçhədli üçün ($a \neq 0$) vuruqlara ayırmaq üçün elə iki m və n ədədləri tapmaq ki, $mn = ac$, $m + n = b$ olsun. Onda $ax^2 + bx + c = ax^2 + mx + nx + c = x(ax + m) + (nx + c) = x(ax + m) + \frac{n}{a}(ax + m) = (ax + m)(x + \frac{n}{a})$

Nümunə 2. $\frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3}$ kəsri ixtisar etmək.

$2x^2 + x - 6$ üçün $mn = 2 \cdot (-6) = -12$, $m + n = 1$

$$2x^2 + x - 6 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x(x + 2) - 3(x + 2) = (x + 2)(2x - 3)$$

$$\frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3} = \frac{(x + 2)(2x - 3)}{2x - 3} = x + 2 \quad x \neq \frac{3}{2}$$

-12-nin vuruqları	Vuruqların cəmi
-2 və 6	4
-3 və 4	1

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Öyrənmə tapşırıqları

18» Surət və məxrəci vuruqlarına ayırın və ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2 - 7x + 12}{4x^2 - 12x}$ b) $\frac{x^2 - x - 6}{2x - 6}$ c) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 12}$

d) $\frac{2x^2 + 5x - 3}{4x - 2}$ e) $\frac{3x^2 - x - 2}{x - 1}$ f) $\frac{4x^2 + 5x - 6}{x^2 - 2x - 8}$

19» Çoxhəddlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsullarını tətbiq etməklə kəsrləri ixtisar edin.

a) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1}$ b) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x - 8}$ c) $\frac{x^2 - 6x + 9 - y^2}{x^2 - 3x + xy}$

20» Sadələşdirin və DMQ-ni qeyd edin.

a) $\frac{(x+4)^2 - 4(x+4) + 4}{x^2 - 4}$ b) $\frac{(x+2)^2 - 2(x+2) - 8}{x^2 - 16}$

21» Tapşırığın həllində ən azı bir səhv var. Tapşırığı yenidən yerinə yetirməklə bu səhvləri tapın.

$$\frac{6x^2 - x - 1}{9x^2 - 1} = \frac{(x^2 + 1) - (3x - 1)}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{2x^2 + 1}{3x + 1}, \quad x \neq -\frac{1}{3}$$

22» Aşağıdakı kəsrləri $12a^2b$ məxrəcinə gətirin.

a) $\frac{5b}{6a}$ c) $\frac{2a}{3b}$

b) $\frac{3}{4ab}$ d) $\frac{5b}{12}$

Nümunə. $\frac{3b}{4a}$ kəsri $12a^2b$ məxrəcinə gətirək.

$12a^2b = 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a \cdot b$ olduğundan verilmiş kəsrin surət və məxrəcini $3ab$ -yə (tamamlayıcı vuruğuna) vuraq: $\frac{3b \cdot 3ab}{4a \cdot 3ab} = \frac{9ab^2}{12a^2b}$

23» a) $\frac{7x}{6y}$ kəsri məxrəci $12x^2y^3$ olan kəsir şəklində yazın;

b) $\frac{4}{x-y}$ kəsri məxrəci $y-x$ olan kəsir şəklində yazın;

c) $\frac{a}{a-1}$ kəsri məxrəci a^2-1 olan kəsir şəklində yazın.

24» Sadələşdirin.

a) $\frac{2x-2}{x^2+9x-10}$ b) $\frac{y^2-6y+8}{y^2+3y-10}$ c) $\frac{2x^2+2x-12}{4x^2+12x}$ d) $\frac{3x-6}{2x^2+x-10}$

25» $\frac{x^2+2x-15}{x-3}$ və $(x+5)$ ifadələrinin ekvivalentliyini göstərin. Bu ekvivalentlik üçün hansı şərt ödənilməlidir?

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Tətbiq tapşırıqları

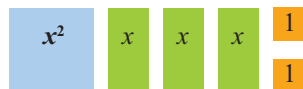
- 26»** Üç hədliləri cəbr kartlarının köməyi ilə vuruqlarına ayırın və rasional ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$

b) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$

c) $\frac{x^2 + 7x + 6}{x + 1}$

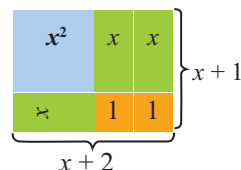
Nümunə: $\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ Verilmiş cəbr kartlarını elə yerləşdirək ki, bir tərəfi $(x + 1)$ olan düzbucaqlı alınsın:



Düzbucaqlının o biri tərəfi $(x + 2)$ olur.

Deməli, $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \frac{\cancel{(x + 1)}(x + 2)}{\cancel{x + 1}} = x + 2$$



- 27»** Düzbucaqlının sahəsi $(x^2 + 5x + 4)$ kvadrat vahid, eni isə $(x + 1)$ vahid olarsa, perimetrini göstərən ifadəni yazın.

- 28»** Kvadrat formalı vərəq üzərində mümkün qədər böyük radiuslu dairə çəkin. Kvadratın tərəfini $2x$ qəbul edin.

- a) Kvadratın və dairənin sahələrinin nisbətini göstərən rasional ifadəni yazın.
b) Dairə kağızın təxminən neçə faizini tutur? Cavabınızı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

- 29»** Torbada n sayda qırmızı kürə, m sayda ağ kürə var. Torbaya bütün kürələrin 2 misli qədər sarı kürə əlavə edildi. Torbadan təsadüfən bir kürə çıxarsanız, onun: a) qırmızı; b) ağ; c) sarı rəngli olması ehtimalını göstərən rasional ifadəni yazın və mümkün olduğu halda sadələşdirin.

- 30»** Rasional ifadənin qurulmasını tələb edən iki məsələ yazın. Məsələlər sahə, hərəkət, ehtimala və s. aid ola bilər.

Yaradıcı tətbiq. Rulondakı kovrolitin uzunluğunu necə hesablamaq olar?

- 31»** Rulonlardakı kovrolitin uzunluğunu müəyyən etmə tapşırığını aşağıdakı addımlarla yerinə yetirin.

1. Kovrolitin büküldüyü silindr formalı kartonun oturacağının radiusunu r , kovrolit rulonun (bütün rulonun) radiusunu R qəbul edin. Rulonun dairəvi üzünün kovrolitli hissəsinin (rulonun en kəsiyinin) sahəsini göstərən ifadəni yazın.

2. Kovrolitin qalınlığını d , bir rulondakı kovrolitin uzunluğunu l qəbul edin. Uzunluğu kovrolitin uzunluğuna, eni isə kovrolitin qalınlığına bərabər olan düzbucaqlının sahəsini tapın.

3. Qalınlığı d olan kovrolitin uzunluğunu (l) göstərən ifadəni yazın. d , l , R , r arasında hansı asılılıq var?



Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi qaydaları adi kəsrlərin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi qaydaları ilə eynidir.

Rasional ifadələrin vurulması. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$, burada A, B, C, D hər hansı çoxhədlilərdir.

Nümunə 1. $\frac{8ab}{5cd} \cdot \frac{6cx}{7ay} = \frac{\cancel{8}ab \cdot 6\cancel{c}x}{5\cancel{c}d \cdot 7\cancel{a}y} = \frac{48bx}{35dy}$

Rasional ifadələrin bölünməsi.

Kəsri kəsre bölmək üçün bölünəni bölənin tərsi olan kəsre vurmaq lazımdır:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Bu qayda bölünən və ya bölən çoxhədli olduğu halda da doğrudur.

Nümunə 2. $\frac{x-2}{x+1} : \frac{x^2-4}{x^2+x} = \frac{x-2}{x+1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2-4} = \frac{(x-2) \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{(x+1)}}{(x+1) \cdot \cancel{(x-2)} \cdot (x+2)} = \frac{x}{x+2}$

Rasional ifadələrin qüvvətə yüksəldilməsi: $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$

Nümunə 3. $\left(\frac{2x^2}{y}\right)^3 = \frac{(2x^2)^3}{y^3} = \frac{2^3(x^2)^3}{y^3} = \frac{8x^6}{y^3}$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Vurma əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{9a}{8b} \cdot \frac{4b}{3}$ b) $\frac{6b^2}{15} \cdot \frac{10}{3b^2}$ c) $\frac{x^2}{21c} \cdot \frac{14c}{xb}$ d) $\frac{9a}{6b} \cdot 12b$

2» Bölmə əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{5a}{4b} : \frac{25a^2}{8}$ b) $\frac{3ab}{4xy^2} : \left(-\frac{21ab}{10x^2y}\right)$ c) $\left(-\frac{6x^2}{m^3n}\right) : \left(-\frac{x}{3mn^2}\right)$

3» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{2ab}{3x} \cdot \frac{6x^2y}{4ax^2} \cdot \frac{6a}{15b}$ b) $\frac{12m^2n^2}{35p^2} \cdot \frac{14n^2}{m^3} \cdot \frac{5mp}{21n^6}$ c) $\frac{3x}{5y^2} : \frac{9x^2}{2y} : \frac{3x}{5y}$

4» Qüvvətə yüksəldin. a) $\left(\frac{x}{2a}\right)^2$ b) $\left(\frac{3a}{b}\right)^3$ c) $\left(\frac{2n^2}{a^3}\right)^2$

5» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left(\frac{8x}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{ab}{4x}\right)^3$ b) $\left(\frac{9y}{c^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{c}{3y}\right)^3$ c) $\left(\frac{2x^2}{3y}\right)^2 : \left(\frac{4x^3}{3y^2}\right)$

6» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $-\frac{5x}{16a^2b} \cdot 12ab^2$ b) $\frac{11a^4}{6b^2} \cdot \frac{5a}{6b^3} : \frac{11b^3}{12a^3}$ c) $-\frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} \cdot \frac{5y}{3x}$

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

7» Vurma əməlini yerinə yetirin.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{x^2 - 2x}{y} \cdot \frac{y^2}{x} & \text{b)} \frac{a-b}{ab} \cdot \frac{3ab}{ab-b^2} & \text{c)} (3x-15y) \cdot \frac{4}{x^2-25y^2} \\ \text{d)} \frac{a}{a^2-4} \cdot (a^2-4a+4) & \text{e)} \frac{c^2-16}{15bc} \cdot \frac{5b}{c+4} & \text{f)} \frac{(x+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{3x+9} \end{array}$$

8» Bölmə əməlini yerinə yetirin.

$$(10x-15y) : \frac{(2x-3y)^2}{2x} \quad \left| \quad \frac{a^2-3ab}{3b} : (7a-21b) \quad \right| \quad (a^2-4b^2) : \frac{5a-10b}{a}$$

9» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{b-a}{a} \cdot \frac{3a}{a^2-b^2} & \text{b)} \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{3a-3b}{a^2+a} & \text{c)} \frac{6a}{x^2-x} : \frac{3ax}{2x-2} \\ \text{d)} \frac{(a+2)^2}{a^2-9} \cdot \frac{2a-6}{2a+4} & \text{e)} \frac{c^2+2c}{c^2-1} : \frac{2c+4}{3c-3} & \text{f)} \frac{(x+1)^2}{2x+4} : \frac{x^2-1}{3x+6} \end{array}$$

10» İfadələri sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini hesablayın.

$$\text{a)} \frac{(x+1)^2}{2x+4} \cdot \frac{4x+8}{x^2-1} \quad x=1,5 \text{ olduqda;} \quad \text{b)} \frac{c^2+3c}{c^2-4} : \frac{2c+6}{c-2} \quad c=-1,5 \text{ olduqda.}$$

11» Sadələşdirin.

$$\frac{x-1}{x^2-x+1} \cdot \frac{x^3+1}{x^2-1} \quad \left| \quad \frac{x+1}{x^2+x+1} : \frac{x^2+2x+1}{x^3-1} \quad \right| \quad \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} : \frac{a^2+ab+b^2}{2a+2b}$$

12» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{2a-8}{3a+3} \cdot \frac{2a^2-4a-16}{a+1} & \text{b)} \frac{2x+4}{x^2-7x+10} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+4x+4} & \text{c)} \frac{a^3+b^3}{-3a+3b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ab-a^2-b^2} \end{array}$$

13» a) $\frac{2}{x}$ kəsrini iki kəsrin hasilı şəklində yazın.

b) $\frac{x^2}{x^2-9}$ kəsrinin $\frac{x}{x-3}$ kəsrinə nisbətini göstərən ifadəni yazın.

Tətbiq tapşırıqları

14» Gülnazın otağının sahəsi $(x^2 + 3x + 2)$ kvadrat vahiddir. Bir qutu boya $(x^2 + 2x + 1)$ kvadrat vahid sahəyə çatır. Bu otağın döşəməsini boyamaq üçün lazım olan boya qutularının sayını göstərən rasiional ifadəni yazın.

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

- 15»** Taxtalar qalınlıqlarına görə çeşidlənərək bloklarla üst-üstə yığılmışdır. Taxtalarının sayı $(2n + 1)$ olan blokun hündürlüyünü $\frac{4n^2 - 1}{n + 2}$ ifadəsi ilə göstərmək olarsa, bu blokdakı taxtaların qalınlığına uyğun ifadəni yazın.



- 16»** Nümunəni araşdırın. İfadələri sadələşdirin. Dəyişənin mümkün qiymətlərini qeyd edin. Dəyişənin ilkin ifadənin məxrəcini sıfıra çevirən qiymətləri ilə sadələşmiş ifadənin məxrəcini sıfıra çevirən qiymətləri eynidirmi?

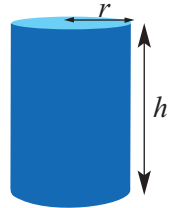
a) $\frac{2x^2 - 10x}{x + 1} \cdot \frac{x + 2}{3x^2 - 15x}$

b) $\frac{x^2 - 14x + 48}{x^2 - 6x} : (x^2 - 8x)$

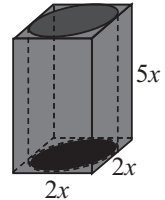
Nümunə: $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} : \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{(x - 3)(x + 3)} : \frac{(x - 4)^2}{(x - 1)(x - 3)} =$
 $= \frac{\cancel{(x - 4)}(x + 4)(x - 1)\cancel{(x - 3)}}{\cancel{(x - 3)}(x + 3)\cancel{(x - 4)}(x - 4)} = \frac{(x + 4)(x - 1)}{(x + 3)(x - 4)} \quad (x \neq \pm 3, x \neq 4, x \neq 1)$

- 17»** Silindr formalı qabın tam səthinin sahəsi $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, həcmi isə $V = \pi r^2 h$ düsturu ilə tapılır. r qabın oturacağının radiusu, h isə onun hündürlüyüdür.

Verilmiş nazik metal təbəqədən hazırlanmış qabın tutumu çox olduqca daha sərfəli sayılır. r və h -in verilmiş qiymətlərində silindr formalı qabın hazırlanmasına sərf olunan metal təbəqənin sahəsini və qabların həcmələrini tapın, müqayisə edin. Hansı daha sərfəlidir:



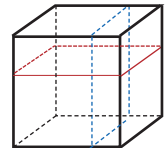
- a) $r = 12$ sm, $h = 16$ sm ölçülü qab;
 b) $r = 16$ sm, $h = 5$ sm ölçülü qab?



- 18»** Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı paralelepipedin və onun daxilinə çəkilmiş silindrin həcmələri nisbətini yazın.

- 19»** Heykəltarış tili x olan kubşəkilli mərmər blokun əvvəlcə üst tərəfindən $\frac{1}{2}$ m qalınlığında, sonra isə yan tərəfindən $\frac{2}{3}$ m qalınlığında təbəqə kəsdi.

- 1) Qalan mərmər blokun həcmi göstərən rasional ifadəni yazın.
 2) Qalan mərmər blokun kütləsi 65 kq olarsa, mərmər blokun ilk kəsimdən əvvəlki kütləsini göstərən ifadəni yazın.

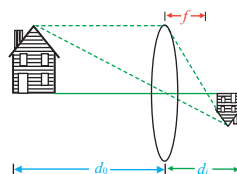


- 20»** Sadələşdirin.

1) $(x - 5) : \frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 + 7x + 12} \cdot \frac{x - 6}{x + 4}$

2) $\frac{a^2 + 11a}{a - 4} : (a^2 + 6a) \cdot \frac{a^2 - 4a}{a + 11}$

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması



Fotoaparatla şəkil çəkərkən şəklın dəqiq olması üçün fokus məsafəsinin (obyektdən gələn paralel işıq şüalarının linzadan keçərək toplandığı fokus nöqtəsindən linzaya qədər olan məsafə) düzgün seçilməsi vacibdir.

Bu məsafəni aşağıdakı düsturla hesablamaq olar.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

f -fokus məsafəsi,
 d_o -obyektdən fotoaparatin linzasına qədər məsafə,
 d_i -fotoaparatin linzasından lentə qədər olan məsafədir.

Təsəvvür edin ki, sizin şəklını çəkmək istədiyiniz obyektədən fotoaparatin linzasına qədər məsafə 50 sm, linzadan lentə qədər məsafə 8 sm-dir. Bu halda fokus məsafəsi nə qədər olacaq?

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması qaydaları adi kəsrlərin toplanması və çıxılması qaydalarına oxşardır.

Məxrəcləri eyni olan rasional ifadələrin toplanması və çıxılması:

$$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{C} = \frac{A \pm B}{C}, \text{ burada } A, B, C \text{ hər hansı çoxhədlilərdir.}$$

Nümunə1.

$$\frac{x^2 - 7}{x - 2} + \frac{3}{x - 2} = \frac{x^2 - 7 + 3}{x - 2} = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2, \quad x \neq 2$$

Məxrəcləri müxtəlif olan rasional ifadələrin toplanması və çıxılması:

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} \pm \frac{BC}{BD} = \frac{AD \pm BC}{BD}, \text{ burada } A, B, C, D \text{ hər hansı çoxhədlilərdir.}$$

Nümunə2. $\frac{x}{x-4} - \frac{4}{x+4}$ fərqlərini tapmaq.

Birinci kəsirin surət və məxrəcini $(x+4)$ -ə, ikinci kəsirin surət və məxrəcini isə $(x-4)$ -ə vurmaqla ortaq məxrəcə gətirək, daha sonra çıxmanı yerinə yetirək.

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-4} - \frac{4}{x+4} &= \frac{x(x+4)}{(x-4)(x+4)} - \frac{4(x-4)}{(x+4)(x-4)} = \frac{x(x+4) - 4(x-4)}{(x-4)(x+4)} = \\ &= \frac{x^2 + 4x - 4x + 16}{x^2 - 4^2} = \frac{x^2 + 16}{x^2 - 16}, \quad x \neq \pm 4 \end{aligned}$$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$ b) $\frac{x}{6} + \frac{a-x}{6}$ c) $\frac{a+c}{a} + \frac{a-c}{a}$ d) $\frac{x+3}{y} + \frac{2-x}{y}$

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

2» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a-2}{8} + \frac{2a+5}{8} - \frac{3-a}{8}$ b) $\frac{3x-2y}{2x} + \frac{5x-3y}{2x} - \frac{x-5y}{2x}$

3» Sadələşdirin.

a) $\frac{16}{x-4} - \frac{x^2}{x-4}$ b) $\frac{25}{b+5} - \frac{b^2}{b+5}$ c) $\frac{y-3}{y^2-64} + \frac{11}{y^2-64}$
d) $\frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{a^2-9}$ e) $\frac{x^2+4}{x+2} + \frac{4x}{x+2}$ f) $\frac{a^2-6a}{a-3} + \frac{9}{a-3}$

4» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{x^2+1}{x-2} - \frac{5}{x-2}$, $x=98$ olduqda; b) $\frac{a-7}{a^2-9} + \frac{4-2a}{a^2-9}$, $a=3,1$ olduqda.

5» Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

a) $\frac{2y}{y-1} + \frac{2}{1-y}$ b) $\frac{a^2-8a}{a-4} - \frac{16}{4-a}$ c) $\frac{x^2}{(x-2)^2} - \frac{4}{(2-x)^2}$

6» İsbat edin ki, DMQ-də ifadənin qiyməti dəyişənin qiymətindən asılı deyildir.

a) $\frac{3x+1}{2x-3} + \frac{x+4}{3-2x}$ b) $\frac{5x-8}{4x-8} - \frac{3x-8}{8-4x}$ c) $\frac{a^2+1}{a^2-1} + \frac{2}{1-a^2}$

7» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$ b) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ c) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ d) $\frac{8b+y}{4b} - \frac{6y+b}{3y}$
e) $3a - \frac{a}{3}$ f) $\frac{x-2}{2} - x + \frac{x+2}{2}$ g) $\frac{a^2+c}{a} - a$
h) $p - \frac{p^2-1}{p}$ i) $\frac{(a-b)^2}{a} + 4b$ j) $a+b - \frac{a^2+b^2}{a+b}$

8» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x}$ b) $\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1}$ c) $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y+2}$

9» a) İki ədədin cəmi 20, bu ədədlərə tərs olan ədədlərin cəmi isə $\frac{5}{24}$ -dir. Bu ədədlərin hasilini tapın.

b) x və $x+2$ ardıcıl cüt ədədlərdir. Bu ədədlərə tərs olan ədədlərin fərqi $\frac{1}{12}$ olarsa, verilmiş ədədlərin hasilini tapın.

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

Ən sadə ortaq məxrəcin tapılması

Bir çox hallarda kəsrlərin məxrəclərindəki ifadələrin hasilindən daha sadə ortaq məxrəc tapmaq mümkün olur. Məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəc taparkən əvvəlcə hər bir kəsirin məxrəcini vuruqlara ayırmaq lazımdır.

Ən sadə ortaq məxrəc hər bir kəsirin məxrəcindəki əmsalların ən kiçik ortaq bölməni və hər bir vuruq ən böyük qüvvət üstü ilə götürülməklə məxrəclərdəki müxtəlif vuruqların hasilinə bərabərdir.

Nümunə 1. $\frac{7x}{15y^2}$ və $\frac{y}{18xy}$ kəsrlərini toplayaq. $15y^2 = 3 \cdot 5y^2$; $18xy = 2 \cdot 3^2 \cdot x \cdot y$
 Ən sadə ortaq məxrəc:
 $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot x \cdot y^2 = 90xy^2$

Bu kəsrlərin hər birini məxrəci $90xy^2$ olan ekvivalent kəsrlər şəklində yazaraq və toplanmanı yerinə yetirək.

$$\frac{7x}{15y^2} + \frac{y}{18xy} = \frac{7x \cdot 6x}{15y^2 \cdot 6x} + \frac{y \cdot 5y}{18xy \cdot 5y} = \frac{42x^2}{90xy^2} + \frac{5y^2}{90xy^2} = \frac{42x^2 + 5y^2}{90xy^2}$$

Nümunə 2. $\frac{x+12}{4x-16}$ və $\frac{x+4}{2x-8}$ kəsrlərinin fərqlərini tapaq.

$$\begin{aligned} \frac{x+12}{4x-16} - \frac{x+4}{2x-8} &= \frac{x+12}{4(x-4)} - \frac{x+4}{2(x-4)} = \frac{x+12}{4(x-4)} - \frac{2(x+4)}{2 \cdot 2(x-4)} \\ &\text{məxrəcləri vuruqlarına ayıraraq} \quad \text{ən sadə ortaq məxrəc: } 4(x-4) \\ &= \frac{(x+12) - 2(x+4)}{4(x-4)} = \frac{x+12-2x-8}{4(x-4)} = \frac{-x+4}{4(x-4)} = \frac{-(x-4)}{4(x-4)} = -\frac{1}{4} \\ &\text{ortaq məxrəcə gətirək və oxşar hədləri islah edək} \quad \text{kəsri ixtisar edək} \\ &\text{surətdəki mötərizələri açaq} \end{aligned}$$

10 Kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəci yazın.

$$\frac{1}{6a^2b} \text{ və } \frac{1}{4ab^3} \quad \left| \quad \frac{1}{x^2-2x} \text{ və } \frac{1}{(x-2)^2} \quad \left| \quad \frac{2}{a^2-a} \text{ və } \frac{1}{a^2-1} \right.$$

11 Əməlləri yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{5a-3}{3a} + \frac{a+2}{2a} \quad \text{b) } \frac{x+6}{14x} + \frac{2x-9}{21x} \quad \text{c) } \frac{2b+1}{4b} - \frac{3b-2}{6b}$$

12 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$$\frac{b}{a^2} + \frac{1}{a} \quad \left| \quad \frac{5a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2} \quad \left| \quad \frac{2xy-1}{2x^3} - \frac{3y+4}{3x^2} \quad \left| \quad \frac{b}{2x} - \frac{b}{x^2} \right.$$

13 Əməlləri yerinə yetirin.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x}{3(a-1)} - \frac{x}{4(a-1)} \quad &\text{b) } \frac{a}{2(a+2)} - \frac{a}{4(a+2)} \quad &\text{c) } \frac{3x}{2(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} \\ \text{d) } \frac{b}{a(a-b)} - \frac{a}{b(a-b)} \quad &\text{e) } \frac{x}{2x+2} - \frac{x}{3x+3} \quad &\text{f) } \frac{x}{5x-10} + \frac{x}{3x-6} \end{aligned}$$

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

14» Sadələşdirin.

$$\text{a) } \frac{x+5}{5x-25} - \frac{3x+5}{x^2-25} \quad \text{b) } \frac{y-8}{4y-16} + \frac{4}{y^2-4y} \quad \text{c) } \frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2}$$

15» Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{a^2-9}{3a-9} - \frac{(a+3)^2}{3a+9} \quad \text{b) } \frac{(y+5)^2}{y^2+5y} + \frac{(y-5)^2}{y^2-5y} \quad \text{c) } \frac{y^2+4y+4}{y^2-4} - \frac{y^2-4}{y^2+4y+4}$$

16» Sadələşdirin.

$$\text{a) } \frac{1}{x^2+xy} + \frac{1}{xy+y^2} \quad \text{b) } \frac{1}{x^2-xy} - \frac{1}{xy-y^2} \quad \text{c) } \frac{a+6}{a^2-4} - \frac{2}{a^2+2a}$$

17» Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini hesablayın.

$$\text{a) } \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x-1}{x^2+x} \quad x=3 \quad \text{b) } \frac{2}{c^2-4} - \frac{1}{c^2-2c} \quad c=0,5$$

olduqda; olduqda.

18» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{4}{x+1} - \frac{3}{x-1} + \frac{8}{x^2-1} \quad \text{b) } \frac{a}{a-2} - \frac{1}{a+2} + \frac{a^2}{4-a^2} \quad \text{c) } \frac{4k-12}{k^2+k-12} + \frac{k}{k+4}$$
$$\text{d) } \frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x^2+3x} - \frac{x+1}{x^2-9} \quad \text{e) } \frac{2}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} - \frac{x+3}{x^2-1}$$

19» Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{9-a^2} \quad \text{b) } \frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} \quad \text{c) } \frac{10a-12}{2a-6} + \frac{6a}{6-2a}$$
$$\text{d) } \frac{b-16}{2b-12} - \frac{-3b+8}{2b-12} \quad \text{e) } \frac{15x}{5x+1} + \frac{-3}{-1-5x} \quad \text{f) } \frac{2}{x+7} - \frac{-5}{x+7}$$

20» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} \quad \text{b) } \frac{7}{6a^2} + \frac{5}{3a} \quad \text{c) } \frac{x^2-1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x-1} \quad \text{d) } \frac{18}{y^2-9} + \frac{3}{3-y}$$
$$\text{e) } \frac{3a+3}{6-3a} - \frac{a+2}{a^2-4} \quad \text{f) } \frac{1-x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x+1} \quad \text{g) } \frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{x+4}{x^2+3x-4}$$

21» a) Dəyişəni n ilə işarə edərək, birinin $n = -1$, digərinin isə $n = 2$ qiymətində mənası olmayan iki rasional ifadə yazın və onları toplayın.

b) Dəyişənin -1 və 2 qiymətlərində mənası olmayan iki müxtəlif rasional ifadə yazın və onların fərqini tapın.

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

22» İsbat edin ki, DMQ-də ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyildir.

a) $\frac{4x+5}{2x-1} + \frac{6x+4}{1-2x}$ b) $\frac{5x+1}{x-4} + \frac{x+17}{4-x}$ c) $\frac{3x+5}{2x+2} + \frac{4x+1}{3x+3}$

23» $\frac{a \pm b}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$ eyniliyindən istifadə edərək, verilmiş ifadəni iki rasioal ifadənin cəmi və ya fərqi şəklində göstərin.

a) $\frac{a+3}{b}$ b) $\frac{x^2-3}{x}$ c) $\frac{12a+x}{6ax}$

Tətbiq tapşırıqları

24» Fermer yeni doğulmuş buzovların kütləsinin az olmasından narahatdır. O, hər bir buzovun kütləsini həftədə m kiloqram artırmaq məqsədilə onları xüsusi rejimlə bəsləməyə başladı. Lakin fermer bu rejimlə buzovların kütləsinin həftədə $(m+2)$ kq artdığını müşahidə etdi. Fermer müəyyən müddətdən sonra buzovların kütlə artımını orta hesabla 20 kq-a çatdırmaq istəyir. Bu məlumatlara görə aşağıdakı məsələləri həll edin.

1) $\frac{20}{m}$ və $\frac{20}{m+2}$ kəsrləri hansı məlumatı ifadə edir?

2) Fermerin məqsədinə çatmaq üçün planlaşdırdığı müddət ilə faktiki müddətin (həftə saylarının) fərqi göstərən ifadəni yazın və sadələşdirin.

25» Qədim Misirdə yalnız surəti vahid olan $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ kəsrlərindən istifadə edirdilər. Digər kəsrləri isə bu kəsrlərin köməyiylə ifadə edirdilər.

Məsələn, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ kimi. Aşağıdakı ifadələri də sadələşdirdikdə surəti vahidə bərabər olan rasional ifadə alınmalıdır. Bunu yoxlayın.

a) $\frac{5x+6}{10x^2+12x} - \frac{2x}{8x^2}$ b) $\frac{3x-2}{9x^2-6x} + \frac{4x}{24x^2}$ c) $\frac{2x+1}{4x^2+2x} - \frac{3x}{9x^2}$

26» Verilənlərə görə fiqurların perimetrini göstərən ifadəni yazın.

27» Düzbucaqlının: a) uzunluğuna;
b) perimetrinə uyğun ifadəni yazın.

$S = x^2 - 4$

 $\left. \vphantom{\frac{x^2 - x - 2}{x + 1}} \right\} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1}$

28» a) $\frac{a-b}{b} = 3$ olarsa, $\frac{a^2-b^2}{b^2}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

b) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 4$ olarsa, $\frac{6ab}{2a+b}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

- 29» a) k -nin neçə tam qiymətində $\frac{2k^2 - 3k + 6}{k}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?
 b) m -in neçə tam qiymətində $\frac{4m - 8}{m^2 - 3m + 2}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?

- 30» Kalkulyatorun iş prinsipinin düzgünlüyünə əmin olmaq üçün müxtəlif alqoritmlərdən istifadə edilir. Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ekvivalent ifadələrin qiymətləri yoxlanılır.
 Verilən ifadələr cütündə ikinci ifadənin birinciyə ekvivalent olduğunu isbat edin.

$$1) \frac{A}{B} + \frac{C}{D}; \quad \frac{\frac{AD}{B} + C}{D} \quad 2) AB + DG + EF; \quad \left[\frac{\left(\frac{AB}{D} + G \right) D}{F} + E \right] F$$

- 31» 1) Samir, Gülər və Orxan $\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5}$ ifadəsini çoxhədli ilə kəsrin cəmi və ya fərqi şəklində göstərmək istəyirlər. Onlardan hansının cavabı doğrudur?

Samir

$$(x + 5) + \frac{7x}{x + 5}$$

Gülər

$$(x + 12) + \frac{35}{x - 5}$$

Orxan

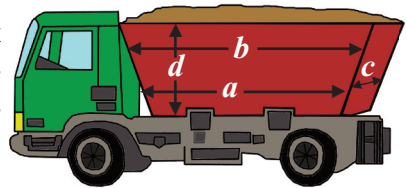
$$(x + 8) + \frac{4x + 15}{x - 5}$$

- 2) Siz isə $\frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$ ifadəsini çoxhədli ilə kəsrin cəmi və ya fərqi şəklində göstərin.

- 32» A-dan B-yə qədər yolun s km-i yoxuş, $2s$ km-i enişdir. Piyadanın yoxuşdakı sürəti v km/saat, enişdəki sürəti isə $2v$ km/saatdır. Piyada A-dan B-yə gedib qayıtmağa nə qədər t vaxtı (saatla) sərf edər?

- 33» Yeni tikiləcək bina üçün inşaat sahəsindəki tullantılar təmizlənməli və sahə təməl qoyulması üçün hazırlanmalıdır.

Tullantılar şəkildə göstəriləndiyi kimi bir yük maşını ilə daşınmalıdır. Maşının yük tutumunu $V = \frac{d(a + b)}{2} c$ düsturu ilə hesabla-
 maq olar.



- 1) Yük maşınının texniki sənədlərində ölçülər $a = 10$ feet, $b = 17$ feet, $c = 4$ feet, $d = 3,5$ feet kimi qeyd edilmişdir. 1 feet $\approx 0,3$ m (feet ABŞ və bir sıra Avropa ölkələrində istifadə edilən uzunluq vahididir) olduğunu nəzərə alaraq, maşının yük tutumunu kubmetrlə ifadə edin.

- 2) Əgər bu sahədə 40 kub metr tullantı varsa, bir yük maşını neçə reysə bu sahəni təmizləyə bilər?

Rasional ifadələr üzərində əməllər

Rasional ifadələr üzərində müxtəlif əməllərə aid nümunələrə baxaq.

Nümunə 1. Əməlləri yerinə yetirin.

$$x + 1 - \frac{1}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x}$$

1. *Vurmaı yerinə yetirək*

$$\frac{1}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x} = \frac{(x-3)(\cancel{x+3})}{(\cancel{x+3}) \cdot x} = \frac{x-3}{x}$$

2. *Alınan nəticəni $x + 1$ ikihədlisindən çıxaraq*

$$x + 1 - \frac{x-3}{x} = \frac{x(x+1) - (x-3)}{x} = \frac{x^2+3}{x}$$

Nümunə 2. Sadələşdirin.

$$\frac{\frac{x^2y^2}{a}}{\frac{x^2y}{a^3}} = \frac{x^2y^2}{a} : \frac{x^2y}{a^3} = \frac{x^2y^2}{a} \cdot \frac{a^3}{x^2y} = \frac{\overset{1}{x^2} \overset{2}{y^2}}{\underset{1}{a}} \cdot \frac{\overset{2}{a^3}}{\underset{1}{x^2} \underset{1}{y}} = a^2y$$

Bölmə əməli ilə ifadə edək *Bölməni yerinə yetirək* *İxtisar edək*

Öyrənmə tapşırıqları

1» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left(\frac{b}{c} - \frac{c}{b}\right) \cdot \frac{bc}{b-c}$

b) $\frac{3a-18}{a^2-25} \cdot \left(1 - \frac{1}{6-a}\right)$

c) $\left(\frac{a}{a+1} + 1\right) : \frac{2a}{a+1}$

d) $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \frac{2ab}{a^2-b^2}$

e) $\frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2+3x}{4x^2-1} : \frac{3+x}{4x-2}$

f) $\frac{2x-y}{xy} - \frac{1}{x+y} \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$

2» Sadələşdirin.

a) $\frac{\frac{m^3}{3n}}{-\frac{m^4}{9n^2}}$

b) $\frac{\frac{x+y}{2x-y}}{\frac{x+y}{2x+y}}$

c) $\frac{\frac{p^3}{2q}}{-\frac{p^2}{4q}}$

d) $\frac{\frac{6y^2-6}{8y^2+8y}}{\frac{3y-3}{4y^2+4y}}$

3» Kəsrlərin surət və məxrəcini eyni ifadəyə vurmaqla sadələşdirin.

a) $\frac{\frac{m+n}{5}}{\frac{m^2-n^2}{5}}$

b) $\frac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}$

c) $\frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1}$

d) $\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$

4» İsbat edin ki, dəyişənin mümkün qiymətlərində ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyildir.

$$\left(\frac{2}{n} + 1\right) \cdot \left(n + \frac{4}{n} - 2\right) : \left(\frac{8}{n^2} + n\right)$$

$$\frac{2}{mn} : \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)^2 - \frac{m^2+n^2}{(m-n)^2}$$

Rasional ifadələr üzərində əməllər

5» Rasional ifadələri sadələşdirin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{(x+y) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)}{(x-y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right)} \quad \text{b) } \frac{\frac{n-3}{n+3} + \frac{n+3}{n-3}}{\frac{4n}{n^2-9}} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}} \end{array}$$

6» Sadələşdirin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{1 - \frac{9}{t}}{1 - \frac{81}{t^2}} \quad \text{b) } \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} \quad \text{c) } \frac{x+4 + \frac{9}{x-2}}{x+6 + \frac{15}{x-2}} \end{array}$$

7» Rasional ifadələri sadələşdirin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{2 - \frac{6}{x}}{1 - \frac{9}{x^2}} \quad \text{b) } \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{t}}{\frac{t}{t+6} - \frac{1}{t}} \quad \text{c) } \frac{\frac{3}{m} - \frac{3}{2m+3}}{\frac{3}{m^2} + \frac{1}{2m+3}} \quad \text{d) } \frac{\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4}}{\frac{x}{x^2-16} + \frac{1}{x+4}} \end{array}$$

8» İfadələrdən hansının qiyməti dəyişəndən asılı deyildir?

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{a}{1 - \frac{3}{a}} + \frac{a}{\frac{3}{a} - 1} \quad \text{b) } \frac{a - \frac{3}{2}}{b} - \frac{a + \frac{2}{3}}{b} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{2} + 2a}{b-1} + \frac{2a + \frac{1}{2}}{1-b} \end{array}$$

Tətbiq tapşırıqları

9» Kəsr şəklində göstərin.

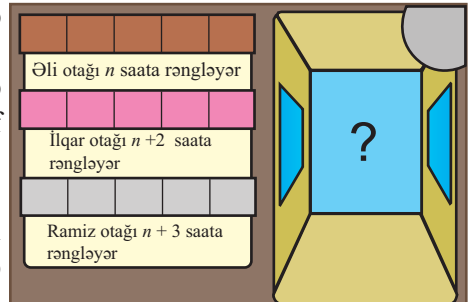
$$\begin{array}{l} \text{a) } 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} \quad \text{b) } 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x}}} \quad \text{c) } 3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{x}}} \end{array}$$

10» $y = \frac{2\pi}{d}$ və $x = dr$ olarsa, y dəyişənini π , r , x dəyişənləri ilə ifadə edin.

11» Əli, İlqar və Ramiz bir otağı nə qədər vaxtda rəngləyə bildiklərini şəkildə göstərildiyi kimi təqdim etmişlər.

a) Onların hər hansı ikisi birlikdə işlədikdə otağı rəngləməyə sərf etdikləri vaxtı göstərən ifadələri yazın. Bütün mümkün variantlara baxın.

b) $n = 3$ olduqda onlardan hansı ikisi birlikdə bu otağı 2 saatda rəngləyə bilər?



Tam üstlü qüvvət

Mənfi tam üstlü qüvvət

10 ədədinin 0; 1; 2 və s. üstlü qüvvətlərini ardıcıl yazaq: $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$

Bu sətirdə hər bir ədəd sonra gələn ədəddən 10 dəfə kiçikdir. Bu sətiri həmin

qayda ilə sola davam etdirsək, 10^0 ədədindən əvvəl $\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$ ədədini,

$\frac{1}{10^1}$ ədədindən əvvəl $\frac{1}{10^2}$ ədədini və s. yazmalıyıq.

$\dots \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$

10^0 ədədindən sağda hər bir qüvvətin üstü sonra gələn qüvvətin üstündən bir vahid kiçikdir. Bu qanuna uyğunluğu 10^0 ədədindən soldakı ədədlər üçün

davam etdirsək, onları 10 ədədinin mənfi üstlü qüvvəti şəklində:

$\frac{1}{10^1}$ əvəzinə 10^{-1} , $\frac{1}{10^2}$ əvəzinə 10^{-2} və s. yazmalıyıq.

Ümumiyyətlə isə, $a \neq 0$ olduqda, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ qəbul edilir.

Doğrudan da, qüvvətin əsas xassəsinin saxlanılmasını nəzərə alsaq, $a \neq 0$ üçün

$a^n \cdot a^{-n} = a^{n+(-n)} = a^0 = 1$ olduğundan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ qəbul etməliyik.

Nümunə. a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ b) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ c) $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = -\frac{1}{64}$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Mənfi tam üstlü qüvvəti kəsrlə əvəz edin.

a) 10^{-4} b) a^{-2} c) $(ab)^{-3}$

2» Kəsri mənfi tam üstlü qüvvətlə əvəz edin.

a) $\frac{1}{10^5}$ b) $\frac{1}{a^3}$ c) $\frac{1}{a}$

3» a) 16; 8; 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$ ədədlərini əsası 2 olan qüvvət şəklində göstərin.

b) $\frac{1}{27}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{3}$; 1; 3; 9; 27 ədədlərini əsası 3 olan qüvvət şəklində göstərin.

4» Hesablayın.

a) 6^{-2} b) $(-1)^{-10}$ c) $(-3)^{-4}$ g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ h) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-3}$
d) -4^{-2} e) $(-4)^{-2}$ f) $(-3)^{-2}$

5» Qüvvətin qiymətini sıfırla müqayisə edin.

a) 7^{-3} b) $1,6^{-4}$
c) $(-3,2)^{-2}$ d) $(-6,1)^{-5}$

6» Doğrudurmu:

a) $a > 0$ və n -tam ədəd olarsa, $a^n < 0$;
b) $a < 0$ və n -mənfi cüt ədəd olarsa, $a^n > 0$;
c) $a < 0$ və n -mənfi tək ədəd olarsa, $a^n < 0$?

7» İfadəni mənfi üstlü qüvvət daxil olmayan kəsr şəklində göstərin.

a) $2 \cdot x^{-3}$ b) $5ab^{-3}$ c) $3 \cdot (x + y)^{-1}$

8» Kəsri hasil şəklində göstərin.

a) $\frac{2}{b^2}$ b) $\frac{3}{x^4}$ c) $\frac{a}{(b-1)^3}$

9» Hesablayın.

a) $10 \cdot 2^{-2}$ b) $3 \cdot 10^{-2}$
c) $2^{-2} + 3^{-1}$ d) $0,5^{-2} + 0,2^{-1}$

10» Sadələşdirin.

a) $(a^{-1} - b^{-1}) \cdot (a - b)^{-1}$

b) $(a - b)^{-2} \cdot (a^2 - b^2)$

Tam üstlü qüvvət

Tam üstlü qüvvətin əsas xassələri

İstənilən $a \neq 0$ və istənilən m və n tam ədədləri üçün

$$\begin{aligned}a^m \cdot a^n &= a^{m+n} \\a^m : a^n &= a^{m-n} \\(a^m)^n &= a^{mn}\end{aligned}$$

İstənilən $a \neq 0$ $b \neq 0$ və istənilən n tam ədədi üçün

$$\begin{aligned}(ab)^n &= a^n \cdot b^n \\ \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n}\end{aligned}$$

Tam üstlü qüvvətlər üzərində aparılan əməllər, natural üstlü qüvvətlər üzərində əməllərin aparıldığı qayda ilə yerinə yetirilir.

Nümunə 1. $a^{-14} \cdot a^{17} = a^{-14+17} = a^3$

Eyni nəticəyə mənfi tam üstlü qüvvətin tərifinə və natural üstlü qüvvətin xassəsinə görə də gəlmək olar:

$$a^{-14} \cdot a^{17} = \frac{1}{a^{14}} \cdot a^{17} = \frac{a^{17}}{a^{14}} = a^3$$

Nümunə 2. $(3a^2b^{-3})^{-2} = 3^{-2} \cdot (a^2)^{-2} \cdot (b^{-3})^{-2} = \frac{1}{9} a^{-4}b^6 = \frac{b^6}{9a^4}$

Öyrənmə tapşırıqları

11» İfadənin qiymətini tapın.

- a) $5^{-2} \cdot 5^4$ b) $2^{-6} \cdot 2^4 \cdot 2^0$ c) $3^5 \cdot 3^{-3}$
d) $2^2 : 2^{-3}$ e) $3^{-2} : 3^{-4}$ f) $(2^3)^{-2} \cdot (2^{-2})^{-4} \cdot (2^{-2})^0$

12» Rəngli xanaların yerinə uyğun gələn ədədləri yazın.

$$\begin{array}{|l|l|l|} \hline a^{\blacksquare} a^4 = a^3 & (a^{\blacksquare})^4 = a^{-8} & (a^2b^{\blacksquare})^4 = a^8b^{-12} \\ \hline (a^3b^6)^{\blacksquare} = \frac{1}{a^9b^{18}} & (b^2)^{-4} = \frac{1}{b^{\blacksquare}} & a^{\blacksquare} \cdot a^8 = a^6 \\ \hline \end{array}$$

13» İfadəni eyni əsaslı qüvvətlərin hasili şəklində göstərin və qiymətini tapın.

- a) $16 \cdot 2^{-3}$ b) $\frac{1}{32} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}$ c) $8^{-1} \cdot 4^2$ d) $9^{-4} \cdot 27^3$

14» Hesablayın. a) $8^{-2} \cdot 4^3$ b) $9^{-2} \cdot 27^2$ c) $\frac{16^{-12}}{4^{-21} \cdot 8^{-3}}$ d) $\frac{3^{-12} \cdot 9^4}{27^{-2}}$

15» Sadələşdirin.

- a) $2ab^{-3} \cdot 5a^{-2}b$ b) $3\frac{1}{3}a^5b^{-16} \cdot 0,6a^{-1}b^{18}$ c) $2,4a^{-5}b^2 : (0,2a^{-3}b^{-2})$

16» Hasilə çevirin. a) $(2^{-3} \cdot b^3)^{-2}$ b) $(6a^{-3}b)^{-1}$ c) $\left(\frac{2}{3}x^{-5}q^2\right)^{-2}$

17» İsbat edin ki, $a \neq 0$, $b \neq 0$ üçün $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

18» Hesablayın.

- a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$ d) $\left(-1\frac{4}{5}\right)^{-3}$

19» Sadələşdirin.

- a) $\frac{9x^{-5}}{y^{-6}} \cdot \frac{y^2}{12x^{-8}}$ b) $\frac{56a^2}{2b^{-4}} : \frac{7a^{-1}}{18b^3}$ c) $\left(\frac{2x^{-1}}{3x^{-2}}\right)^{-2} \cdot 4x^{-1}y$

Tam üstlü qüvvət

Ədədin standart şəkli

Elm və texnikada çox böyük müsbət ədədlərə rast gəlinişi kimi, çox kiçik müsbət ədədlərə də rast gəlinir. Məsələn, Yer in həcmi böyük ədədlə - $108300000000 \text{ km}^3$ -lə, su molekulunun diametri kiçik ədədlə - $0,000000003 \text{ m}$ -lə ifadə olunur. Böyük və kiçik ədədləri adi kəsr və ya onluq kəsr şəklində oxuyub-yazmaq, onlar üzərində hər hansı əməli yerinə yetirmək əlverişli deyil. Belə olan halda ədədi $a \cdot 10^n$ şəklində göstərilir.

Məsələn, $137000 = 1,37 \cdot 10^5$ və ya $0,0000012 = 1,2 \cdot 10^{-6}$

Ədədin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılışı ədədin standart şəkli adlanır.

Burada $1 \leq a < 10$ və n tam ədəddir. a ədədin qiymətli hissəsi, n tərtibi adlanır.

Nümunə. 1) $4350000 = 4,35 \cdot 10^6$ (tərtib 6-dır).
2) $0,00000028 = 2,8 \cdot 10^{-7}$ (tərtib -7-dir).

1» Ədədləri 10-un qüvvəti ilə ifadə edin.

- a) 0,01 b) 10000000 c) 0,000001 d) 0,00000001

2» Ədədləri standart şəkildə yazın.

- a) 48000000 b) 287000 c) 0,0000063 d) 0,00029
e) $57 \cdot 10^4$ f) $682 \cdot 10^7$ g) $0,21 \cdot 10^{-4}$ h) $127 \cdot 10^{-8}$

3» Əməlləri yerinə yetirin.

- a) $(3,5 \cdot 10^4) \cdot (4 \cdot 10^{-3})$ b) $(8,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^7)$ c) $(8,4 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^{-3})$

Nümunə. 1) $(2,5 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^{-8}) = (2,5 \cdot 6) \cdot (10^5 \cdot 10^{-8}) = 15 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-2}$

2) $(8,2 \cdot 10^{-8}) : (4 \cdot 10^{-10}) = (8,2 : 4) \cdot (10^{-8} : 10^{-10}) = 4,05 \cdot 10^2$

4» Ədədləri artan sıra ilə düzün.

- $8,5 \cdot 10^{-1}$ $3,6 \cdot 10^8$ $5,85 \cdot 10^{-3}$ $2,5 \cdot 10^{-1}$ $8,5 \cdot 10^8$

5» Standart şəkildə olmayanları standart şəkildə yazın.

- 1) $50 \cdot 10^{-5}$ 2) $8,1 \cdot 10^{-2}$ 3) 1 200 000 4) $0,2 \cdot 10^3$ 5) $35 \cdot 10^{-6}$

6» Əməlləri yerinə yetirin.

- a) $8,5 \cdot 10^{-6} + 4,2 \cdot 10^{-6}$ b) $2,3 \cdot 10^{-4} - 1,8 \cdot 10^{-4}$
c) $6,3 \cdot 10^{-8} - 1,8 \cdot 10^{-9}$ d) $5,4 \cdot 10^{-7} + 2,3 \cdot 10^{-8}$

Nümunə.

1) $4,5 \cdot 10^{-7} + 8,2 \cdot 10^{-7} = (4,5 + 8,2) \cdot 10^{-7} = 12,7 \cdot 10^{-7} = 1,27 \cdot 10^{-6}$

2) $6,4 \cdot 10^{-3} - 4,1 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4} - 4,2 \cdot 10^{-4} = (64 - 4,2) \cdot 10^{-4} = 59,8 \cdot 10^{-4} = 5,98 \cdot 10^{-3}$

Tətbiq tapşırıqları

7» Dəmirin sıxlığı $7,8 \cdot 10^3 \text{ kq/m}^3$ -dur. Uzunluğu 5 m, eni $8 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ və qalınlığı $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ olan dəmir lövhənin kütləsini tapın.

8» Bir astronomik işıq ili işığın 1 il ərzində keçdiyi yoldur və bu məsafə $9,461 \cdot 10^{12} \text{ km}$ -dir. Bu məsafəni kilometrərlə ifadə edən ədəd neçə rəqəmlidir?

Tam üstlü qüvvət

9» Barel maye halında olan maddələrin (əsasən neftin) həcmnin ölçü vahidi olaraq istifadə edilir. 1 barel neft təxminən 159 l-dir. Mətnə verilmiş məlumatları standart şəkildə yazın. “BTC boru kəməri ilə ötən ilin avqust ayında Türkiyənin Ceyhan terminalından ümumilikdə 2 milyard barel neft yola salınmış oldu. 2014-cü il ərzində BTC vasitəsilə təqribən 34,8 milyon ton (218 milyon barel) xam neft ixrac olunub və bu neft Ceyhanda 362 tankerə yüklənib.” Hər tankerə eyni miqdarda neft yüklənmişsə, bir tankerə neçə barel neft yüklənmişdir?

10» Sağlamlıq. Reyhanın çiçək tozuna qarşı allergiyası var. Çiçək tozunun dənələrinin diametri $1,2 \cdot 10^{-5}$ m ilə $9 \cdot 10^{-5}$ m arasındadır. Reyhangilin evindəki kondisionerin filtri $3 \cdot 10^{-7}$ m-dən böyük olan toz dənələrini tuta bilir. Bu filtr çiçəklərin toz dənələrini (pollenləri) tuta bilirmi?



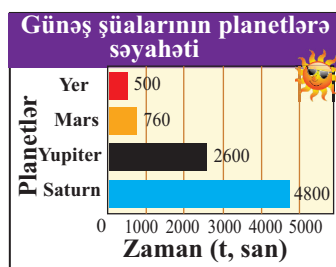
11» Mil ABŞ və Böyük Britaniyada uzunluq ölçü vahidi olaraq istifadə edilir. 1 mil $\approx$ 1,6 km-dir. Işıq saniyədə 186 000 mil və ya $3 \cdot 10^5$ km yol qət edir. Işığın: a) $5 \cdot 10^5$ saniyədə; b) 365 gündə (1 ildə) keçdiyi yolu mil və kilometrə standart şəkildə yazın.

12» Fizika. Maddəni təşkil edən kiçik hissəciklər olan atomun özü də daha kiçik hissəciklərdən ibarətdir. Bunlar proton, elektron və neytrondur: protonun kütləsi $1,67 \cdot 10^{-27}$ kq, neytronun kütləsi $1,68 \cdot 10^{-27}$ kq, elektronun kütləsi $0,0000000000000000000000000000911$ kq-dır. Hansı hissəcik daha yüngüldür?

13» Kompüter. Kompüterin yaddaşının ölçü vahidləri cədvəldə verilmişdir. CD-ROM-un tutumu 700 MB, DVD-ROM-un tutumu isə 4,7 GB-dır. DVD-nin tutumu CD-nin tutumundan neçə dəfə çoxdur?

Kompüterin yaddaşı	
1 kilobayt (KB)	$\approx$ 1000 bayt
1 meqabayt (MB)	$\approx$ 1 milyon bayt
1 gıqabayt (GB)	$\approx$ 1 milyard bayt

14» Astronomiya. Günəş işığının sürəti saniyədə təxminən $3 \cdot 10^8$ m-dir. Barqrafda günəş işığının hər bir planetə çatma müddəti göstərilmişdir. Bu məlumatlara əsasən planetlərlə Günəş arasındakı məsafəni hesablayın.



15» Biologiya. Yeni doğulan körpənin bədənində təxminən 26 000 000 000 hüceyrə, bir gəncin bədənində isə bundan təxminən $1,9 \cdot 10^3$ dəfə çox hüceyrə olur. Gənc insanın bədənində təxminən neçə hüceyrə olur?

16» Qanın tərkibi. Trombositlər qanın laxtalanmasında iştirak edən zərrəciklərdir. Qanın hər millilitrində təxminən $2,7 \cdot 10^8$ trombosit var. a) 6 millilitr qanda neçə trombosit var? b) Yetkinlik yaşında olan insanın bədənində təxminən 5 litr qan olur. Bu yaşda olan insanın bədənində təxminən neçə trombosit var? Uyğun məlumatları standart şəkildə yazın.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Sahəsi 6 sm²-ə bərabər olan düzbucaqlının tərəfləri arasındakı asılılığı araşdıraraq. Uzunluğu x sm, eni y sm qəbul etməklə bu asılılığı $y = \frac{6}{x}$ şəklində yazaq. Verilmiş məsələdə x və y uzunluq ölçülərini ifadə etdiyi üçün yalnız müsbət qiymətlər alır. x -ə qiymətlər verməklə y -in uyğun qiymətlərini tapıb cədvəl tərtib edək. Cədvəldən görünür ki, x -in qiyməti neçə dəfə artırsa, y -in qiyməti bir o qədər dəfə azalır. Yəni y dəyişəni x dəyişəni ilə tərs mütənasibdir.

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

Koordinat müstəvisində koordinatları cədvəldə verilmiş nöqtələri qeyd edək və bu nöqtələri şəkildə göstərildiyi kimi səlis əyri ilə birləşdirək.

Qrafik üzərində götürülmüş istənilən nöqtənin absisi ilə ordinatının (düzbucaqlının eni və uzunluğunun) hasilı sabit qalır və bu halda 6-ya (düzbucaqlının sahəsinə) bərabər olur.

x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılıdırsa, onların verilmiş qiymətlərinə görə bu asılılığın düsturunu müəyyən etmək olar.

Nümunə 1. x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılı olaraq dəyişir. $x = 4$ olduqda, $y = 7$ olur. Bu asılılığı düsturla yazın.

Tərs mütənasib asılı dəyişənlərin uyğun qiymətlərinin hasilı sabit qalır, bu sabiti k ilə işarə etsək, $xy = k$. Verilənləri nəzərə alsaq, $k = 4 \cdot 7 = 28$ olduğundan, uyğun asılılığı $y = \frac{28}{x}$ düsturu ilə ifadə etmək olar.

Dəyişənlərin həm müsbət, həm də mənfi qiymətlər aldığı $y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiyalara baxaq.

Nümunə 2. $y = \frac{8}{x}$ funksiyasının qiymətlər cədvəlini tərtib edək və qrafikini quraq.

x	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8
y	-1	-2	-4	-8	təyin olunmayıb	8	4	2	1

Tərif: $y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiya **tərs mütənasiblik funksiyası** deyilir.

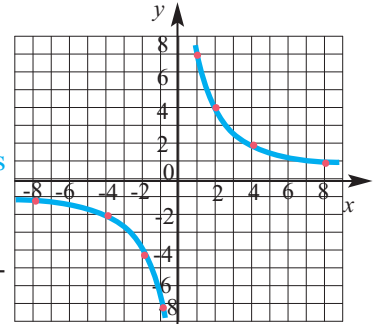
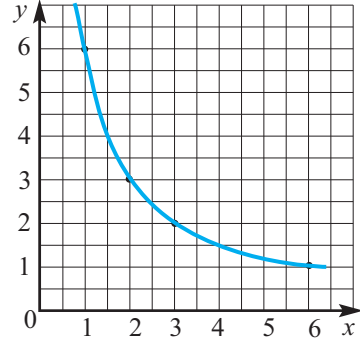
Burada x sərbəst dəyişən, k sıfırdan fərqli ədəddir.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası sıfırdan fərqli bütün ədədlər çoxluğunda təyin olunub: $x \neq 0$.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir. Əgər $A(a;b)$ nöqtəsi $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərindədirsə, $B(-a;-b)$ nöqtəsi də bu qrafikin üzərindədir. $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki **hiperbola** adlanır. Hiperbola iki budaqdan ibarətdir.

$k > 0$ olduqda x və y eynişəxarəli olduğundan hiperbolanın budaqları I və III rüblərdə, $k < 0$ olduqda isə x və y əksişəxarəli olduğundan II və IV rüblərdə yerləşir.

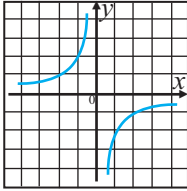
Qrafik üzərindəki nöqtənin absisi mütləq qiymətcə nə qədər böyük olarsa, həmin nöqtə absis oxuna daha yaxın olur.



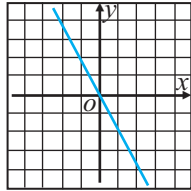
$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Öyrənmə tapşırıqları

- 1» $y = \frac{4}{x}$ funksiyasına uyğun cədvəl tərtib edin və qrafikini qurun.
- 2» $y = \frac{-8}{x}$ funksiyasının qrafikini qurun. Qrafikə görə:
a) x -in 4; 2,5; -2,5-ə bərabər qiymətlərinə uyğun y -in qiymətlərini;
b) y -in 8; -2 qiymətlərində x -in uyğun qiymətlərini tapın.
- 3» x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılı olaraq dəyişir.
a) $y = 24$ olduqda $x = 8$ olur, $x = 6$ olduqda y -i tapın.
b) $y = 2,7$ olduqda $x = 8,1$ olur, $y = 0,9$ olduqda x -i tapın.
c) $x = \frac{1}{2}$ olduqda $y = 16$ olur, $y = 32$ olduqda x -i tapın.
- 4» $A(3; 4)$ nöqtəsinin $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərində yerləşdiyini bilərək, k -nı tapın və funksiyanın qrafikini qurun.
- 5» $A(6; 2)$ nöqtəsi $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərindədir. $B(\text{■}; 4)$, $C(-4; \text{■})$, $D(0,5; \text{■})$ nöqtələrinin də bu qrafikin üzərində yerləşdiyini bilərək, rəngli xanalara uyğun koordinatları yazın.
- 6» Aşağıdakı qrafiklərdən hansı düz, hansı tərs mütənasiblik funksiyasının qrafikidir?
- 7» Hansı düz, hansı tərs mütənasib asılılıqdır, hansı isə heç birinə aid deyil?
- a) $y = 5x$ b) $y = \frac{2}{x}$ d) $y = \frac{1}{2}x$
c) $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{x}$ e) $y = \frac{1}{3}x + 3$



a)



b)

Tətbiq tapşırıqları

- 8» Eyni koordinat müstəvisində $y = \frac{6}{x}$ və $y = 7 - x$ funksiyalarının qrafiklərini qurun və qrafiklərin kəsişmə nöqtələrini tapın.
- 9» İki nəfər tarazlıq taxtası üzərində dayanmışlar. Kütləsi 50 kq olan şəxs taxtanın üzərində tarazlıq mərkəzindən 1,5 m məsafədədir. Kütləsi 60 kq olan şəxs tarazlıq mərkəzindən hansı məsafədə dayansa, tarazlıq təmin edilir?
- 10» a) x və y tərs mütənasib asılıdır, $x = 5$ olduqda $y = 40$ olur. $x = 8$ olduqda y -i tapın. İki kəmiyyət arasındakı asılılığı düsturla yazın.
b) x və y düz mütənasib asılıdır. $x = 5$ olduqda $y = 10$ olur. $x = 20$ olduqda y -i tapın. İki kəmiyyət arasındakı asılılığı düsturla yazın.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

- 11»** Mağazanın vitrin doldurma və bəzəmə işlərini 8 saat ərzində 6 işçi yerinə yetirir. 1) Bu iş üçün bu gün 6 saat ayrılmışdır. Neçə əlavə işçiyə ehtiyac vardır? 2) İşçilərdən 2 nəfəri bu gün işə gəlməmişdir. Qalan işçilər bu işi neçə saata yerinə yetirərlər?

- 12»** Sakinlər qəsəbələrindəki futbol meydançasını təmir etdirmək qərarına gəldilər. Təmir xərcləri üçün 10 000 manat vəsait lazımdır. Nə qədər çox sakin bu plana dəstək verərsə, hər bir ailəyə düşən xərc daha az olar. Bu asılılıq qrafik şəkildə aşağıda verilmişdir.

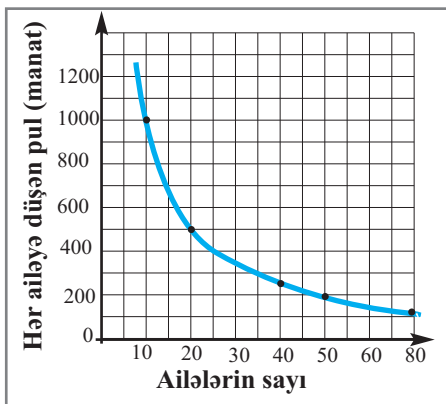
Qrafikə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) Tədbirdə: a) 10 ailə; b) 20 ailə iştirak edərsə, hər bir ailə neçə manat verməlidir?

2) Hər ailə: a) 400 manat; b) 200 manat ödəmək istəyə, tələb edilən vəsaitin yığılması üçün neçə ailə iştirak etməlidir?

3) Qrafik üzərində qeyd edilmiş nöqtələrə uyğun məlumatları cədvəllə təqdim edin. Uyğun tərs mütənəsb asılılığı yazın.

4) (5;2000) nöqtəsinin koordinatlarına uyğun məlumatı təqdim edin.



- 13»** Tərs mütənəsb asılılığa aid məsələləri həll edin. Tərs mütənəsb asılılıqdakı k sabitinin hər bir halda hansı məlumata uyğun gəldiyini söyləyin.

a) Fermadakı mövcud yem ehtiyatı 60 inəyə 10 gün çatır. Fermer 10 inək satdı. Yem indi neçə günə çatır?

b) Sürücü iki məntəqə arasındakı yolu 60 km/saat sürətlə 7 saata qət edə bilər. Lakin o, düşündü ki, 75 km/saat sürətlə hərəkət edərsə, ən azı bir saat yarım vaxta qənaət edir. Sürücünün təxmini doğrudurmu?

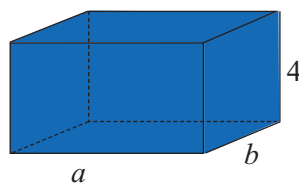
c) Düzbucaqlı şəklindəki bağın eni 14 m, uzunluğu 60 m-dir. Sahəsi eyni olan digər bağın uzunluğu 42 m olarsa, eni neçə metr olar?

- 14»** Hansı asılılıq tərs mütənəsb asılılıqdır?

1) Məktəb şənliyində şagirdlərə 200 manatlıq hədiyyələr alınması planlaşdırılır. Hədiyyələrin sayı onların qiymətindən asılıdır.

2) Nailə institutda nahara gündə 2 manat xərcləyir. Nailənin xərci dərslər günlərinin sayından asılıdır.

- 15»** Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi 8 kub vahiddir. Şəkildə verilənlərə görə b -nin a -dan asılılığını düsturla yazın.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1» Hansı şərtlər daxilində rəasional ifadələrin mənası var?

a) $\frac{2(x-1)}{x^2-x}$ b) $\frac{2d(d+1)}{(d+1)(d-4)}$ c) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-b^2}$

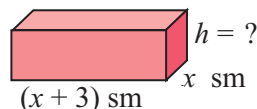
2» A və B çay limanları bir-birindən s km məsafədədir. Bunların arasında durğun suda sürəti V km/saat olan kater hərəkət edir. Çayın axın sürəti 5 km/saat olarsa, katerin A-dan B-yə və əksinə gətməsi üçün nə qədər t vaxtı (saatla) tələb olunur?

a) $s = 60$; $V = 25$; b) $s = 120$; $V = 35$ olduqda t -ni tapın.

3» Elə iki rəasional ifadə yazın ki, dəyişənin: a) -2 ; b) -4 və 2 qiymətlərində bu ifadənin mənası olmasın.

4» Məxrəcində a dəyişəni olan elə rəasional ifadə tərtib edin ki, a -nın bütün qiymətlərində mənası olsun.

5» Düzbucaqlı paralelepipedin oturacağının ölçüləri şəkildə göstərildiyi kimidir. Onun həcmnin $(x^3 + 5x^2 + 6x)$ sm³ olduğunu bilərək hündürlüyünü tapın.



6» Fərhadgilin riyaziyyat müəllimi kəsrlər üzərində əməlləri yerinə yetirərkən şagirdlərin səhvlərini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmişdir. Hər bir hal üçün səhvləri müəyyən edin, düzəldin və izah edin.

a) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab}$ b) $\frac{ac+bc}{c+cd} = \frac{a+b}{d}$ c) $\frac{1}{b-a} = \frac{-1}{a+b}$

d) $\frac{1}{1-\frac{a}{b}} = \frac{1}{a-b}$ e) $\frac{c}{5} - \frac{4-b}{5} = \frac{c-4-b}{5}$

7» $a^2 - 2a - 6 = 0$ olduğunu bilərək, $\frac{a^3+8}{2a+4}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

8» $a = -3$, $b = 0,5$ olduqda $\frac{6-ab^2}{3+b^2} + \frac{2b^2-3a}{3+b^2}$ ifadəsinin qiymətini tapın. Tapşırıqda artıq verilən varmı?

9» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x^2-x-6}{4x+4} \cdot \frac{x+1}{x^2-6x+9}$ b) $\frac{2d+8}{d^2+5d+6} : \frac{d+4}{d^2-4}$

c) $\frac{x^3+5x^2-x-5}{x^2-25} : (x+1)$ d) $\frac{n^3-m^3}{n^2-m^2} \cdot \frac{n^2+2nm+m^2}{n^2+nm+m^2}$

10» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{3}{2x^2+2x} + \frac{2x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x}$ b) $\frac{12}{a^2-9} - \frac{3}{a+3} + \frac{2}{3-a}$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

11» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{k^2 - 4}{k^2 - 2k} - \frac{k^2 - 4}{k^2 + 2k}$ b) $\frac{m^2 - 1}{(m + 1)^2} - \frac{m^2 - 1}{(m - 1)^2}$ c) $\frac{a}{a^2 + 2a} + \frac{a}{a^2 - 2a}$
 d) $a - \frac{a^2 - 1}{a}$ e) $\frac{a^2}{a + 1} - a + 1$ f) $\frac{-3}{a - 6} - \frac{-18}{a^2 - 6a}$

12» Sadələşdirin.

a) $\frac{x + 1}{x + 2} - \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + x}$ b) $\frac{2 - x}{x - 4} + \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x}$

13» $\frac{5}{x^2 + x - 6} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 3}$ eyniliyindən a və b -ni tapın.

14» Samir və Fidan ədəd oxu üzərində verilmiş iki ədədə uyğun nöqtələrdən eyni uzaqlıqda yerləşən nöqtəyə uyğun ədədi tapmağın yollarını axtarırlar. Nəhayət, onlar bunun ədədi ortanı tapmaqla mümkün olduğunu aşkar etdilər. Bu fikrin doğruluğunu müxtəlif nümunələr üzərində göstərin, $\frac{4}{x}$ və $\frac{5}{2x}$ kəsrlərindən eyni uzaqlıqda olan kəsri tapın.

15» Kəsir şəklində göstərin.

a) $yx^{-1} + xy^{-1}$ b) $4 + (4 + m^2) \cdot m^{-1}$ c) $(a + b^{-1}) : (a^{-1} + b)$

16» Sadələşdirin.

a) $\frac{a^3 + a^7}{a^{-3} + a^{-7}}$ b) $\frac{x^2 + x^3 + x^4}{x^{-2} + x^{-3} + x^{-4}}$ c) $\frac{x + 1}{x - 1 - 2x^{-1}}$

17» Sadələşdirin.

a) $\left(1 + \frac{2}{k(k + 3)}\right) \cdot \left(\frac{k + 1}{k + 3}\right)^{-1}$ b) $\left(1 + \frac{1}{n(n + 2)}\right)^{-1} : \frac{n + 2}{n + 1}$

18» Standart şəkildə verilmiş x ədədinin tərtibi 8, y ədədinin tərtibi -5 -dir. xy hasilinin tərtibi neçə ola bilər?

19» k və b -nin hansı qiymətlərində $y = \frac{k}{x}$ hiperbolası və $y = kx + b$ düz xətti:
 a) A(2;1); b) B(-1;2) nöqtəsindən keçir?

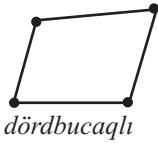
20» Heydər Əliyev Fondunun təşəbbüsü ilə Bakıda keçirilən “Qız Qalası” Üçüncü Beynəlxalq İncəsənət Festivalında video-mapping texnologiyası ilə Qız Qalasının üzərində rəngarəng görüntülər əks edildi. Qız Qalası səthinin 360° görüntülərlə əhatə edilməsi məqsədi ilə abidənin üzərinə 7 müxtəlif nöqtədən 30 proyektor vasitəsi ilə proyeksiyalar salındı.

Proyektorla işıqlandırma zamanı ekrandakı işığın intensivliyi ekrandan işıq mənbəyinə qədər olan məsafənin kvadratı ilə tərs mütənəsibdir: $I = \frac{k}{d^2}$. Burada k sabit kəmiyyətdir, d məsafəni göstərir. A və B proyektorları Qız qalasını eyni intensivlikdə işıqlandırır. A ekrandan 5 m, B isə 8 m məsafədədir. A proyektoru üçün $k = 27$ vahid olarsa, B üçün k əmsalını müəyyən edin.

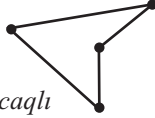


Dördbucaqlılar

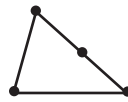
Dörd nöqtədən və onları ardıcıl birləşdirən dörd parçadan ibarət olan figura dördbucaqlı deyilir. Bu halda verilmiş nöqtələrdən heç bir üçü bir düz xətt üzərində olmamalı, onları birləşdirən parçalar kəsişməməlidir. Verilmiş nöqtələrə dördbucaqlının təpələri, onları birləşdirən parçalara isə tərəfləri deyilir.



dördbucaqlı



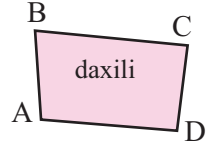
dördbucaqlı deyil



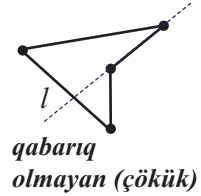
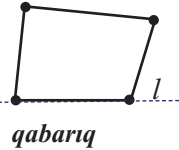
dördbucaqlı deyil

Dördbucaqlının bir tərəfinə aid olan iki təpəsinə onun qonşu təpələri, eyni tərəfə aid olmayan təpələrinə isə qarşı təpələr deyilir. Bir təpədən çıxan tərəflərinə qonşu tərəflər, ortaq ucu olmayan tərəflərə qarşı tərəflər deyilir. Qarşı təpələri birləşdirən parçalara dördbucaqlının diaqonalları deyilir.

Dördbucaqlı aid olduğu müstəvinin nöqtələrini iki çoxluğa ayırır. Bu çoxluqlardan birinin nöqtələri dördbucaqlının daxili oblastını, digərinin nöqtələri isə xarici oblastını əmələ gətirir.

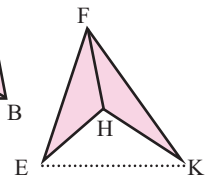
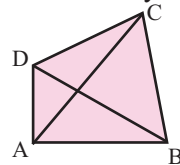


Dördbucaqlının daxili oblastına aid bütün nöqtələr onun istənilən tərəfini özündə saxlayan düz xətdən eyni yarımmüstəvidə yerləşərsə, bu dördbucaqlı qabarıq dördbucaqlı, bu düz xətdən müxtəlif yarımmüstəvilərdə yerləşərsə, qabarıq olmayan (*çökük*) dördbucaqlı adlanır.



Qabarıq dördbucaqlının daxili oblastından götürülmüş istənilən iki nöqtəni birləşdirən parça bütünlüklə dördbucaqlının daxili oblastında yerləşir.

Qabarıq dördbucaqlının diaqonalları onun daxilində yerləşir. Qabarıq olmayan dördbucaqlıda isə diaqonallardan biri onun xaricindədir. Həmçinin qabarıq dördbucaqlının hər iki diaqonalı onu ortaq tərəfli iki üçbucağa ayırır, qabarıq olmayan dördbucaqlının yalnız bir diaqonalı onu tərəfləri ortaq olan iki üçbucağa ayırır.

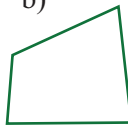


1 Aşağıdakı fiqurlardan hansına dördbucaqlı demək olar?

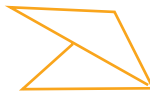
a)



b)



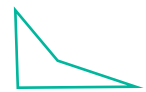
c)



d)



e)

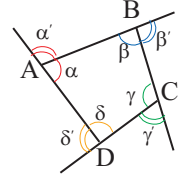


2 Dəftərinizdə qabarıq və qabarıq olmayan dördbucaqlılar və onların diaqonallarını çəkin.

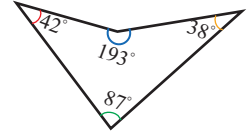
Dördbucaqlının daxili və xarici bucaqları

Daxili və xarici bucaqlar

Qabarıq dördbucaqlının hər hansı bucağına qonşu olan bucağa dördbucaqlının xarici bucağı deyilir. Qabarıq dördbucaqlının hər bir təpəsində onun iki xarici bucağını çəkmək olar və onlar qarşılıqlı bucaqlar olduqlarından bir-birinə bərabərdir. Dördbucaqlının xarici bucağı dedikdə, hər təpədə bu bucaqlardan birini götürəcəyik. Şəkiləki dördbucaqlıda $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ daxili bucaqlar, $\alpha', \beta', \delta', \gamma'$ isə xarici bucaqlardır.

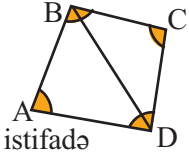


Qabarıq dördbucaqlıda daxili bucaqların hər biri 180° -dən kiçik olur. Qabarıq olmayan dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüsü 180° -dən böyük ola bilər.



Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi

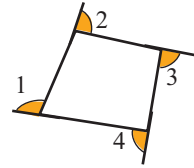
Teorem. Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 360° -yə bərabərdir. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$



Üçbucağın daxili bucaqları cəminin 180° -yə bərabər olmasından istifadə edərək, bu teoremi isbat edin. İsbatı ikisütunlu cədvəl şəklində yazın.

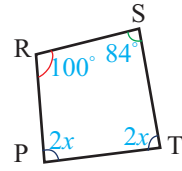
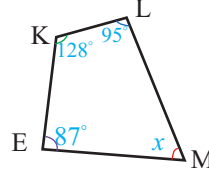
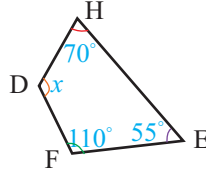
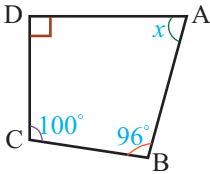
Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi

Teorem. Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi 360° -yə bərabərdir.

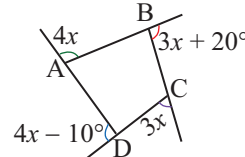


Hər bir təpədəki daxili və xarici bucaqların qonşu bucaqlar olmasından istifadə edərək, teoremi isbat edin.

3 Dördbucaqlıların verilməyən bucaqlarının dərəcə ölçüsünü tapın.



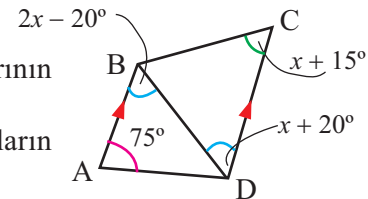
4 ABCD dördbucaqlısının daxili və xarici bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.



- 5** 1) Tərəfləri 5 sm, 7 sm, 8 sm, 11 sm, diaqonalının uzunluğu 13 sm olan dördbucaqlı qurmaq olarmı?
2) Tərəfləri 3 sm, 5 sm, 7 sm, 14 sm, diaqonalının uzunluğu 13 sm olan dördbucaqlı qurmaq olarmı?

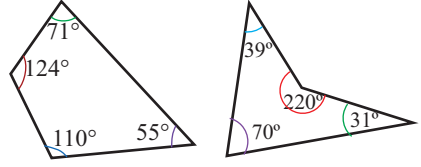
6 Dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

Qeyd. Düz xətlər üzərində ox işarəsi ilə onların paralelliyini qeyd edəcəyik.



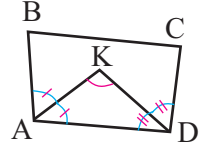
Dördbucaqlının daxili və xarici bucaqları

- 7» Araşdırma.** Xarici bucaqlar haqqında teoremi qabarıq olmayan dördbucaqlılara tətbiq etmək olarmı? Üçbucaq haqqındakı biliklərinizdən istifadə edin.



- 8»** İsbat edin ki, qabarıq dördbucaqlıda iki qonşu təpə bucağının tənbölənlərinin əmələ gətirdiyi bucaqlardan birinin ölçüsü digər iki daxili bucağın ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir.

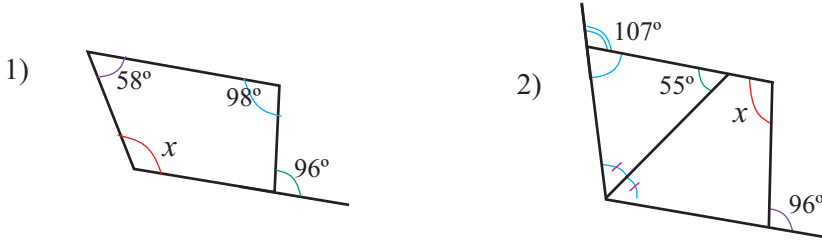
ABCD dördbucaqlısında AK parçası A bucağının, DK parçası isə D bucağının tənböləni üzərindədir.



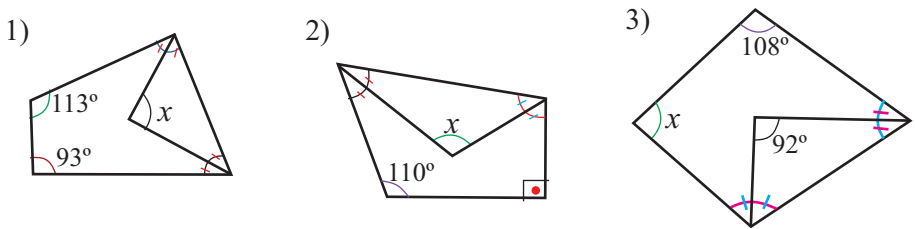
$$\angle K = \frac{\angle B + \angle C}{2} \text{ olduğunu isbat edin.}$$

Göstəriş: $\angle K + \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle D}{2} = 180^\circ$ və $\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle D}{2} = 180^\circ$ bərabərliklərindən istifadə edin.

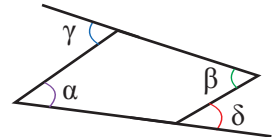
- 9»** Verilən bucaq ölçülərinə görə, x -in qiymətini tapın.



- 10»** Dördbucaqlının iki qonşu təpə bucağının tənböləni çəkilmişdir. Verilən bucaq ölçülərinə görə x -in qiymətini tapın.



- 11»** Qabarıq dördbucaqlıda $\alpha + \beta = \gamma + \delta$ olduğunu isbat edin.



- 12»** 1) Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüləri 1:2:3:4 nisbətindədir. Bu dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarını tapın.

2) Elə qabarıq dördbucaqlı varmı ki, bütün daxili bucaqları: a) iti bucaq; b) düz bucaq; c) kor bucaq olsun?

Paraleloqram

Paraleloqram və onun xassələri

Qarşı tərəfləri cüt-cüt paralel olan dördbucaqlıya paraleloqram deyilir.

$AB \parallel CD, AD \parallel BC$

Teorem 1. Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruyentdir.

$AB \cong CD, AD \cong BC$

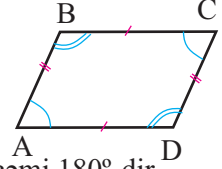
Teorem 2. Paraleloqramın qarşı bucaqları konqruyentdir.

$\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$

Teorem 3. Paraleloqramın qonşu tərəflərindəki bucaqlarının cəmi 180° -dir.

$\angle A + \angle B = 180^\circ, \angle C + \angle D = 180^\circ$

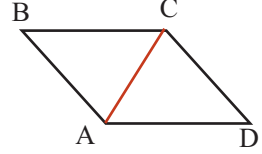
$\angle B + \angle C = 180^\circ, \angle A + \angle D = 180^\circ$



- 1) Teorem 1-in isbatını ikisütunlu cədvəldə nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqla dəftərinizdə tamamlayın.

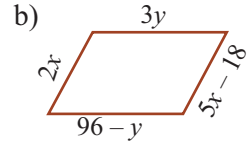
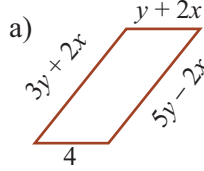
Verilir: ABCD paraleloqramdır.

İsbat edin: $AB \cong CD, AD \cong BC$



Təklif	Əsası
1. ABCD $\square$ -dir.	1. Verilir
2. AC diaqonalını çəkirik	2. İki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçir
3. $AB \parallel CD, AD \parallel BC$	3.
4. $\angle BCA \cong \angle DAC, \angle DCA \cong \angle CAB$	4.
5. $AC \cong AC$	5. Konqruyentliyin xassəsinə görə
6. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$	6.
7. $AB \cong CD, AD \cong BC$	7. Konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləri

- 2) Paraleloqrama aid verilmiş məlumatlara əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlərini tapın.

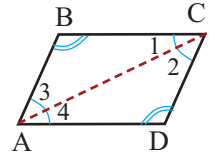


- 3) Teorem 2-ni isbat edin. İsbatı ikisütunlu cədvəl şəklində yazın.

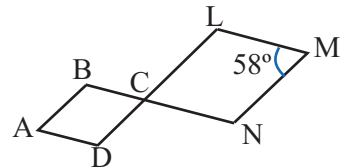
Verilir: $\square ABCD$

İsbat edin: $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$.

İsbat üçün plan: İsbatı Teorem 1-in isbatına oxşar qaydada aparın. Üçbucaqların konqruyentliyindən və paralel düz xətlərin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili çarpaz bucaqların xassəsindən istifadə edin.



- 4) BN və DL parçaları C nöqtəsində kəsişirlər. ABCD və CLMN paraleloqramlardır. $\angle M = 58^\circ$ olduğuna görə: a) $\angle A$ -nın dərəcə ölçüsünü tapın; b) $\angle B$ -nin dərəcə ölçüsünü tapmaq mümkündürmü?

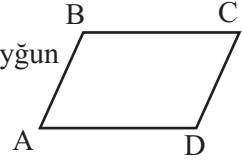


Paraleloqram

5» Teorem 3-ün isbatını iki üsulla yerinə yetirin.

1-ci üsul. İkisütunlu cədvəldə sual işarələrinin yerinə uyğun məlumatları yazmaqla isbatı dəftərinizdə tamamlayın.

Verilir: $\square ABCD$ **İsbat edin:** $\angle A + \angle B = 180^\circ$

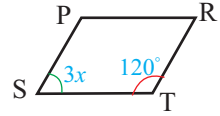


Təklif	Əsası
1. $\angle A \cong \angle C, \angle B \cong \angle D$	1. Paraleloqramın qarşı bucaqlarıdır
2. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = ?$	2. ?
3. $\angle A + \angle B + \angle A + \angle B = ?$	3. Bərabərliyin xassəsi
4. $2(? + ?) = 360^\circ$	4. Vurmanın paylama xassəsi
5. $\angle A + \angle B = 180^\circ$	5. Bərabərliyin xassəsi

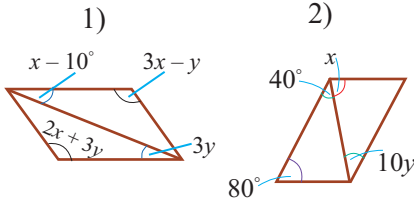
Bu qayda ilə paraleloqramın digər tərəfinə bitişik bucaqlarının da cəminin 180° -yə bərabər olduğunu isbat edin.

2-ci üsul. İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi bucaqların xassəsindən istifadə etməklə isbatı dəftərinizdə yazın.

6» PRTS paraleloqramdır. Verilənlərə görə x dəyişənin qiymətini tapın.

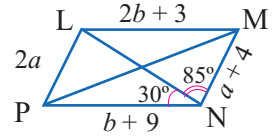


7» Paraleloqrama aid verilmiş məlumatlara əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlərini tapın.



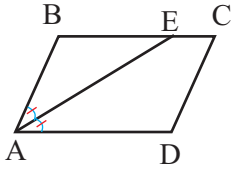
8» PLMN paraleloqramında tələb olunan ölçüləri tapın.

- 1) $\angle PLM$
- 2) $\angle LMN$
- 3) PL
- 4) LM



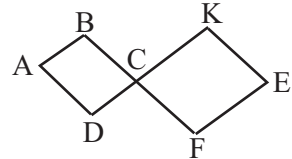
9» ABCD paraleloqramında AE şüası A bucağının tənbölənidir. 1) $AB = 7$ sm, $AD = 12$ sm olarsa, BE və EC-nin uzunluqlarını tapın.

2) $BE = 9$ sm, $EC = 15$ sm olarsa, paraleloqramın tərəflərinin uzunluqlarını tapın.



10» **Verilir:** BF və DK parçaları C nöqtəsində kəsişirlər. ABCD və CDEF paraleloqramdır.

İsbat edin: $\angle A \cong \angle E$.



11» Paraleloqramın təpə bucağının tənböləni onun qarşı tərəfini 55° -li bucaq altında kəsir. Bu paraleloqramın bucaqlarını tapın.

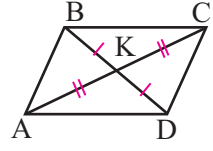
12» Paraleloqramın bucaqlarından biri digərindən 40° böyükdür. Bu paraleloqramın bucaqlarını tapın.

Paraleloqram

Paraleloqramın xassələri

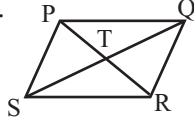
Teorem 4. Paraleloqramın diaqonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. $AK \cong KC$, $BK \cong KD$

Teorem 5. Paraleloqramın diaqonalı onu iki konqruent üçbucağa ayırır. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$



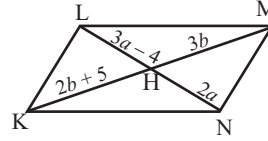
- 13»** a) **Teorem 4-ü** isbat edin; b) **Teorem 5-i** isbat edin.

- 14»** $\triangle TSP \cong \triangle TQR$ olarsa, PQRS dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu isbat edin. İsbatı mətnlə təqdim edin.



- 15»** $\square KLMN$ -də tələb olunan parçaların uzunluqlarını tapın.

- 1) LH 2) LN 3) KH 4) KM



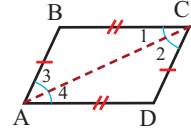
Paraleloqramın əlamətləri

Teorem 1. İki qarşı tərəfi konqruent və paralel olan dördbucaqlı paraleloqramdır.

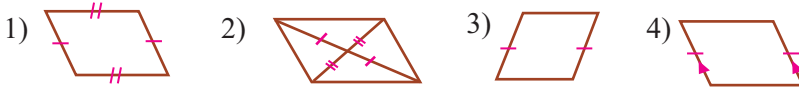
Teorem 2. Qarşı tərəfləri cüt-cüt konqruent olan dördbucaqlı paraleloqramdır.

Teorem 3. Dördbucaqlının diaqonalları kəsişirsə və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürsə, bu dördbucaqlı paraleloqramdır.

- 16»** **Teorem 2-ni** isbat edin. **İsbat üçün plan:** Üçbucaqların konqruentliyindən və düz xətlərin paralellik əlamətindən istifadə edin.

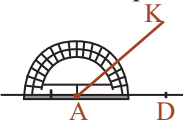


- 17»** Hansı şəkillər üzərində qeyd edilmiş məlumatlar həmin fiqurun paraleloqram olduğunu hökm etməyə imkan verir?

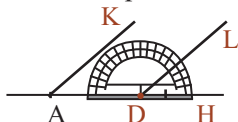


- 18»** Tərəflərinə və bucağına görə paraleloqram qurma addımlarını araşdırın.

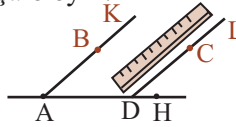
1. A nöqtəsini təpə nöqtəsi qəbul etməklə $\angle KAD$ -ni qurun.



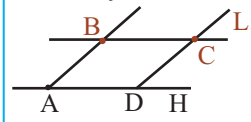
2. D nöqtəsini təpə nöqtəsi qəbul etməklə eyni ölçüdə $\angle LDH$ -i qurun.



3. AK və DL tərəfləri üzərində bərabər parçalar ayırın və işarələyin.



4. Bu nöqtələri birləşdirin. ABCD paraleloqramı qurulmuş oldu.



- 19»** a) $AB = 5$ sm, $AD = 8$ sm, $\angle A = 60^\circ$ olmaqla ABCD paraleloqramını qurun.
b) $AB = 5$ sm, $AD = 8$ sm, $BD = 9$ sm olmaqla ABCD paraleloqramını qurun.

Düzbucaqlı

Düzbucaqlı

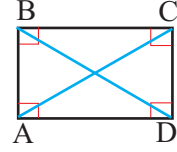
Düzbucaqlı bütün bucaqları düz bucaq olan paraleloqramdır.

Paraleloqramın bütün xassələri düzbucaqlıya da aiddir.

Düzbucaqlının özünəməxsus bir xassəsi də var.

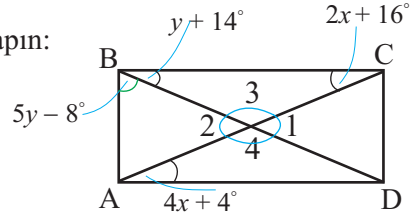
Teorem. Düzbucaqlının diaqonalları konqruyentdir. $AC \cong BD$

Düzbucaqlının əlaməti. Diaqonalları konqruyent olan paraleloqram düzbucaqlıdır.



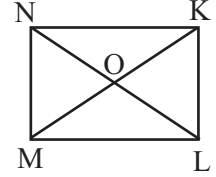
1) ABCD düzbucaqlısında verilənlərə görə tapın:

- 1) x və y -in qiymətlərini;
- 2) $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ bucaqlarını.

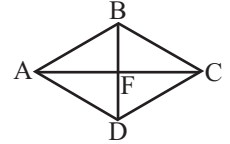


2) MNKL düzbucaqlıdır. Verilənlərə görə sual işarəsinə uyğun ölçüləri tapın.

- 1) $NO = 3x + 4$, $OL = 4x - 3$ olarsa, $OK = ?$
- 2) $ML = 4x - 4$, $NK = 3x + 7$ olarsa, $NK = ?$
- 3) $\angle MNL = 2x - 3$, $\angle LNK = x + 6$ olarsa, $\angle LKM = ?$



- 3) 1) ABCD paraleloqramdır. $\angle BAD$ haqqında hansı məlumat verilsə, bu paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu demək olar?
- 2) ABCD paraleloqramdır. BD və AC haqqında hansı məlumat verilsə, bu paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu demək olar?



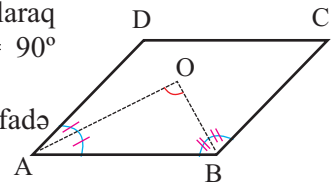
4) Düzbucaqlının bucağının tənböləni onun tərəfini 6 sm və 8 sm parçalara ayırır. Bu düzbucaqlının perimetrini tapın. Mümkün hallara baxın.

5) Yeni məktəbin tikintisi üçün 1,2 ha torpaq sahəsi ayrıldı. Bu sahə uzunluğu 120 m olan düzbucaqlı şəklindədir. Sahənin 1:1000 miqyası ilə planını çəkin.

6) a) Düzbucaqlının bir tərəfinə bitişik bucaqlarının tənbölənlərini çəkin və onlar arasındakı bucağı tapın.

b) ABCD paraleloqramında AO və BO uyğun olaraq $\angle A$ -nın və $\angle B$ -nin tənbölənləridir. $\angle AOB = 90^\circ$ olduğunu isbat edin.

Göstəriş: $\angle A + \angle B = 180^\circ$ bərabərliyindən istifadə edin.



Romb

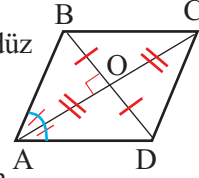
Rombun xassələri

Romb bütün tərəfləri kongruent olan paraleloqramdır.

Paraleloqramın bütün xassələri romba aiddir. Rombun həmçinin aşağıdakı kimi xassələri də var.

Teorem 1. Rombun diaqonalları bucaqlarının tənböləni olub, düz bucaq altında kəsişirlər.

$$\angle BAC = \angle DAC, \angle ABD = \angle CBD; AC \perp BD$$



Teorem 2 (tərs teorem). Diaqonalları perpendikulyar olan paraleloqram rombdur.

Əgər $AC \perp BD$ olarsa, $\square ABCD$ rombdur.

Teorem 1-in isbatı:

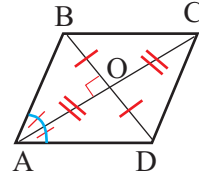
Verilir: ABCD rombdur.

İsbat edin: $\angle BAC = \angle DAC, \angle ABD = \angle CBD; AC \perp BD$

İsbatı (mətnlə): Rombun tərifinə görə $AB \cong BC \cong CD \cong AD$.

Həmçinin ABCD rombu paraleloqramdır və paraleloqramın diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. Buradan $BO = OD$.

$\triangle ABD$ bərabəryanlı üçbucağında AO medianı ($BO = OD$ olduğuna görə) həm tənbölən, həm də hündürlükdür. Deməli, $\angle BAC = \angle DAC$. $\angle BOC$ düz bucaq olduğu üçün $AC \perp BD$. Oxşar qayda ilə göstərmək olar ki, $\angle ABD = \angle CBD$.



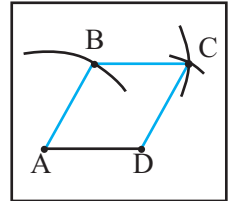
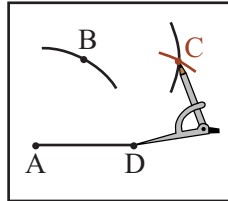
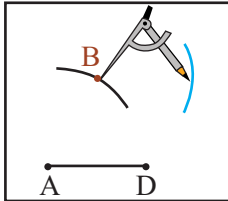
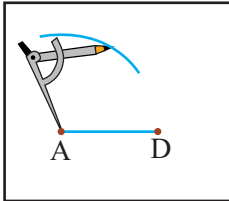
1) Romb qurma addımlarını araşdırın.

AD parçasını çəkin. Pərgarın iti ucunu A nöqtəsində yerləşdirməklə radiusu AD parçasına bərabər olan çevrə qövsü çəkin.

Qövs üzərində hər hansı B nöqtəsini qeyd edin. Mərkəzi B nöqtəsində olub ondan sağda əvvəlki qövslə eyni radiuslu çevrə qövsü çəkin.

Pərgarın vəziyyətini dəyişmədən iti ucunu D nöqtəsində yerləşdirməklə son çəkdiniz qövsü kəsən qövs çəkin. Kəsişmə nöqtəsini C ilə işarə edin.

AB, BC, CD parçalarını çəkin.



2) “Rombun diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər” xassəsindən istifadə etməklə diaqonallarının uzunluqları 3 sm və 5 sm olan romb qurun. Qurma addımlarını müzakirə etməklə müəyyənə bilərsiniz.

Romb

Əgər dördbucaqlı romb və ya kvadratsırsa, aşağıdakı təkliflər doğrudur.

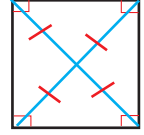
Romb və kvadrat

Romb

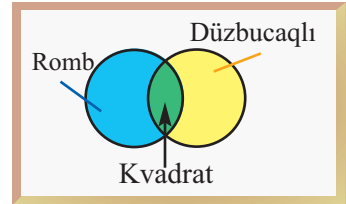
1. Paraleloqramın bütün xassələri romba aiddir.
2. Bütün tərəfləri konqruyentdir.
3. Diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır.
4. Diaqonalları rombun bucaqlarını yarıya bölür.

Kvadrat

1. Düzbucaqlının və rombun bütün xassələri kvadrata aiddir.
2. Bütün bucaqları düz bucaqdır.
3. Bütün tərəfləri konqruyentdir.
4. Diaqonalları konqruyentdir, qarşılıqlı perpendikulyardır, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür, kvadratın bucaqlarının tənbölənidir.



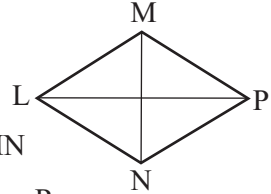
- 2» Venn diaqramında fiqurların xassələrini uyğun hissədə yerləşdirin. Venn diaqramını böyükölçülü kağız üzərində çəkin. Təqdimat hazırlayın.



- 3» Elgün tərəflərinin uzunluğu 18 sm olan dördbucaqlı şəklində taxta parçası kəsdi. Bu taxtanın kvadratşəkilli olduğuna əmin olmaq üçün daha hansı ölçüləri yoxlamaq lazımdır?

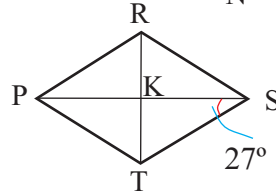
- 4» LMPN rombunda $\angle MLN = \frac{1}{2} \angle LMP$, $MP = 12$

Tapın: 1) $\angle MPL$ 2) $\angle MLN$ 3) $\angle LMP$ 4) MN



- 5» PRST rombunda $\angle TSP = 27^\circ$
 $PK = 5n - 2$ $KS = 3n + 2$,

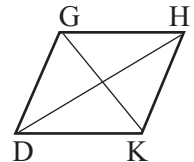
Tapın: 1) $\angle RPK$ 2) $\angle PTS$ 3) $\angle PTK$
 4) PS 5) PK



- 6» İsbatı ikisütunlu cədvəl şəklində yazın.

Verilir: $\triangle DGH$, $\triangle HKD$, $\triangle GHK$, $\triangle GDK$ bərabəryanlı üçbucaqlardır.

İsbat edin: $DH \perp GK$.

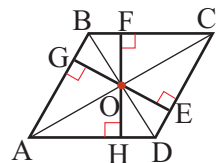


- 7» O nöqtəsi ABCD rombunun diaqonallarının kəsişmə nöqtəsidir. Bu nöqtədən tərəflərə perpendikulyarlar çəkilmişdir.

$OG = OF = OE = OH$ olduğunu isbat edin.

Mərkəzi O nöqtəsində olmaqla OH radiuslu çevrə çəkin.

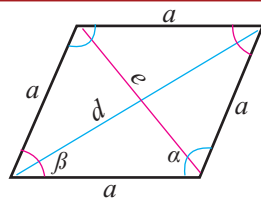
Aldığınız nəticəni yazın.



Romb

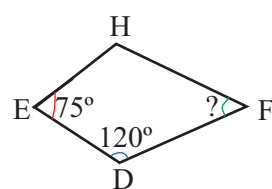
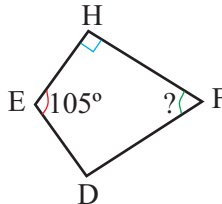
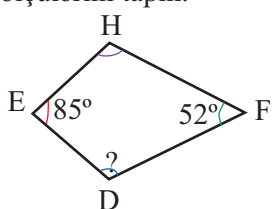
8» Verilən şərtlərə görə romb qurun.

- 1) $a = 50 \text{ mm}$, $\alpha = 110^\circ$ 2) $a = 4 \text{ sm}$, $\beta = 60^\circ$
- 3) $d = 4 \text{ sm}$, $e = 3 \text{ sm}$ 4) $d = 8 \text{ sm}$, $e = 6 \text{ sm}$



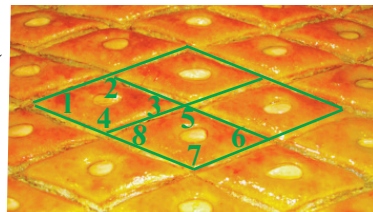
9» **Araşdırma.** Samir romb qurmaq üçün əvvəlcə onun diaqonallarını çəkdi. Samir rombun diaqonallarının qarşılıqlı perpendikulyar olduğunu və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölündüyünü bilir. Qurma zamanı diaqonallardan biri üçün kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünmə şərtinə əməl etməyi unutdu. Lakin alınan fiqurun çərpələng formalı olduğuna çox sevindi. İsbat edin ki, çərpələng formalı dördbucaqlının qarşı bucaqlarından bir cütü bərabərdir.

10» EHFD çərpələng formalı dördbucaqlıdır. Tələb olunan bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.



11» Paxlava konqruent romblar şəklində kəsilir. Paxlava üzərində qeyd olunmuş bucaqlara görə məsələləri həll edin.

- a) İsbat edin ki, $\angle 3$ və $\angle 6$ uyğun bucaqlardır.
- b) İsbat edin ki, $\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$



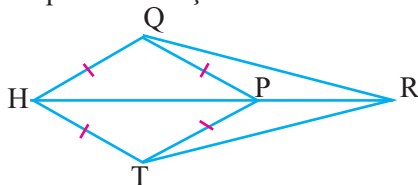
12» a) Bir rombun tərəfi digər rombun tərəfinə konqruentdirsə, bu romblar konqruentdirmi?

b) Bir kvadratin tərəfi digər kvadratin tərəfinə konqruentdirsə, bu kvadratlar konqruentdirmi?

13» Rəşad kvadratşəkilli 400 m^2 torpaq sahəsində ev tikməyə hazırlaşır. O, bu sahənin 1:200 miqyası ilə planını çəkdi. Bu planı siz də çəkin.

14» HQPT rombdur, HP rombun diaqonalıdır. R nöqtəsi HP-nin uzantısı üzərindədir.

$RQ \cong RT$ olduğunu isbat edin.



15» Aşağıdakı fikirlərdən hansı **həmişə** doğrudur, hansı **bəzən** doğrudur, hansı **heç vaxt** doğru deyil?

- 1) Düzbucaqlı paraleloqramdır.
- 2) Paraleloqram rombdur.
- 3) Kvadrat rombdur.
- 4) Kvadrat düzbucaqlıdır.

- 5) Romb kvadratdır.
- 6) Romb düzbucaqlıdır.
- 7) Düzbucaqlı dördbucaqlıdır.
- 8) Düzbucaqlı kvadratdır.

Trapesiya

Trapesiya

Trapesiya yalnız iki tərəfi paralel olan dördbucaqlıdır.

Paralel tərəflər trapesiyanın **oturacaqları**, paralel olmayan tərəflər isə **yan tərəfləri** adlanır.

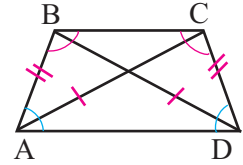
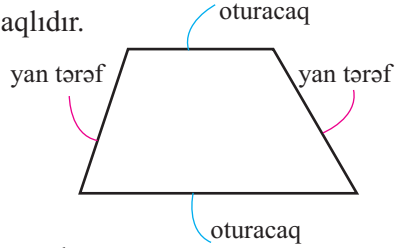
Yan tərəfləri konqruyent olan trapesiyaya **bərabəryanlı trapesiya** deyilir.

Yan tərəflərindən biri oturacağına perpendikulyar olan trapesiyaya **düzbucaqlı trapesiya** deyilir.

Teorem 1. Bərabəryanlı trapesiyanın oturacaqlarına bitişik bucaqları uyğun olaraq konqruyentdir.

$$\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle C$$

Teorem 2. Bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları konqruyentdir. $AC \cong BD$



Teorem 2 - nin isbatı.

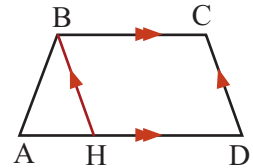
Verilir: ABCD bərabəryanlı trapesiyadır. $AB \cong CD$

İsbat edin: $AC \cong BD$

Təklif	Əsası
$AB \cong CD$	Verilir
$\angle A \cong \angle D$	Teorem 1-ə görə
$AD \cong DA$	$\triangle BAD$ və $\triangle CDA$ üçbucaqlarının ortaq tərəfidir
$\triangle BAD \cong \triangle CDA$	Üçbucaqların konqruyentliyinin TBT əlaməti
$AC \cong BD$	Konqruyent üçbucaqların uyğun tərəfləri

1» Teorem 1-in isbatı üçün plan:

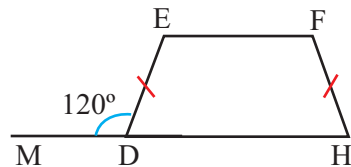
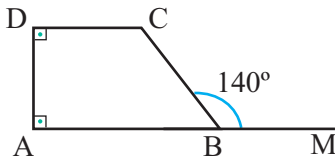
Əvvəlcə BH parçasını elə çəkin ki, BCDH paraleloqramı alınsın. Sonra isə $BH \cong CD$, $BH \cong AB$ olduğunu göstərin. Daha sonra, $\angle A \cong \angle D$ və $\angle ABC \cong \angle C$ olduğunu göstərin.



2» Trapesiyanın daxili bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

1) ABCD trapesiyasının AD yan tərəfi AB oturacağına perpendikulyardır. $\angle CBM = 140^\circ$

2) DEFH bərabəryanlı trapesiyadır. $\angle EDM = 120^\circ$



Üçbucağın orta xətti

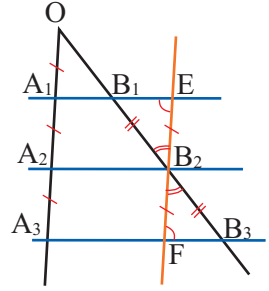
Üçbucağın orta xətti

Fales teoremi. Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın bir tərəfi üzərində konqruent parçalar ayırırsa, digər tərəf üzərində də konqruent parçalar ayırır. $OA_1 \cong A_1A_2 \cong A_2A_3$ olarsa, $OB_1 \cong B_1B_2 \cong B_2B_3$ olar.

İsbatı dəftərinizdə tamamlayın.

İsbatı. B_2 nöqtəsindən OA_3 -ə paralel düz xətt keçirək.

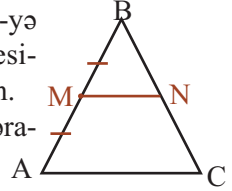
Təklif	Əsası
1. $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$, $A_1A_2 \cong A_2A_3$	1. Verilir.
2. $A_1A_2 \cong EB_2$, $A_2A_3 \cong B_2F$	2.
3. $EB_2 \cong B_2F$	3. $A_1A_2 \cong A_2A_3$
4. $\angle E \cong \angle F$	4.
5. $\angle EB_2B_1 \cong \angle FB_2B_3$	5. Qarşılıqlı bucaqlar
6. $\triangle EB_2B_1 \cong \triangle FB_2B_3$	6. BTB əlaməti
7. $B_1B_2 \cong B_2B_3$	7.



Fales teoreminin şərtində bucağın tərəfləri əvəzinə ixtiyari iki düz xətt götürmək olar. Bu halda nəticə dəyişmir.

Araşdırma. 1) $\triangle ABC$ -də AB tərəfinin M orta nöqtəsindən AC -yə paralel çəkin: $MN \parallel AC$. Hansı fiqurlar alındı? $AMNC$ trapesiyadırmı? Bu trapesiyanın oturacaqlarını ölçün və müqayisə edin.

2) BN və NC parçalarını ölçün və müqayisə edin. $BN = NC$ bərabərliyinin doğruluğunu hökm etmək olarmı?

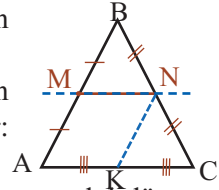


Tərif. Üçbucağın iki tərəfinin orta nöqtələrini birləşdirən parçaya bu üçbucağın orta xətti deyilir.

Teorem. Üçbucağın verilmiş iki tərəfinin ortasını birləşdirən orta xətti üçüncü tərəfə paralel olub, onun yarısına bərabərdir:

$$MN \parallel AC, MN = \frac{AC}{2}$$

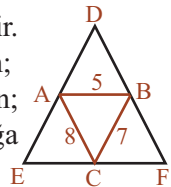
İsbatı. $\triangle ABC$ -nin orta xətti MN olsun. M nöqtəsindən AC -yə paralel düz xətt çəkək. Fales teoreminə görə o, AB parçasının ortasından keçir, yəni MN orta xətti onun üzərindədir. Deməli, MN orta xətti AC tərəfinə paraleldir. İndi NK orta xəttini çəkək. $NK \parallel AB$ olduğundan $AMNK$ dördbucaqlısı paraleloqramdır. Paraleloqramın xassəsinə görə $MN \cong AK$. Fales teoreminə görə $AK \cong KC$. Onda $MN = \frac{AC}{2}$ olar. Teorem isbat olundu.



1) Üçbucağın tərəfləri 4 sm, 6 sm və 8 sm-dir. Təpələri bu üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələri olan üçbucağın tərəflərini tapın.

2) Perimetri 40 sm olan bərabəryanlı üçbucağın orta xətti 5 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərini tapın.

3) A, B, C nöqtələri DEF üçbucağının tərəflərinin orta nöqtələridir.
a) DE, DF, EF tərəflərini tapın; b) $\triangle DEF$ -in perimetrini tapın;
c) $\triangle DEF$ -in perimetrinin $\triangle ABC$ -nin perimetrinə nisbətini tapın;
ç) Üçbucağın orta xətlərinin onu 4 konqruent üçbucağa böldüyünü isbat edin.

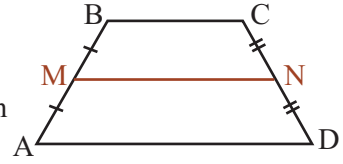


Trapesiyanın orta xətti

Trapesiyanın orta xətti

Trapesiyanın yan tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirən parçaya trapesiyanın orta xətti deyilir.

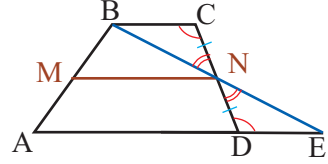
$AM = MB$,
 $CN = ND$,
 MN trapesiyanın orta xəttidir.



Teorem. Trapesiyanın orta xətti oturacaqlara paralel olub onların cəminin yarısına bərabərdir.

$$MN \parallel AD, MN \parallel BC,$$

$$MN = \frac{AD + BC}{2}$$

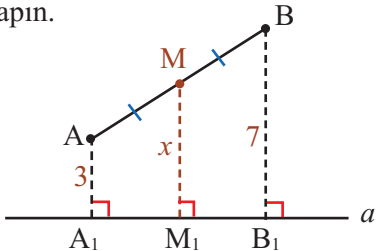


İsbatı: B nöqtəsindən və CD-nin orta N nöqtəsindən düz xətt keçirək və onun AD düz xətti ilə kəsişmə nöqtəsini E ilə işarə edək.

Təklif	Əsası
1. $CN \cong ND$	1. Qurmaya görə
2. $\angle C \cong \angle EDN$	2. Daxili çarpaz bucaqlar
3. $\angle CNB \cong \angle DNE$	3. Qarşılıqlı bucaqlar
4. $\triangle CNB \cong \triangle DNE$	4. BTB əlamətinə görə
5. $BC \cong DE$, $BN \cong NE$,	5. Konqruent üçbucaqların uyğun tərəfləri
6. $MN \parallel AE$, $MN = \frac{AE}{2}$	6. MN parçası $\triangle ABE$ -nin orta xəttidir
7. $MN = \frac{AD + DE}{2}$	7. $AE = AD + DE$
8. $MN = \frac{AD + BC}{2}$	8. $DE \cong BC$

1 Trapesiyanın oturacaqları 0,6 m və 2,4 m-dir. Orta xəttin uzunluğunu tapın.

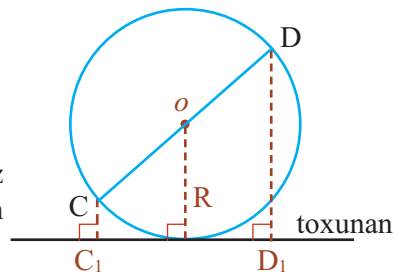
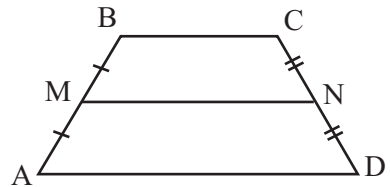
2 a) Parça düz xətt kəsmir. Parçanın uclarının düz xətdən məsafələri 3 sm və 7 sm-dir. Parçanın orta M nöqtəsinin düz xətdən məsafəsini tapın.



b) Parça düz xətt kəsən halda uyğun şəkli çəkin və məsələni həll edin.

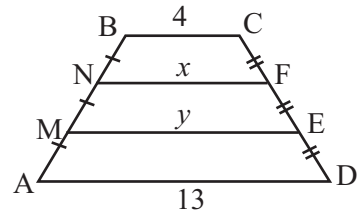
4 Diametrin ucları çevrəyə toxunan düz xətdən 4 sm və 8 sm məsafədədir. Çevrənin radiusunu tapın.

3 Orta xətti $MN = 5$ sm olan ABCD trapesiyasında $BC : AD = 2 : 3$ olarsa, onun oturacaqlarını tapın.

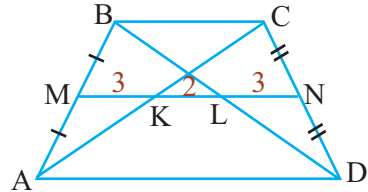


Trapesiyanın orta xətti

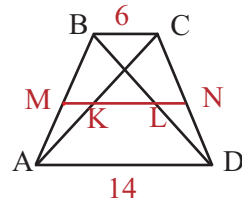
- 5» ABCD trapesiyasının AB yan tərəfi M və N nöqtələri ilə üç konqruent parçaya bölünüb və bölgü nöqtələrindən trapesiyanın oturacaqlarına paralel düz xətlər çəkilib. Verilənlərə görə ME və NF parçalarının uzunluqlarını tapın.



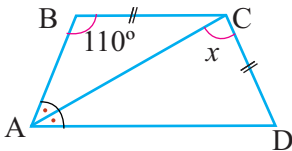
- 6» MN trapesiyanın orta xəttidir. Şəkilə verilənlərə görə trapesiyanın oturacaqlarını tapın.



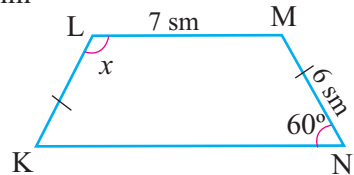
- 7» Oturacaqları 6 sm və 14 sm olan trapesiyanın orta xəttinin diaqonallar arasında qalan KL parçasının uzunluğunu tapın.



- 8» Verilir: ABCD trapesiya
BC = CD
AC tən böləndir.
Tapın: $\angle ACD$

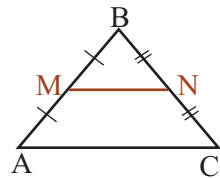


- 9» Verilir: KLMN bərabəryanlı trapesiya $\angle KNM = 60^\circ$,
LM = 7 sm, MN = 6 sm
Tapın: $\angle KLM$ və trapesiyanın orta xəttini

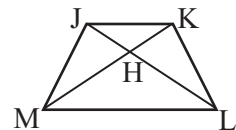


- 10» Bərabərtərəfli üçbucaq çəkin. Bu üçbucağın orta xəttini çəkəndə alınan üçbucaq və trapesiya haqqında fikirlərinizi yazın.

- 11» $\triangle ABC$ -də MN orta xətdir.
AB = 10 sm, BC = 12 sm, AC = 14 sm olarsa, orta xəttin bu üçbucaqdan ayırdığı trapesiyanın perimetrini tapın.

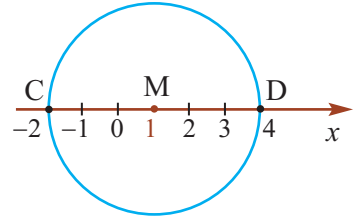


- 12» Nərgizə verilən ev tapşırığı məsələsində $JM \cong KL$ olduğu verilmişdir. Nərgiz MJKL trapesiyasında $\triangle MJL \cong \triangle LKM$ olduğunu isbat etməlidir. Bu məsələni siz də həll edin.



Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları

Araşdırma. Ədəd oxu çəkin. Mərkəzi $M(1)$ nöqtəsində olmaqla radiusu 3 vahid olan çevrə qurun. Çevrənin ədəd oxu ilə kəsişmə nöqtələrini C və D ilə qeyd edin. $(-2 + 4) : 2$ ifadəsinin qiymətini hesablayın. Bu ifadənin qiyməti ilə M nöqtəsinin koordinatı arasında hansı əlaqə var?

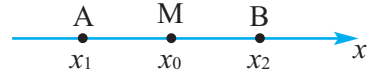


Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları

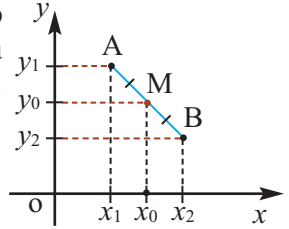
1) Ədəd oxu üzərində $A(x_1)$ və $B(x_2)$ nöqtələri verilir. AB parçasının orta nöqtəsi $M(x_0)$ olsun.

$$AM = MB \quad AM = |x_0 - x_1| \quad MB = |x_2 - x_0|$$

$$\text{şəklə əsasən} \quad x_0 - x_1 = x_2 - x_0 \quad x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$



2) Fales teoreminə görə M nöqtəsi koordinat müstəvisində verilmiş AB parçasının orta nöqtəsidirsə, absis oxu üzərində x_0 -a uyğun nöqtə də uc nöqtələrinin absisləri x_1 və x_2 olan parçanın orta nöqtəsidir.



3) Uc nöqtələri $A(x_1; y_1)$ və $B(x_2; y_2)$ olan AB parçasının $M(x_0; y_0)$ orta nöqtəsinin koordinatları aşağıdakı kimi tapılır:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

AB parçası koordinat oxlarından hər hansı birinə paralel olduqda da bu düsturun doğruluğunu yoxlayın.

1» AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

a) $A(2; 5)$, $B(4; 1)$;

b) $A(-2; 3)$, $B(6; -1)$

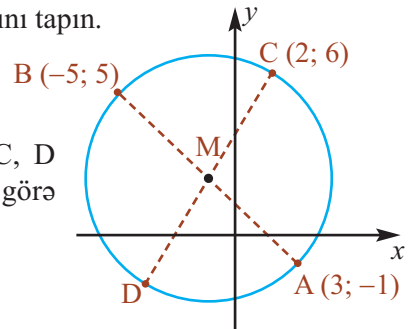
2» M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. Verilənlərə görə B ucunun koordinatlarını tapın. a) $A(2; 1)$, $M(3; 2)$ b) $A(3; -1)$, $M(-1; 1)$

3» Təpələri $A(0; 0)$, $B(0; 4)$ və $C(-6; 0)$ nöqtələrində olan üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələrini tapın.

4» a) $A(2; 3)$ və $C(4; 1)$ nöqtələri $ABCD$ paraleloqramının qarşı təpələridir. Paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

b) $A(1; 3)$, $B(2; 6)$ və $C(5; 7)$ nöqtələri $ABCD$ paraleloqramının təpələridir. D təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

5» Mərkəzi M olan çevrə üzərində A , B , C , D nöqtələri qeyd edilib. Şəkildə verilənlərə görə M və D nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



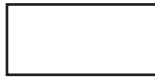
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Aşağıdakı fiqurları və mümkün simmetriya oxlarını dəftərinizdə çəkin. Hər birinin neçə simmetriya oxu var?

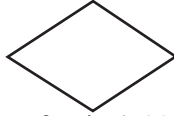
Kvadrat



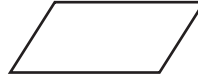
Düzbucaqlı



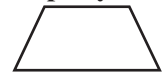
Romb



Paraleloqram



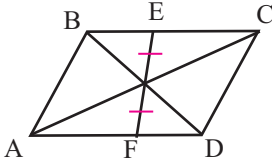
**Bərabəryanlı
trapesiya**



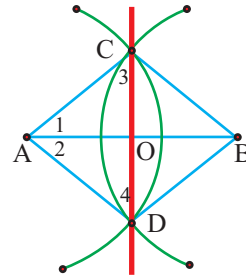
- 2) Paraleloqramın iki bucağının fərqi: a) 80° ; b) 100° olarsa, onun bucaqlarını tapın.

- 3) Perimetri 28 sm olan paraleloqramın diaqonalları onu 4 üçbucağa ayırır. Bu üçbucaqlardan ikisinin perimetrləri fərqi 2 sm-dir. Paraleloqramın tərəflərini tapın.

- 4) İsbat edin ki: 1) paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsindən keçən düz xəttin paraleloqrama aid olan parçası bu nöqtə ilə yarıya bölünür; 2) paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi paraleloqramın simmetriya mərkəzidir.



- 5) Şəkində verilmiş qurmaya görə $\triangle ACB \cong \triangle BDA$ və $\triangle ACD \cong \triangle BDC$. Bu məlumatlardan istifadə edərək, CD-nin AB parçasının orta perpendikulyarı olduğunu isbat edin.

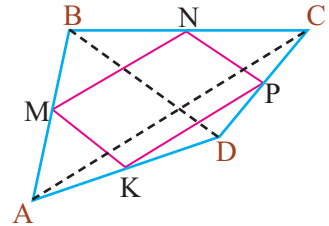


- 6) ABCD dördbucaqlısında M, N, P, K nöqtələri uyğun tərəflərin orta nöqtələridir. a) MN və PK parçalarının qarışılıqlı vəziyyəti haqqında hansı fikir söyləmək olar?

b) MNPK fiqurunu hansı növ dördbucaqlıya aid etmək olar?

c) ABCD dördbucaqlısının diaqonalları

$AC = 8$ sm, $BD = 7$ sm olarsa, MNPK dördbucaqlısının perimetrini tapın.



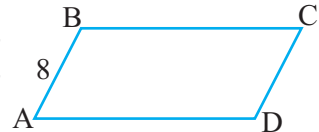
- 7) İsbat edin ki, düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirsəniz, romb alınar və əksinə, rombun tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirsəniz, düzbucaqlı alınar.

- 8) Şəkindəki paraleloqram orta xətti 12 sm, yan tərəfinin uzunluğu isə 8 sm olan iki bərabəryanlı konqruent trapesiyadan quraşdırılmışdır.

1) Paraleloqram üzərində bir xətt çəkməklə bu

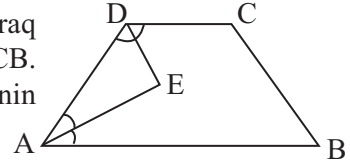
trapesiyaları ayırın. 2) Ayrılan trapesiyaların perimetrlərini tapın.

3) Paraleloqramın perimetrini tapın.

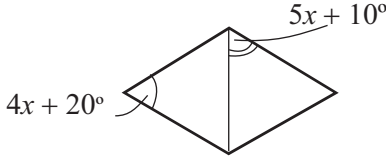


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

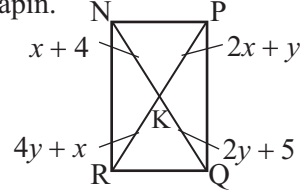
- 9» ABCD trapesiyasında AE və DE uyğun olaraq $\angle DAB$ və $\angle CDA$ -nın tənbölənləridir və $DE \parallel CB$. $AD = 5$ sm, $AB = 12$ sm olarsa, DC -nin uzunluğunu tapın.



- 10» Şəkiləki rombdə verilənlərə görə dəyişəni tapın.



- 11» Verilənlərə görə RNPQ düzbucaqlısının NQ diaqonalının uzunluğunu tapın.



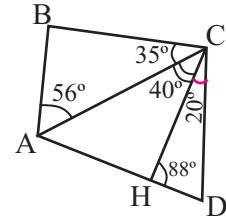
- 12» a) Trapesiyanın perimetri 24 sm, yan tərəfləri 4 sm və 5 sm-dir. Bu trapesiyanın orta xəttini tapın.
b) Trapesiyanın orta xətti onun böyük oturacağıнын $\frac{2}{3}$ hissəsinə bərabərdir. Bu trapesiyanın orta xətti onun kiçik oturacağından neçə dəfə böyükdür?

- 13» Şəklə görə rəngli dairələrin yerinə uyğun müqayisə işarəsini yazın. Fikrinizi əsaslandırın.

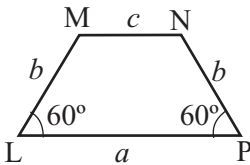
CD ● CH

BC ● AB

AC ● CD

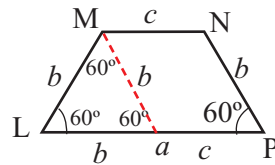


- 14» LMNP bərabəryanlı trapesiyasında $LM + NP = LP + MN$ olduğuna və şəkil üzərində qeyd edilmiş məlumatlara görə $a : c$ nisbətini tapın.

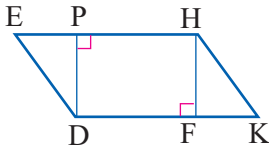


Göstəriş: M təpəsindən NP tərəfinə paralel olmaqla düz xətt çəkin.

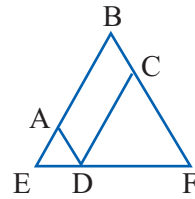
Göstəriş:



- 15» Verilir: $\square DEHK$,
 $FH \perp DK$, $DP \perp EH$
İsbat edin: $\triangle DPE \cong \triangle HFK$



- 16» Verilir: $\square ABCD$, $EB \cong EF$
İsbat edin: $\angle F \cong \angle ADC$



- 17» Təpə nöqtələri $N(1;0)$, $K(3;4)$, $L(5;2)$ olan paraleloqramın dördüncü təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın. Bütün halları araşdırın.

2.1. İrrasional ədədlər

2.2. Pifaqor teoremi

Siz bu fəsildə öyrənəcəksiniz:

- rasiyal və irrasional ədədləri fərqləndirməyi;
- kvadrat kök işarəsi daxil olan ifadələri sadələşdirməyi;
- kvadrat kökalma ilə həll edilən məsələləri həll etməyi.
- Pifaqor teoremini;
- Pifaqor teoreminin tətbiqi ilə praktiki məsələlər həll etməyi.

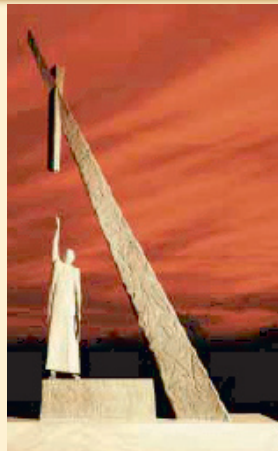
Dənizdə fırtınaların gücünü, qəza anında avtomobilin sürətini hesablama, həmçinin paraşütlə tullandığında enmə yerini müəyyən etmə kimi məsələləri həll etmək lazım gəlir.

Pifaqor teoremi həndəsi məsələlərin həllində ən çox istifadə edilən teoremdir.

Bu maraqlıdır!

Pifaqorun adı daha çox düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri haqqında teoremə görə bizə tanışdır. Yunan alimi Pifaqor b.e.ə. VI əsrdə yaşamış, musiqi, gimnastika, fəlsəfə, həndəsənin də tədris olduğu məktəb yaratmışdır. Bu məktəbdə təhsil alanlar özlərini Pifaqorçular adlandırırdılar. Onlar təbiətdə musiqi və rəqəmlərin harmoniyasının hökmran olduğunu düşünür, irrasional ədədlərin varlığına inanmırdılar.

Şəkildə Pifaqor qum üstündə öz teoremini izah edərkən təsvir edilmişdir.



$y = x^2$ funksiyası və onun qrafiki

Praktik məşğələ. 1) Cədvəli hər biriniz 2-3 dəqiqə ərzində nəzərdən keçirin. Sonra kitabı örtün və bir-birinizə cədvəldən ədədlərin kvadratını hesablama sualları verin. Məsələn, “5-in kvadratı neçəyə bərabərdir?” və yaxud “36 hansı ədədin kvadratıdır?”. Cədvəli əzbər bilib-bilmədiyinizi yoxlayın.

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$
$11^2 = 121$	$12^2 = 144$	$13^2 = 169$	$14^2 = 196$	$15^2 = 225$
$16^2 = 256$	$17^2 = 289$	$18^2 = 324$	$19^2 = 361$	$20^2 = 400$
$21^2 = 441$	$22^2 = 484$	$23^2 = 529$	$24^2 = 576$	$25^2 = 625$

2) Cədvəli tamamlayın.

x	-4	-3	-2	1	0	1		3	
$y = x^2$	16			1	0	1	4		16

3) Koordinat müstəvisində absisləri x -in cədvəldə verilmiş qiymətinə, ordinatları isə y -in uyğun qiymətinə bərabər olan nöqtələri qeyd edin və bu nöqtələri şəkildə göstərildiyi kimi hamar xətlə birləşdirin.

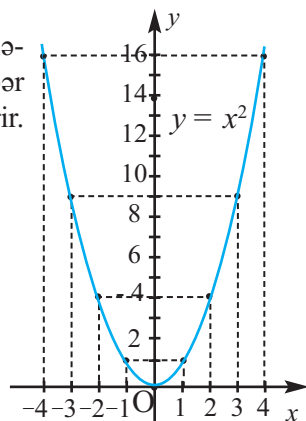
4) x -ə daha bir neçə, məsələn, 1,5; 2,5 və s. qiymətləri verməklə, y -in qiymətlərini tapın və koordinatları uyğun ədədlər olan nöqtələrin də bu xəttin üzərində yerləşdiyini dəqiqləşdirin.

Doldurduğunuz cədvəlin I sətrində x arqumentinin bəzi qiymətləri, II sətrində isə $y = x^2$ düsturu ilə verilən funksiyanın uyğun qiymətləri göstərilmişdir. Bu funksiya x -in bütün qiymətlərində mənalıdır və mənfə olmayan qiymətlər alır.

$y = x^2$ funksiyasının qrafiki

Koordinat müstəvisində absisləri arqumentin qiymətlərinə, ordinatları funksiyanın uyğun qiymətlərinə bərabər olan nöqtələr çoxluğu funksiyanın qrafikini əmələ gətirir.

$y = x^2$ funksiyasının qrafiki **parabola** adlanır. Parabola bütünlüklə yuxarı yarımmüstəvidə (x oxundan yuxarıda) yerləşir və onun yalnız bir nöqtəsi $O(0;0)$ absis oxu üzərindədir. Bu nöqtəyə parabolanın təpə nöqtəsi deyilir. $(-x)^2 = x^2$ olduğundan, qrafikin hər bir $A(x;y)$ nöqtəsinə ordinat oxuna görə simmetrik $B(-x;y)$ nöqtəsi uyğundur. Beləliklə, ordinat oxu $y = x^2$ parabolasının simmetriya oxudur.



Öyrənmə tapşırıqları.

1) M (-2; 4), N (1,2; 1,44), K (3; -9) nöqtələrindən hansılar $y = x^2$ parabolası üzərində yerləşir?

2) $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə görə tapın:

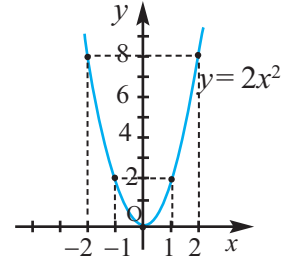
a) $x = 0,8$; $x = 1,5$; $x = -1,5$ olduqda y -in təqribi qiymətini;

b) $y = 2$, $y = 3$, $y = 4,5$ olduqda x -in təqribi qiymətlərini.

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

- 3» $y = x^2$ və $y = 4$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun. x -in hansı qiymətlərində parabola üzərindəki nöqtələr düz xətdən: a) yuxarıda; b) aşağıda yerləşir?
- 4» x -in bir neçə elə qiymətlərini göstərin ki, $y = x^2$ funksiyasının qiyməti: a) 9-dan böyük olsun; b) 9-dan kiçik olsun.
- 5» $A(2;4)$ nöqtəsi ilə: a) ordinat oxuna nəzərən; b) absis oxuna nəzərən; c) koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olan nöqtənin koordinatlarını yazın.
- 6» $y = 2x^2$ funksiyasının qrafikini qurma addımlarını araşdırın və a) $y = 3x^2$; b) $y = -2x^2$
c) $y = \frac{1}{2} x^2$ funksiyalarının qrafiklərini qurun.

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



- 7» <http://go.hrw.com/math/midma/gradecontent/manipulatives/GraphCalc/graph-Calc.html> internet ünvanında a -ya müsbət və mənfi qiymətlər verməklə $y = ax^2$ funksiyasının qrafikini qurun. a -nın işarəsindən asılı olaraq, parabolanın koordinat müstəvisində vəziyyəti haqqında müzakirələr aparın.

Hesabi kvadrat kök

Məsələ 1. Tərəfi 8 m olan kvadratşəkilli tərəvəz ləkinin sahəsini tapın. Kvadratin sahəsi onun tərəfinin kvadratına bərabərdir. Deməli, $S = 8^2 = 64$ (m²)

Məsələ 2. Sahəsi 49 m² olan kvadratşəkilli ləkin tərəfinin uzunluğunu tapın. Bu məsələ 1-ci məsələyə tərs məsələdir. Kvadratin tərəfini x ilə işarə edək. Şərtə görə $x^2 = 49$. Bu məsələni həll etmək üçün kvadrata 49-a bərabər olan ədədi tapmalıyıq. Bu ədəd 7-dir. Lakin -7 ədədi də həmin tənliyin köküdür. Uzunluq müsbət ədədlə ölçüldüyündən həll olaraq yalnız 7 ədədi götürülür.

- Kvadratı a -ya bərabər olan ədədə a ədədinin kvadrat kökü deyilir.
- Kvadrat kökün tapılması əməlinə kvadrat kökalma deyilir.
- Kökalma əməli kvadrata yüksəltmə əməlinin tərsidir.
- Mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur.
- Kvadratı sıfıra bərabər olan yeganə ədəd “0”-dir.
- Müsbət ədədin iki kvadrat kökü var: bunlardan biri müsbət, digəri isə mənfidir. Doğrudan da, $b^2 = a$ olarsa, $(-b)^2 = (-b) \cdot (-b) = b^2 = a$ olar.
- Mənfi olmayan ədədin mənfi olmayan kvadrat kökünə həmin ədədin hesabi kvadrat kökü deyilir, $\sqrt{a}$ kimi yazılır və belə oxunur: “ a -nın kvadrat kökü”. “ $\sqrt{}$ ” işarəsi hesabi kvadrat kökün işarəsidir. Kök işarəsi altındakı ifadə kökaltı ifadə adlanır.

Nümunə. $\sqrt{-16}$, $\sqrt{-25}$ mənasızdır (istənilən ədədin kvadratı mənfi deyil). $\sqrt{0} = 0$. $\sqrt{49} = 7$ (çünki $7 > 0$ və $7^2 = 49$), $\sqrt{81} = 9$ (çünki $9 > 0$ və $9^2 = 81$)
Ümumiyyətlə, $b \geq 0$, $b^2 = a$ olarsa, $b = \sqrt{a}$ bərabərliyi ödənər.

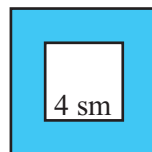
Nəticə. $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$ olduqda)

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

Öyrənmə tapşırıqları

1» Sahəsi: a) 64 m^2 ; b) 81 m^2 ; c) $0,36 \text{ sm}^2$ olan kvadratin tərəfini tapın.

2» Şəkilləki fiqur iki kvadratdan ibarətdir. Rəngli hissənin sahəsi 48 sm^2 , kiçik kvadratin tərəfi isə 4 sm -dir. Böyük kvadratin tərəfini tapın.



3» Bərabərlik doğrudurmu?

a) $\sqrt{36} = 6$ b) $\sqrt{16} = -4$ c) $\sqrt{64} = -8$ d) $\sqrt{0} = 0$

4» Kökün qiymətini tapın.

a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt{121}$ c) $\sqrt{0,04}$ d) $\sqrt{1,44}$ e) $\sqrt{0,(4)}$
f) $\sqrt{\frac{1}{9}}$ g) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ h) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ i) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ j) $\sqrt{\frac{81}{121}}$

5» Cədvəli doldurun.

a	4	33	-25	1	2	-2	0,4	0,4	9	64
b	32	-8	26	0,21	0,25	11	0,09	-0,04	16	36
$\sqrt{a+b}$										

6» Hesablayın.

a) $\sqrt{144 + 25}$ b) $\sqrt{144} + \sqrt{25}$ c) $\sqrt{11 + \sqrt{25}}$ d) $\sqrt{29 - \sqrt{16}}$

7» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{25}$ b) $4 \cdot \sqrt{9} - 3 \cdot \sqrt{4}$ c) $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25}$ d) $\sqrt{0,25 - 0,09}$

8» İfadənin mənası varmı?

a) $\sqrt{25 \cdot 4}$ b) $\sqrt{(-25) \cdot (-4)}$ c) $\sqrt{(-5 \cdot 2)^2}$ d) $\sqrt{-5^2 \cdot 2^2}$

9» Dəyişənin hansı qiymətlərində bərabərlik doğrudur?

a) $\sqrt{x} = 3$ b) $\sqrt{x} = 4$ c) $\sqrt{x} - 1 = 4$ d) $\sqrt{x} + 4 = 1$

10» Hesablayın.

a) $(\sqrt{9})^2$ b) $(-2 \cdot \sqrt{4})^2$ c) $(3 \cdot \sqrt{5})^2$ d) $(-2 \cdot \sqrt{3})^2$

11» Ədədləri müqayisə edin.

a) $\sqrt{0,04}$ və $\sqrt{0,09}$ b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ və $\sqrt{\frac{9}{16}}$ e) $\sqrt{2,56}$ və $\sqrt{3,24}$

12» Rəngli dairelərin yerinə uyğun müqayisə işarəsini ($>$, $<$, $=$) yazın.

a) $\sqrt{16 + 9}$ ● $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ b) $\sqrt{36 + 64}$ ● $\sqrt{36} + \sqrt{64}$

Kvadrat kök. Hesabi kvadrat kök

13» Nümunəyə uyğun olaraq tənlikləri həll edin.

- a) $x^2 = 81$
- b) $x^2 = 3$
- c) $x^2 = 16$
- d) $2x^2 - 10 = 0$

Nümunə:

$x^2 = 6$ tənliyini həll edək.

$$x^2 - 6 = 0, x^2 - (\sqrt{6})^2 = 0, (x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) = 0$$

$$\begin{cases} x - \sqrt{6} = 0 & x_1 = \sqrt{6} \\ x + \sqrt{6} = 0 & x_2 = -\sqrt{6} \end{cases}$$

14» Tənlikləri həll edin.

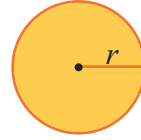
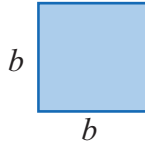
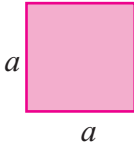
- 1) $x^2 = 1$
- 2) $x^2 + 7 = 56$
- 3) $12x^2 = 108$
- 4) $x^2 - 12 = -4$

15» Fiqurların sahəsinə görə ölçülərini tapın.

$$S = 256 \text{ m}^2$$

$$S = 2,25 \text{ km}^2$$

$$S = 625\pi \text{ m}^2$$

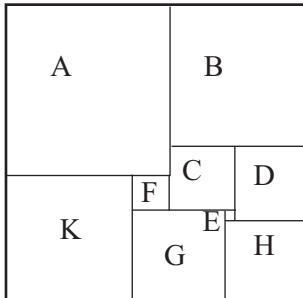


Tətbiq tapşırıqları

16» Bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ düsturundan istifadə edilir. Sahəsi $9\sqrt{3} \text{ sm}^2$ olan bərabərtərəfli üçbucağın tərəfini tapın.

17» Aynur tərəfi 8 sm olan kvadratşəkilli vərəqlə eyni sahəli dairəşəkilli vərəq kəsməlidir. Dairənin radiusu təxminən neçə santimetr olar?

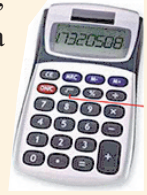
18» Parça hissələrinin bir-birinə bənd edilməsi ilə əmələ gələn tikmə üsulu qurama adlanır. Keçmişdə azərbaycanlı qadınlar kiçik parça hissələrini atmaz, bunlardan hazırladıqları qurama döşəkcə üzləri, yataq örtükləri, dekorativ süfrələrlə həm evlərini bəzəyər, həm də ailə büdcəsinə qənaət edərdilər. Aliyənin nənəsindən yadigar qalan qurama yataq örtüyünün hissələri sxemdə hərflərlə işarələnmişdir. A-dan başqa qalan hissələrin kvadratşəkilli, quramanın isə düzbucaqlı şəklində olduğunu bilərək, onun ölçülərini müəyyən edin: D hissəsinin sahəsi 49 sm^2 , H hissəsinin sahəsi 64 sm^2 -dir.



İrrasional ədədlər

Praktik məşğələ 1. Böyük yunan riyaziyyatçısı, fiziki, astronomu, ixtiraçısı olan Arximed kvadratı 3-ə bərabər olan rasiional ədəd tapmağa çalışırdı. Onun bu məqsədlə seçdiyi ədədlərdən ikisi $\frac{265}{153}$ və $\frac{1351}{780}$ idi.

Bu ədədlərin kvadratlarının 3-ə hansı dəqiqliklə bərabər olduğunu siz də yoxlayın. Bu şərtə uyğun başqa ədəd təklif edin.



Ədədlərin təsnifatı

İstənilən rasiional ədədi $\frac{m}{n}$ şəklində yazmaq olar. Burada $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$.

Hər bir rasiional ədədi sonlu və ya sonsuz dövrli onluq kəsr şəklində də göstərmək mümkündür. Tərs təklif də doğrudur. Hər bir sonsuz dövrli onluq kəsr müəyyən rasiional ədədi ifadə edir. Müxtəlif sonsuz dövrli onluq kəsrlər müxtəlif ədədləri göstərəcək. Dövrü 9 olan kəsrlər istisnalıq təşkil edir. Bunu dövrü 0 olan kəsrlərin başqa yazılışı kimi də qəbul edirlər. Məsələn, $0,(9) = 0,999... = 1,000... = 1$, $(0) = 1$
 $3,1(9) = 3,1999... = 3,200... = 3,2$

Hər bir sonlu onluq kəsri dövrü sıfır olan sonsuz dövrli onluq kəsr şəklində yazmaq olar. Elə ədədlər var ki, onları dövrli onluq kəsr şəklində göstərmək mümkün deyil. Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlər rasiional olmayan ədədləri ifadə edir. Bu ədədlərə **irrasiional ədədlər** deyilir.

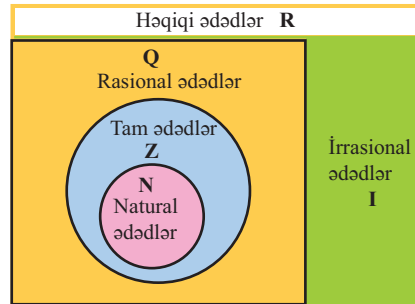
İrrasiional ədədləri $\frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$) şəklində göstərmək mümkün deyil. İrrasiional ədədlərə misallar göstərək:

- $0,1010010001...$ (1 rəqəmlərini ayıran sıfırların sayı hər dəfə bir vahid artır);
- $0,123456789101112...$ (kəsr hissəsində natural ədədlər ardıcıl yazılmışdır);
- $\pi = 3,14159265...$ (çevrənin uzunluğunun diametrinə nisbətini göstərir).

Göstərmək olar ki, n ədədi hər hansı natural ədədin kvadratı deyilsə, $\sqrt{n}$ irrasiional ədəddir. Məsələn, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ irrasiional ədədlərdir.

İrrasiional ədədlər **I** hərfi ilə işarə olunur. İrrasiional ədədlər üzərində hesab əməlləri və onların xassələri rasiional ədədlərdə olduğu kimidir.

Bütün rasiional və irrasiional ədədlər həqiqi ədədlər çoxluğunu əmələ gətirir. Həqiqi ədədlər çoxluğu **R** hərfi ilə işarə edilir. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.



Öyrənmə tapşırıqları

1 Rasiional və irrasiional ədədləri göstərin:

$$5; 2,3; -\frac{1}{3}; \sqrt{2}; 0; \pi; 4,(2); \sqrt{3}; -2,3(4); \sqrt{1,21}; \sqrt{\frac{4}{9}}; \sqrt{5}; \sqrt{144}$$

$0,21211211121...$ (2 rəqəmlərini ayıran vahidlərin sayı hər dəfə bir vahid artır).

2 Aşağıdakı ədədlər arasından irrasiional ədədləri seçin.

$$\sqrt{64}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\sqrt{16}$$

$$\frac{7}{22}$$

$$\sqrt{12}$$

$$0,8$$

$$\sqrt{27}$$

$$\sqrt{8}$$

$$\pi$$

$$\sqrt{121}$$

İrrasional ədədlər

3» Hər bir təklifin qarşısında doğru və ya yanlış olduğunu yazın. Yanlışırsa, bir nümunə gətirməklə əsaslandırın.

- 1) Hər bir natural ədəd tam ədəddir.
- 2) Hər bir rəşional ədəd həm də həqiqi ədəddir.
- 3) 7-nin bütün bölünənləri tək ədədlərdir.
- 4) Bütün mənfi ədədlər tam ədədlərdir.

4» 25 m uzunluğunda lent bərabər hissələrə kəsildi. Hissələrin uzunluğu irrasional ədəd ola bilərmi?

5» $a = 32,6378\dots$ və $b = 27,4637\dots$ olduqda a və b -ni əvvəlcə: a) ondəbirlərə qədər; b) yüzdəbirlərə qədər; c) mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdıraraq, $(a + b)$ cəminin və $(a - b)$ fərqlinin təqribi qiymətlərini tapın.

6» $\sqrt{2}$ ədədinin irrasional ədəd olduğunu göstərən isbatı nöqtələrin yerinə **cüt, ixtisar olunan, ixtisar olunmayan** sözlərindən uyğun gələnini yazmaqla tamamlayın və müzakirə edin.

İsbat: Göstərməliyik ki, kvadratı 2-yə bərabər olan rəşional ədəd yoxdur. Əksini fərz edək. Tutaq ki, elə $\dots\dots\dots \frac{m}{n} (m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N})$ kəsri var ki, $(\frac{m}{n})^2 = 2$. Buradan $m^2 = 2n^2$. $2n^2 \dots\dots\dots$ ədəd olduğundan m^2 , deməli, m də cüt ədəddir: $m = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$). Bunu $m^2 = 2n^2$ bərabərliyində nəzərə alsaq, $4k^2 = 2n^2$, buradan da $n^2 = 2k^2$ alınır. Bu isə o deməkdir ki, $n \dots\dots\dots$ ədəddir. Buradan da alınır ki, $\frac{m}{n}$ kəsri $\dots\dots\dots$, bu isə fərziyyəmizə ziddir. Deməli, kvadratı 2-yə bərabər olan rəşional ədəd yoxdur. Yəni $\sqrt{2}$ irrasional ədəddir.

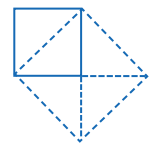
7» n -in elə natural qiymətlərini göstərin ki, $\sqrt{3n+1}$ ifadəsinin qiyməti: a) natural ədəd, b) irrasional ədəd olsun.

8» 2 və 2,1 ədədləri arasında yerləşən iki rəşional və iki irrasional ədəd yazın.

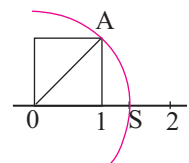
9» Radiusu 2,5 sm olan çəvrənin uzunluğunun təqribi qiymətini tapın. π ədədini yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

10» a rəşional, b isə irrasional ədəddir: a) $a + b$, b) $a - b$, c) ab , d) $a : b$ ifadələrinin qiyməti rəşional, yoxsa irrasional ədəddir?

11» **Praktik məşğələ.** 1) Tərəfi vahid parçaya bərabər olan kvadrat və onun diaqonalını çəkin. Kvadratın diaqonalı üzərində yeni kvadrat qurun. Bu kvadratın sahəsinin vahid kvadratın sahəsindən iki dəfə böyük olduğunu şəklə görə müəyyən edin. Yeni kvadratın tərəfini ifadə edən ədədin $\sqrt{2}$ -yə uyğun gəldiyini göstərin.



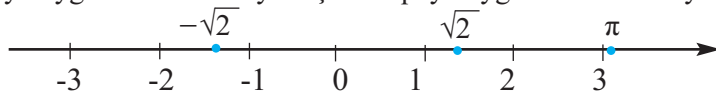
2) Məşğələni aşağıdakı kimi də təkrarlayın. Ədəd oxu üzərində tərəfi vahid parçaya bərabər olan kvadrat yerləşdirin. Mərkəzi sıfır nöqtəsində olmaqla radiusu diaqonala bərabər olan və ədəd oxunu kəsən çəvrə qövsü çəkin. Kəsişmə nöqtəsini qeyd edin. Bu nöqtəyə uyğun ədədlə diaqonalın uzunluğu arasındakı əlaqəni izah edin.



İrrasional ədədlər

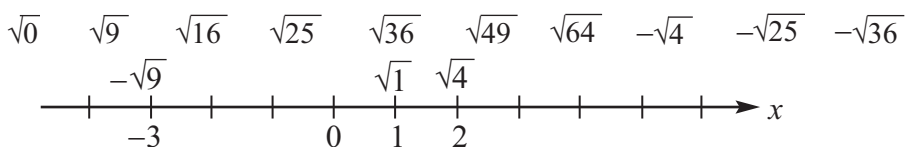
Ədəd oxu, rəşional, irrasional ədədlər

Ədəd oxunun hər bir nöqtəsinə müəyyən bir ədəd (rəşional və ya irrasional) və hər bir ədədə ədəd oxu üzərində bir nöqtə uyğundur. Buna əsaslanaraq ədədləri müqayisə etmək olar. Belə ki, ədəd oxu üzərində sağda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəd solda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəddən böyük olur.



Öyrənmə tapşırıqları

1) Ədədləri ədəd oxu üzərində qeyd edin.

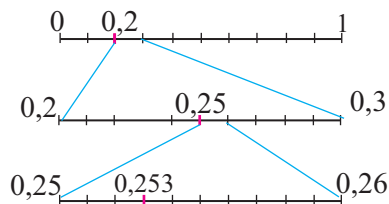


2) 1-ci tapşırıqdakı ədəd oxundan istifadə etməklə $\sqrt{27}$; $\sqrt{38}$; $\sqrt{53}$; $-\sqrt{10}$ ədədlərinə uyğun nöqtələrin yerini təxmini müəyyən edin.

2) 1) 0,538; 0,674; 0,128 ədədlərinin ədəd oxu üzərindəki yerini nümunədə verilmiş qayda ilə göstərin və vahid parçaların hansı intervala aid olduğunu yazın.

2) 0,(8) = 0,8888... ədədinin vergüldən sonrakı dörd rəqəminin təsvirini göstərən ədəd oxunu çəkin.

Nümunə. 0,253 onluq kəsrinin ədəd oxu üzərindəki yeri vergüldən sonrakı hər bir rəqəmin qiymətinə uyğun addım-addım göstərilmişdir. Ədəd oxu üzərində vahid parçalar 0-1; 0,2-0,3; 0,25-0,26 intervalına uyğundur.



3) Hər iki ədədi: a) adi kəsrlə; b) onluq kəsrlə yazmaqla müqayisə edin.

1) 2,(6) və $\frac{17}{6}$ 2) 0,(3) və $\frac{2}{5}$ 3) 0,2(7) və $\frac{23}{65}$ 4) 0,(54) və $\frac{45}{88}$

4) Verilmiş iki kəsr arasında yerləşən üç rəşional ədəd yazın.

1) $\frac{4}{5}$ və $\frac{5}{6}$ 2) $\frac{7}{9}$ və $\frac{5}{8}$ 3) $\frac{11}{13}$ və $\frac{6}{7}$

5) $A = \{\sqrt{2}; \sqrt{3}; 2; \pi; -3\}$; $B = \{2; -3; \sqrt{5}; \sqrt{0}; 0,(2)\}$; $C = \{\frac{2}{3}; 1,2; \sqrt{7}; -3; 2\}$ çoxluqlarından elə ikisini seçin ki: a) fərqi irrasional ədədlərdən ibarət olsun; b) kəsişməsi tam ədədlərdən ibarət olsun. Venn diaqramı qurmaqla həll edin.

6) A ilə 20-dən böyük olmayan natural ədədlərin kvadrat kökləri, B ilə 60 ədədinin bölənləri çoxluğu işarə olunmuşdur. a) $A \cap B$, b) $A \setminus B$, c) $B \setminus A$ çoxluqlarının elementlərini yazın.

$y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Praktik məşğələ.

1) Kalkulyatorun köməyiylə x -in verilmiş qiymətləri üçün $\sqrt{x}$ -i hesablayın, nəticəni ondanırlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və cədvəli doldurun.

x	0	0,5	1	2	3	4	5	7	9
$\sqrt{x}$	0		1			2			3

2) Koordinat müstəvisində koordinatları cədvəldəki ədədlərə uyğun nöqtələri qeyd edib, hamar xətlə birləşdirin.

3) x -ə mənfi qiymətlər vermək olarmı?

4) x -ə verilən qiymətlər böyüdükə, $\sqrt{x}$ -in uyğun qiymətləri necə dəyişir?

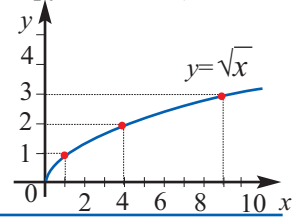
$y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Doldurduğunuz cədvəlin 1-ci sətrində x arqumentinin bəzi qiymətləri, 2-ci sətrində isə $y = \sqrt{x}$ düsturu ilə verilən funksiyanın uyğun qiymətləri göstərilmişdir.

$y = \sqrt{x}$ funksiyası arqumentin mənfi olmayan qiymətlərində ($x \geq 0$) təyin olunmuşdur, qiymətlər çoxluğu da mənfi olmayan ədədlərdir (çünki mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur və hesabi kvadrat kök mənfi olmayan qiymətlər alır).

$y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafiki parabola budağına oxşardır.

$x = 0$ olduqda $y = 0$, yəni koordinat başlanğıcı qrafikə aiddir. $x > 0$ olduqda $y > 0$, yəni qrafik I rübdə yerləşir. x -in böyük qiymətinə y -in böyük qiyməti uyğundur. Məsələn, $\sqrt{3} > \sqrt{2}$; $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ və s.

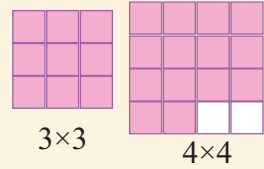


Öyrənmə tapşırıqları

- 1) Dairənin sahəsi $S = \pi r^2$ və ya $S = \frac{\pi d^2}{4}$ düsturu ilə hesablanır. Burada r dairənin radiusu, d dairənin diametridir.
 - a) r -in S -dən; b) d -nin S -dən asılılığını düsturla verin.
- 2) A (9;3), B(64;8), C(-81;9), D(81; -9) nöqtələrindən hansılar $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə aiddir?
- 3) $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə edərək tapın:
 - a) $x = 10$ olduqda y -i; b) $y = 2,5$ olduqda x -i.
- 4) $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə ədədləri müqayisə edin.
 - a) $\sqrt{10}$ və $\sqrt{11}$ b) $\sqrt{3}$ və $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{12}$ və $\sqrt{15}$ d) $\sqrt{8}$ və $\sqrt{9}$
- 5) Rəngli xanaların yerinə müqayisə işarələrindən uyğun gələnini yazın.
 - a) $\sqrt{17}$ ● 4 b) $\sqrt{12}$ ● 3 c) 7 ● $\sqrt{50}$ d) $\sqrt{0,1}$ ● 0,3
- 6) Aralarında aşağıdakı ədəd yerləşən iki ardıcıl tam ədədi tapın.
 - a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{8}$ d) $\sqrt{10}$
- 7) Fərqi işarəsini müəyyən edin.
 - a) $\sqrt{10} - \sqrt{14}$ b) $\sqrt{7} - \sqrt{8}$ c) $1,4 - \sqrt{2}$ d) $1,8 - \sqrt{3}$
- 8) Ədədləri artan sıra ilə düzün.
 - a) $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; 1,4; $\sqrt{3}$; 1,8 b) $-\sqrt{3}$; $-\sqrt{2}$; $-\sqrt{7}$; -3; -1,7

Təqribi kvadrat kök

Praktik məşğələ. Tərəfi vahidə bərabər olan 14 eyni kiçik kvadratdan quraşdırılmış ən böyük kvadratın tərəfi neçə vahid olar? Siz bunu necə müəyyən edirsiniz? 14 ədədi hansı iki tam kvadrat olan ədədin arasında yerləşir?



Ədədin təqribi kvadrat kökünü kalkulyatorun köməyiylə tapmaq olar. Kvadrat kökü təqribi hesablamaq üçün başqa üsullar da mövcuddur. Təqribi kvadrat kökü tam kvadratlar olan ədədlərin və ədəd oxunun köməyiylə hesablamaq olar. Məsələn, $\sqrt{14}$ -ü bu üsulla tapaq.

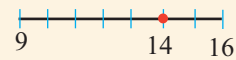
14 ədədi 9 ilə 16-nın arasında yerləşir. Bu ədədlərin kvadrat kökləri uyğun olaraq 3 və 4-dür. 14-ün kvadrat kökünün tam hissəsi 3-dür, kəsr hissəsini təqribi olaraq tapaq: $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$.



14-dən 9-a qədər 5 vahiddir.

9-dan 16-ya qədər 7 vahiddir.

$$\frac{14 - 9}{16 - 9} = \frac{5}{7}$$



Təxmin etdiyimiz qiymət: $\sqrt{14} \approx 3\frac{5}{7} \approx 3,714$

Kalkulyatorla hesablanan qiymət: $\sqrt{14} \approx 3,741$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Ədədin tam hissəsini tapın. a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{11}$ c) $\sqrt{17}$ d) $\sqrt{30}$

2» Aşağıdakı cədvəli dəftərinizdə çəkin və doldurun.

Ədədin kvadrat kökü	Kökaltı ədədə ən yaxın və tam ədədin kvadratı ilə ifadə oluna bilən ədədlər	Hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşir?	Təqribi olaraq kəsrlə	Təqribi olaraq onluq kəsrlə	Kalkulyatorla hesablama
$\sqrt{91}$	$\sqrt{81}$ və $\sqrt{100}$	9 və 10	$9\frac{10}{19}$	9,526	9,539
$\sqrt{40}$					
$\sqrt{55}$					
$\sqrt{284}$					
$\sqrt{78}$					
$\sqrt{176}$					

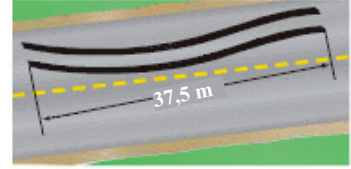
3» 40 eyniölçülü vahid kvadratdan istifadə etməklə düzəldilən ən böyük kvadratın tərəfi neçə vahid olar? Neçə vahid kvadrat artıq qalar?

4» **Açıq tipli sual.** Elə dörd müsbət tam ədəd yazın ki, bu ədədlər tərəfi 5 vahid və 6 vahid arasında olan kvadratın sahəsini ifadə etsin. Cavablarınızı müqayisə edin.

Məsələ həlli. İrrasional ədədlər

- 1» Sahəsi S olan dairənin radiusu $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ düsturu ilə tapılır. Əgər dairəvi şəkil çərçivəsinin sahəsi 42 sm^2 olarsa, onun radiusu təxminən neçə santimetr olar? ($\pi \approx 3$ qəbul edin).
- 2» Futbol topu h metr hündürlüyünə qalxmışdır. Topun bu hündürlükdən yerə düşmə müddətini $t = \sqrt{\frac{2h}{9,8}}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Top 20 metr hündürlüyə qalxmışsa, t -ni tapın.

- 3» Təhqiqatçı avtomobilin sürətini müəyyən etmək üçün əyləci basdıqdan sonra getdiyi yolun uzunluğunu ölçdü və $v \approx 5,5 \cdot \sqrt{0,75d}$ düsturundan istifadə etdi. Şəkildə göstərilmiş əyləc yolunun (d) izinin uzunluğuna görə bu nəqliyyatın sürətini (m/san) tapın.



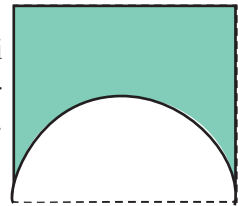
- 4» Şəkildəki fiqur eyniölçülü kvadrlardan quraşdırılmışdır. Fiqurun sahəsi 32 kvadrat vahiddir. Kvadrların tərəfinin uzunluğunu təqribi olaraq tapın. Nəticəni yuzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 5» Qaçaraq hündürlüyə tullanan idmançının sürətini $v \approx 8\sqrt{h}$ düsturunun köməyiylə hesablamaq olar. İdmançının tullandığı hündürlük $h = 6 \text{ m}$ olarsa, onun sürətini tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 6» Sahəsi 324 m^2 olan kvadratdan şəkildə göstəriləndiyi kimi yarım dairə formalı sahə ayrılmışdır. Yarım dairənin sahəsini tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 7» Müşahidəçidən üfüqə qədər olan məsafəni $d \approx 113\sqrt{h}$ düsturunun köməyiylə hesablamaq olar. Burada h müşahidəçinin durduğu hündürlüyü göstərir.
- a) hündürlüyü $h = 2,5 \text{ km}$ olan dağın zirvəsində dayanan;
 - b) hündürlüyü $h = 8,85 \text{ km}$ olan Everest dağının zirvəsində dayanan;
 - c) hündürlüyü $h = 4,23 \text{ km}$ olan Şahdağın zirvəsində dayanan müşahidəçidən üfüqə qədər olan məsafəni hesablayın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

Hasilin və nisbətin (kəsrin) kvadrat kökü

Araşdırma. $\sqrt{25 \cdot 4}$ və $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$ ifadələrinin qiymətlərini hesablayın.

$$\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \text{ bərabərliyi doğrudurmu?}$$

Uyğun bərabərliyin doğruluğunu iki mənfi olmayan ədədlər seçməklə digər nümunələr üzərində yoxlayın.

Hasilin və nisbətin (kəsrin) kvadrat kökü

$a \geq 0, b \geq 0$ olarsa, $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

Mənfi olmayan vuruqların hasilinin kvadrat kökü həmin vuruqların kvadrat köklərinin hasilinə bərabərdir. Bu xassə vuruqların sayı ikidən çox olduğu hal üçün də doğrudur.

Oxşar qayda ilə, göstərmək olur ki, $a \geq 0, b > 0$ olduqda $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Surəti mənfi olmayan, məxrəci müsbət olan kəsrin kvadrat kökü surətin kvadrat kökünün məxrəcin kvadrat kökünə nisbətində bərabərdir.

Nümunə. a) $\sqrt{64 \cdot 0,25} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 8 \cdot 0,5 = 4$ b) $\sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{5}{12}$

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ və $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ bərabərliklərində sol və sağ tərəflərin yerlərini dəyişsək, alırıq:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \text{ və } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Nümunə. a) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{25 \cdot 4 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

b) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$

Öyrənmə tapşırıqları

1» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{64 \cdot 121}$

b) $\sqrt{0,01 \cdot 144}$

c) $\sqrt{81 \cdot 36}$

d) $\sqrt{2,25 \cdot 0,04}$

2» Kökün qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{\frac{9}{64}}$

b) $\sqrt{\frac{25}{121}}$

c) $\sqrt{5 \frac{1}{16}}$

d) $\sqrt{5 \frac{4}{9}}$

3» Kökün qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{9 \cdot 81 \cdot 0,36}$

b) $\sqrt{1,44 \cdot 25 \cdot 64}$

c) $\sqrt{5 \frac{4}{9} \cdot 6 \frac{1}{4}}$

4» Hesablayın.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

d) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1,6}$

5» $a \geq 0, b \geq 0$ olduqda $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bərabərliyinin aşağıda verilmiş isbatını tamamlayın.

Təklif	Əsas
1. $a \geq 0, b \geq 0$	1. Verilir.
2. $\sqrt{a} \geq 0, \sqrt{b} \geq 0$	2.
3. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$	3.
4. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$	4. Hasilın qüvvəti
5. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	5. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə.

Hasilin və nisbətin (kəsrin) kvadrat kökü

6» Hesablayın.

- a) $\sqrt{72 \cdot 50}$ b) $\sqrt{50 \cdot 18}$ c) $\sqrt{90 \cdot 3,6}$
 d) $\sqrt{2,5 \cdot 14,4}$ e) $\sqrt{16,9 \cdot 0,4}$ f) $\sqrt{45 \cdot 80}$

Nümunə:

$$\begin{aligned}\sqrt{72 \cdot 32} &= \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 32} = \\ &= \sqrt{36 \cdot 64} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{64} = \\ &= 6 \cdot 8 = 48\end{aligned}$$

7» Hesablayın.

- a) $\sqrt{13^2 - 12^2}$ b) $\sqrt{122^2 - 22^2}$ c) $\sqrt{313^2 - 312^2}$ d) $\sqrt{5^2 + 12^2}$

8» Hasilin qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{50}$ b) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}$ c) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7}$ d) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{6}$

9» Qismətin qiymətini tapın.

- a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ b) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{52}}$ c) $\frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}$ d) $\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{6}}$

10» İfadəni köklərin hasili şəklində yazın.

- a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{30}$ d) $\sqrt{35}$ c) $\sqrt{21}$ e) $\sqrt{42}$ f) $\sqrt{56}$ h) $\sqrt{14}$

11» İfadəni köklərin nisbəti şəklində yazın.

- a) $\sqrt{\frac{5}{7}}$ b) $\sqrt{\frac{3}{10}}$ c) $\sqrt{\frac{a}{7}}$ d) $\sqrt{\frac{3}{a}}$

12» $\sqrt{3} \approx 1,73$ təqribi bərabərliyindən istifadə edərək, verilən ifadənin təqribi qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{75}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{48}$ d) $\sqrt{0,0003}$

13» Hesablayın.

- a) $\sqrt{32400}$ b) $\sqrt{44100}$ c) $\sqrt{0,0144}$ d) $\sqrt{0,0049}$

14» Hesablayın.

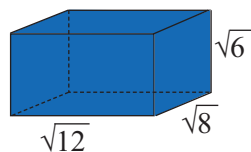
- a) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ b) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2}$ d) $\frac{\sqrt{444}}{\sqrt{111}}$ e) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$

15» Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməklə hesablayın.

- a) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$ b) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$ c) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$

16» Uzunluğu $\sqrt{48}$ sm, eni $\sqrt{12}$ sm olan düzbucaqlının sahəsini tapın.

17» Şəkildə verilmiş ölçülərinə görə düzbucaqlı paralelepipedin həcmi neçə kub vahid olduğunu tapın.



Qüvvətin kvadrat kökü

Qüvvətin kvadrat kökü

Hesabi kvadrat kökün mənfəi ədəd olmamasından belə nəticə çıxır ki, $\sqrt{a^2} = a$ bərabərliyi həmişə doğru deyildir.

Bu bərabərlik yalnız $a \geq 0$ şərti ilə doğru olur.

$a < 0$ olduqda isə $\sqrt{a^2} = -a$ bərabərliyi doğru olur.

Məsələn, $\sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6 = -(-6)$ $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7 = -(-7)$

Doğrudan da, $a \geq 0$ olduqda hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $\sqrt{a^2} = a$,

$a < 0$ olduqda isə $(-a) > 0$ olduğundan $\sqrt{a^2} = \sqrt{(-a)^2} = -a$

Beləliklə, $a \geq 0$ olduqda $\sqrt{a^2} = a$, $a < 0$ olduqda $\sqrt{a^2} = -a$

Ədədin mütləq qiymətinin tərifini nəzərə alaraq, yuxarıdakı iki bərabərliyi birləşdirib, $\sqrt{a^2} = |a|$ kimi yazmaq olar.

Cüt dərəcəli qüvvətdən kök almaq üçün kökaltı ifadəni müəyyən ifadənin kvadratı şəklində göstərüb $\sqrt{a^2} = |a|$ eyniliyindən istifadə edilir.

Nümunə.

1) $a > 0$ olduqda $\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = 8|a| = 8a$

2) $c < 0$ olduqda $\sqrt{25c^6} = \sqrt{(5c^3)^2} = 5|c^3| = -5c^3$

3) $\sqrt{3^6 \cdot 4^4} = \sqrt{(3^3)^2 \cdot (4^2)^2} = \sqrt{(3^3 \cdot 4^2)^2} = 3^3 \cdot 4^2 = 27 \cdot 16 = 432$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Hesablayın.

a) $\sqrt{1,5^2}$

b) $\sqrt{(-1,5)^2}$

c) $\sqrt{(-2,3)^2}$

d) $\sqrt{(-3,2)^2}$

2» Cədvəli doldurun.

x	5	6	0	-3	-9	-5	-6	1,2	-1,2
$\sqrt{x^2}$									

3» Hesablayın.

a) $\sqrt{(-3)^6}$

b) $\sqrt{(-6)^4}$

c) $\sqrt{3^6 \cdot (-5)^2}$

d) $\sqrt{(-8)^2 \cdot 3^4}$

4» Hesablayın.

a) $\sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^4}$

b) $\sqrt{5^4} \cdot \sqrt{2^6}$

c) $\sqrt{\frac{3^2 \cdot 5^6}{10^4}}$

d) $\sqrt{\frac{5^2 \cdot 3^4}{2^6}}$

5» Sadələşdirin.

a) $\sqrt{a^2}$

$a > 0$ olarsa,

b) $\sqrt{25x^2}$

$x < 0$ olarsa,

c) $\sqrt{16c^2}$

$c > 0$ olarsa,

d) $0,5\sqrt{4a^2}$

$a < 0$ olarsa,

6» İfadəni çevirin.

a) $\sqrt{49x^6}$, $x > 0$

b) $\sqrt{36x^6}$, $x < 0$

c) $\sqrt{0,01y^8}$

d) $\sqrt{25x^4}$

7» Kökaltı ifadəni qüvvətlərin hasili şəklində göstərin və kvadrat kökün qiymətini tapın.

a) $\sqrt{1225}$

b) $\sqrt{3969}$

c) $\sqrt{19600}$

d) $\sqrt{44100}$

8» Sadələşdirin.

a) $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}$

b) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

9» a) $x > 1$ olduqda sahəsi $(1-x)^2$ olan kvadratin tərəfini tapın.

b) $1 < x < 3$ olduqda $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$ ifadəsini sadələşdirin.

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilmələri

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilməsi

Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması

Nümunə 1. $\sqrt{50}$ və $4\sqrt{2}$ ədədlərini müqayisə edək.

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2} > 4\sqrt{2}$$

Məsələni həll etdikdə $\sqrt{50}$ -ni $5\sqrt{2}$ ilə əvəz etdik. Belə çevirməyə vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması deyilir.

Nümunə 2. $\sqrt{8a^3} = \sqrt{4a^2 \cdot 2a} = 2|a| \cdot \sqrt{2a} = 2a\sqrt{2a}$

($\sqrt{8a^3}$ ifadəsi $a \geq 0$ olduqda mənalıdır)

Vuruğun kök işarəsi altına salınması

Nümunə 3. $\sqrt{73}$ və $6\sqrt{2}$ ədədlərini müqayisə edək.

6 ədədini $\sqrt{36}$ ilə əvəz edək. $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72} < \sqrt{73}$

$6\sqrt{2}$ ədədini $\sqrt{72}$ ilə əvəz etdik. Belə çevirmə vuruğun kök işarəsi altına salınması adlanır.

$$a \geq 0 \text{ olarsa, } a = |a| = \sqrt{a^2} \quad a < 0 \text{ olarsa, } a = -|a| = -\sqrt{a^2}$$

Nümunə 4. a) $-4 \cdot \sqrt{3} = -1 \cdot \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{3} = -\sqrt{48}$

b) $a < 0$ olduqda, $a\sqrt{2} = -\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{2a^2}$

c) $a > 0$ olduqda, $a\sqrt{2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2a^2}$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{80}$ c) $\sqrt{48}$ d) $\sqrt{18}$ e) $\frac{1}{2} \sqrt{24}$ f) $-3\sqrt{12}$

2» Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

a) $\sqrt{50x^3y^2}$, $y > 0$ b) $\sqrt{18x^2y^4}$, $x < 0$ c) $\sqrt{12x^5y^2}$, $y < 0$

3» Vuruğu kök işarəsi altına salın.

a) $2\sqrt{3}$ b) $-4\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $-4\sqrt{5}$ e) $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{32}$ f) $-\frac{1}{3}\sqrt{18}$

4» Vuruğu kök işarəsi altına salın.

a) $c\sqrt{3}$, $c > 0$ b) $c\sqrt{3}$, $c < 0$ c) $x\sqrt{\frac{2}{x}}$ d) $x\sqrt{-\frac{2}{x}}$

5» Ədədləri müqayisə edin.

a) $3\sqrt{2}$ və $2\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5}$ və $5\sqrt{2}$ c) $5\sqrt{2}$ və $4\sqrt{3}$

6» Ədədləri artan sırada yazın.

a) $6\sqrt{2}$; $\sqrt{58}$; $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{11}$ b) $2\sqrt{3}$; $4\sqrt{2}$; $2\sqrt{5}$; $\sqrt{29}$

7» Fərqi işarəsini müəyyən edin.

a) $7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

8» Ədədin tam hissəsini tapın.

a) $7\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $-3\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{5}$

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilmələri

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilməsi

Kökaltı ifadələri eyni olan $a\sqrt{b}$ və $c\sqrt{b}$ şəklində ifadələrin toplanması və çıxılması $2x$ və $5x$ kimi ifadələrin toplanması və çıxılması ilə oxşardır:

$2x + 5x = 7x$ olduğu kimi, $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ olur. $3\sqrt{5}$ və $2\sqrt{5}$ oxşar köklərdir.

Məsələ. Hər birinin uzunluğu $\sqrt{14}$ sm olan iki taxta parçasının ümumi uzunluğu nə qədərdir?


$$\sqrt{14} + \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$$

Nümunə 1. $3 \cdot \sqrt{8} - 4 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{50} = 3\sqrt{4 \cdot 2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{25 \cdot 2} = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} =$
 $= \sqrt{2} \cdot (6 - 4 + 5) = 7\sqrt{2}$

Nümunə 2. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24} = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - \sqrt{4 \cdot 6} =$
 $= 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$

Nümunə 3. $\frac{a^2 - 5}{a^2 + \sqrt{5}a}$ kəsri ixtisar edək.

$$\frac{a^2 - 5}{a^2 + \sqrt{5}a} = \frac{a^2 - (\sqrt{5})^2}{a(a + \sqrt{5})} = \frac{(a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5})}{a(a + \sqrt{5})} = \frac{a - \sqrt{5}}{a}$$

Öyrənmə tapşırıqları

1 Sadələşdirin.

a) $2\sqrt{14} + 5\sqrt{14}$ b) $1,5\sqrt{17} - 0,8\sqrt{17}$ c) $12\sqrt{6} - 5\sqrt{6} - 7\sqrt{6}$
d) $4,5\sqrt{3} - 0,7\sqrt{3}$ e) $\frac{8}{11}\sqrt{17} - \frac{5}{11}\sqrt{17}$ f) $1,5\sqrt{13} + 1,7\sqrt{13} - 4\sqrt{13}$

2 Nümunəyə uyğun olaraq, ədədlərin tam hissələrini tapın.

a) $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$ b) $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$ c) $\sqrt{75} - \sqrt{48}$ d) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

Nümunə. $\sqrt{3} + \sqrt{75}$ ədədinin tam hissəsini tapın.

$$\sqrt{3} + \sqrt{75} = \sqrt{3} + \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (1 + 5) = 6\sqrt{3} = \sqrt{6^2 \cdot 3} =$$
$$= \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{108} \approx 10,4 \quad \text{Deməli, verilmiş ədədin tam hissəsi 10-dur.}$$

3 İfadələri sadələşdirin.

a) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300}$ b) $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$
c) $\sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n}$ d) $\sqrt{3a} - 2\sqrt{12a} + 3\sqrt{75a}$

4 Sadələşdirin.

a) $\sqrt{2x} + \sqrt{9y} + \sqrt{18x}$ b) $2\sqrt{27} + \sqrt{48x} + \sqrt{12x}$
c) $\sqrt{24} + \sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{3}$ d) $\sqrt{4} + \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{36}$

Kvadrat köklər daxil olan ifadələrin çevrilmələri

5» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{2})$

b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$

c) $(4\sqrt{3} - \sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3}$

d) $(\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{6}$

6» Sadələşdirin.

a) $\sqrt{8} + 5\sqrt{2}$

c) $3\sqrt{18} + 4\sqrt{2}$

e) $3\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$

b) $\sqrt{28} - 5\sqrt{7}$

d) $2\sqrt{54} + 7\sqrt{24}$

f) $\sqrt{50} - \sqrt{200}$

7» Müqayisə edin.

Nümunə: $\sqrt{2} + \sqrt{8} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$3\sqrt{2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{9 \cdot 2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{18} > \sqrt{10}$

1) $\sqrt{5} + \sqrt{5} \quad \bullet \quad \sqrt{20}$

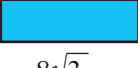
2) $\sqrt{18} + \sqrt{8} \quad \bullet \quad \sqrt{54}$

3) $\sqrt{63} + \sqrt{28} \quad \bullet \quad \sqrt{168}$

4) $\sqrt{200} + \sqrt{200} \quad \bullet \quad \sqrt{400}$

5) $5\sqrt{27} + 2\sqrt{48} \quad \bullet \quad 9\sqrt{2}$

8» Fiqların perimetrlərini və sahələrini tapın.

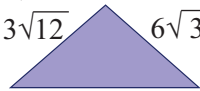
a)  $2\sqrt{5}$
 $8\sqrt{3}$

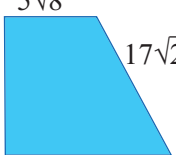
b)  $3\sqrt{8}$
 $9\sqrt{2}$

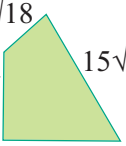
c)  $4\sqrt{3}$
 $4\sqrt{3}$

9» Fiqların perimetrlərini tapın.

a)  $4\sqrt{6}$ $3\sqrt{6}$
 $5\sqrt{6}$

b)  $3\sqrt{12}$ $6\sqrt{3}$
 $3\sqrt{27}$

c)  $5\sqrt{8}$ $17\sqrt{2}$
 $15\sqrt{2}$ $9\sqrt{8}$

d)  $2\sqrt{18}$ $15\sqrt{2}$
 $9\sqrt{2}$ $6\sqrt{8}$

10» Sadələşdirin.

a) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$

b) $\sqrt{60} + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

c) $(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}})^2$

d) $(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}})^2$

11» Kvadratlar fərqi düsturunu tətbiq etməklə vuruqlarına ayırın.

a) $x^2 - 3$

b) $4y^2 - 5$

c) $2 - c^2$

d) $4 - a, a > 0$

12» Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{x^2 - 2}{x + \sqrt{2}}$

b) $\frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$

c) $\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}$

d) $\frac{c\sqrt{c} + c}{c + \sqrt{c}}$

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilmələri

Məxrəcin irrasionalıqdan azad edilməsi

Rasional ədədlə irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili ("0"-a vurmadan başqa) və nisbəti irrasional ədəddir. İki irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili və nisbəti isə rasional ədəd ola bilər.

Nümunə1: a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$; b) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$
 $a \geq 0$ $b \geq 0$ olmaqla istənilən a və b rasional ifadələri üçün $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ və $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$ bərabərlikləri doğrudur. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ və $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ifadələri qoşma irrasional ifadələrdir. Kəsrin məxrəcini irrasionalıqdan azad etmək üçün surəti və məxrəci məxrəcin qoşmasına vurmaq lazımdır.

Nümunə2: $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ *Surət və məxrəci $\sqrt{6}$ -ya vuraq və sadələşdirək.*

$$\frac{3}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{3(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{18 - 3} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$$

surət və məxrəci $(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$ -ə vuraq müxtəsər vurma düsturuna görə sadələşdirək.

Öyrənmə tapşırıqları

1» Kəsrin məxrəcini irrasionalıqdan azad edin.

1) $\frac{2}{5\sqrt{3}}$ 2) $\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2}$ 3) $\frac{17}{3\sqrt{2} + 1}$ 4) $\frac{4}{2\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{18} + 2\sqrt{2} + 1}$

2» $a = \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$, $b = \sqrt{3} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $c = \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$ ifadələrindən hansının qiyməti irrasionaldır?

3» $a = \sqrt{8} - \sqrt{7}$ və $b = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ ədədlərini müqayisə edin.

4» $\sqrt{5} - 2$ ədədinin tərsi ilə əksinin cəmini tapın.

5» Hesablayın.

1) $\frac{4 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{4 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ 2) $\frac{3 + \sqrt{7}}{3 - \sqrt{7}} + \frac{3 - \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}}$ 3) $\frac{6}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

6» Bərabərliyin doğru olduğunu göstərin.

$$\frac{1}{3 + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = 1$$

7» $\frac{\sqrt{a} - 3}{a - 9}$ kəsrinin ən böyük qiymətini tapın.

8» Sadələşdirin.

a) $\left(\frac{a + \sqrt{b}}{a - \sqrt{b}} + \frac{a - \sqrt{b}}{a + \sqrt{b}} \right) \cdot \frac{a - \sqrt{b}}{a^2 + b}$ b) $\left(\frac{c - \sqrt{d}}{c + \sqrt{d}} - \frac{c + \sqrt{d}}{c - \sqrt{d}} \right) : \frac{2c\sqrt{d}}{c + \sqrt{d}}$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1) İfadələrdən hansının qiymətini sonlu onluq kəsr və ya sonsuz dövrü onluq kəsr şəklində yazmaq mümkün deyil?

1) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ 2) $\sqrt{98 \cdot 50}$ 3) $-2\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{\frac{50}{49}}$ 5) $\sqrt{\frac{2}{25}}$

2) İfadələrdən hansının qiyməti irrasional ədəddir?

1) $\frac{\sqrt{18} + \sqrt{32}}{\sqrt{8}}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 3) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2$ 4) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

3) Hesablayın.

a) $\sqrt{\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}}$ b) $\sqrt{20 - \sqrt{20 - \sqrt{20 - \sqrt{16}}}}$

4) Verilən ədədlər arasından ən böyük və ən kiçik ədədləri seçin.

1) $2\sqrt{5}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{14}$; $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ 2) $-\sqrt{7}$; $-3\sqrt{2}$; -2 ; $-\sqrt{\frac{25}{4}}$

5) Ədədləri artan sıra ilə düzün.

1) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{47}$; $\frac{3}{2}\sqrt{8}$ 2) $-\sqrt{8}$; $-2\sqrt{3}$; -3 ; $-\sqrt{\frac{27}{4}}$

6) $y = x^2$ və $y = 6$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun. Kəsişmə nöqtələrinin absislərini tapın və onların hər birinin hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşdiyini müəyyən edin.

7) Buraxılmış sözləri yazmaqla cümlələri tamamlayın.

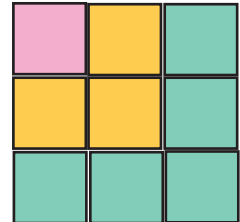
- 1) İki rasional ədəd arasında _____ rasional ədəd var.
- 2) İki irrasional ədəd arasında _____ rasional ədəd var.
- 3) İki irrasional ədəd arasında _____ irrasional ədəd var.

8) Kitab mağazasının salonu sahəsi 225 m^2 olan kvadrat şəklindədir. İki qonşu divarın ortasını birləşdirməklə bir küncündə kafe üçün sektorşəkilli yer ayrılmışdır. Kafenin sahəsini tapın.



9) $l \approx 0,8 \text{ V}^2$ düsturuna görə hər bir şəxsin qıçlarının uzunluğunu bilməklə maksimum qaçış sürətini təqribi olaraq müəyyən etmək olar. Burada l -şəxsin qıçının uzunluğu, V isə maksimum sürətdir. Qıçının uzunluğu 64 sm olan şəxsin maksimum sürəti (m/san) təxminən nə qədər ola bilər?

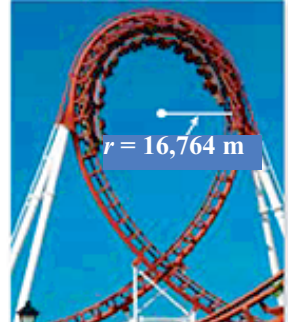
10) Lalənin riyaziyyat müəllimi “Sizin neçə yaşınız var?” sualına belə cavab verdi: Mənim yaşımı 1-dən başlayaraq ardıcıl tək ədədlərin cəmi şəklində göstərmək olar. Lalənin riyaziyyat müəlliminin neçə yaşı ola bilər? Sağdakı şəkil bu suala cavab verməkdə kömək edə bilər.



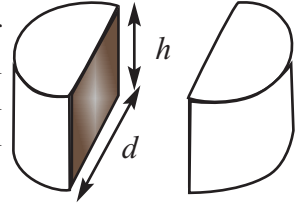
11) a) $b + \sqrt{b} - 3 = 0$ olarsa, $2b^2 - 14b + 1$ ifadəsinin qiymətini tapın.
b) $a + b = 2\sqrt{6}$, $ab = 2$ olduqda $|a - b|$ -ni tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 12»** Karusellə hərəkət edən avtomobillərin v sürətini $v \approx 3\sqrt{6r}$ düsturu ilə müəyyən etmək olar. Burada r karusel bəndinin radiusudur. Bu bənd boyu hərəkət edən avtomobillərin sürəti (m/san) təqribən nə qədərdir? Cavabınızı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 13»** Silindr formalı dəmir konstruksiya şəkildə göstəriləni kimi oturacaqlarının diametri boyu iki bərabər hissəyə kəsildi. Silindrin hündürlüyünün oturacağın diametrinə bərabər ($h = d$) və ştrixlənmiş hissənin sahəsinin 8 m^2 olduğunu nəzərə alaraq, silindrin oturacağının radiusunu tapın.



- 14»** Hesablayın.

a) $\sqrt{1,2 \cdot 3,7} \cdot \left(\sqrt{\frac{3,7}{1,2}} - \sqrt{\frac{1,2}{3,7}} \right)$ b) $\left(\sqrt{\frac{7}{6}} - \sqrt{\frac{6}{7}} \right) : \sqrt{42}$

- 15»** $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{2} = b$ olarsa, $\sqrt{150}$ ədədini a və b ilə ifadə edin.

- 16»** Elə iki irrasional ədəd göstərin ki: a) cəmi rasional olsun; b) hasil rasional olsun.

- 17»** İfadənin qiymətini tapın.

a) $|\sqrt{3} - 3| + |\sqrt{3} + 3|$ b) $|2 + \sqrt{5}| - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$
c) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

- 18»** Sahəsi 825 dm^2 olan kvadratin tərəfi sahəsi 33 sm^2 olan kvadratin tərəfindən neçə dəfə böyükdür?

- 19»** Sadələşdirin.

a) $\sqrt{4c^2} + 3c$, $c < 0$ olduqda b) $\sqrt{9c^2} + 2c$, $c > 0$ olduqda

- 20»** Hesablayın.

a) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{68}}{\sqrt{17}}$ b) $\frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}}{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}} - \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{20}$

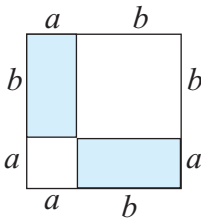
- 21»** Əl Həraci məsələsi. Elə ədəd tapın ki, onu $(3 - \sqrt{5})$ -ə vurduqda 1 alınsın.

Pifaqor teoremi

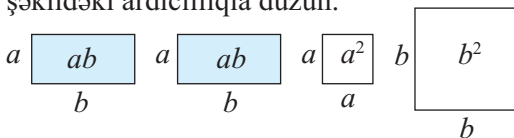
Praktik məşğələ.

1-ci addım. Kvadrat formalı eyni böyüklükdə iki karton vərəq kəsin.

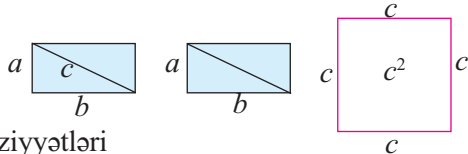
2-ci addım. Karton vərəqlərdən birinin tərəfləri üzərində şəkildə göstərildiyi kimi a və b parçalarını qeyd edin və onu iki kvadrata və iki düzbucaqlıya kəsib ayırın.



3-cü addım. Ayrılmış fiqurları şəkildəki ardıcılıqla düzün.



6-cı addım. Kəsilib götürülmüş fiqurları şəkildəki kimi düzün.



7-ci addım. 3-cü və 6-cı addımda alınmış vəziyyətləri müqayisə edin. Hansı nəticəyə gəldiniz?

Pifaqor teoremi

Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuzun kvadratı katetlərin kvadratları cəminə bərabərdir. $c^2 = a^2 + b^2$

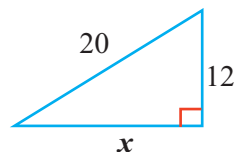
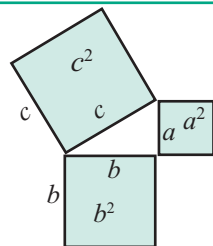
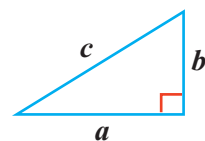
Pifaqor teoremini tərəflər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri ilə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar: Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi katetlərin üzərində qurulmuş kvadratların sahələri cəminə bərabərdir:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Düzbucaqlı üçbucaqda tərəflərdən ikisi verildikdə üçüncü tərəfi Pifaqor teoreminə əsasən tapmaq olar.

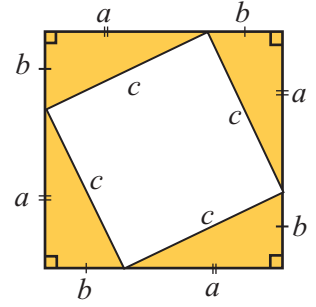
Nümunə. Şəkildəki üçbucağın naməlum katetini tapaq:

$$x^2 = 20^2 - 12^2; \quad x^2 = 400 - 144 = 256; \quad x = 16$$

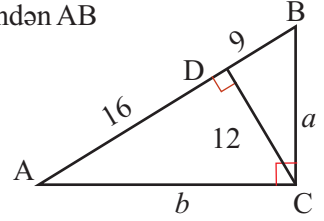


Pifaqor teoremi

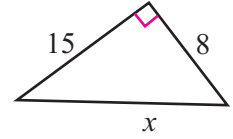
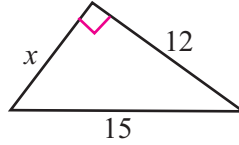
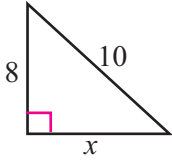
- 1» Pifaqor teoreminin çoxlu sayda (400-ə yaxın) müxtəlif üsullarla isbatı mövcuddur. Onlardan birini praktik məşğələdə nəzərdən keçirdik. Bir daha sağdakı şəklə görə isbatı yazın.



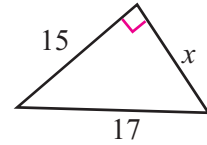
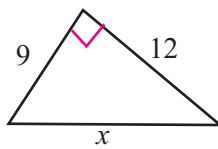
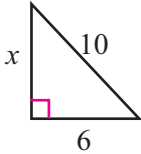
- 2» Düzbucaqlı ABC üçbucağında C düz bucaq təpəsindən AB hipotenuzuna CD hündürlüyü çəkilmişdir.
- a) Şəkildə verilənlərə görə AC və BC katetlərinin uzunluqlarını tapın.
- b) $\triangle ABC$ üçün Pifaqor teoremini yazın və yazılmış bərabərliyin doğruluğunu yoxlayın.



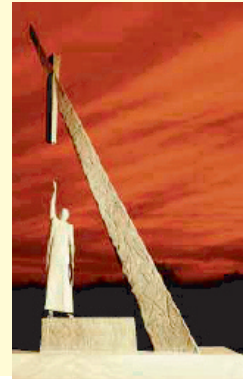
- 3» Pifaqor teoremini tətbiq etməklə düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəfini tapın.



- 4» Pifaqor teoremini tətbiq etməklə düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəfini tapın. Bu üçbucaqların 3-cü tapşırıqda verilən üçbucaqlardan fərqi haqqında fikirlərinizi söyləyin.



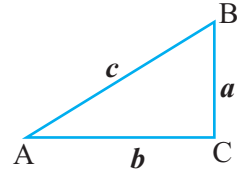
Tarixi məlumat. Pifaqor b.e.ə. 569-cu ildə Yunanıstanın Samos adasında anadan olmuşdur. Pifaqor tarixdə daha çox onun adı ilə adlandırılan Pifaqor teoremi ilə əbədiləşmişdir. Teorem öz sadəliyi və praktik əhəmiyyəti ilə məşhurdur. Teorem Pifaqordan çox-çox əvvəl də məlum idi. Lakin yazılı mənbələrdən bu teoremi ilk dəfə Pifaqorun isbat etdiyi məlumdur. Bu teoremin Pifaqorun özü tərəfindən verilmiş orijinal isbatı ilə yanaşı Evklid, Leonardo da Vinçi, Amerika Prezidenti olmuş Ceyms Harfild tərəfindən edilmiş isbatları da mövcuddur. 1940-ci ildə bu isbatlardan 370-i ictimaiyyətə təqdim edilmişdir. Şəkildə siz Pifaqorun vətəni Samos adasında onun şərəfinə ucaldılmış heykəlini görürsünüz.



Pifaqor teoremi

Tərs teorem

Üçbucaqda bir tərəfin kvadratı qalan iki tərəfin kvadratları cəminə bərabədirsə, bu üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdır. $c^2 = a^2 + b^2$ olarsa, $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır.



Tərəfləri natural ədədlərlə ifadə olunmuş düzbucaqlı üçbucaqlara Pifaqor üçbucaqları deyilir. Tərəfləri 3; 4; 5 olan üçbucaq ən çox istifadə olunan düzbucaqlı üçbucaqdır. Qədim misirlilər yer üzərində ölçmələr zamanı bu üçbucaqlardan geniş istifadə etmişlər. Bu üçbucaq Misir üçbucağı da adlanır. Həmçinin tərəfləri 5, 12, 13; 8, 15, 17; 7, 24, 25 . . . olan üçbucaqlar da Pifaqor üçbucaqlarıdır. Bu ədədlərə isə Pifaqor üçlükləri deyilir. a , b , c ədədləri Pifaqor üçlüyüdirsə, ak , bk , ck ədədləri ($k > 0$) də Pifaqor üçlüyü olur.

1» Hansı ədədlər qrupu düzbucaqlı üçbucağın tərəflərini ifadə edir?

- 1) 8, 15, 17 2) 7, 24, 25 3) 20, 21, 31 4) 37, 12, 34
 5) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1$ 6) 10, 12, $\sqrt{22}$ 7) 2, 3, 4 8) $\sqrt{7}, 8, \sqrt{71}$

2» 1) Birdən başqa ortaq vuruğu olmayan üç natural ədəd düzbucaqlı üçbucağın tərəflərini ifadə edərsə, bu ədədlərə sadə Pifaqor üçlüyü deyəcəyik. Cədvəldəki sadə Pifaqor üçlüyünü yazın.

a	b	c
5	12	13
10	24	?
15	?	39
?	48	52

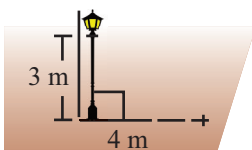
2) Cədvəldə verilmiş Pifaqor ədədlərinin dəyişmə qaydasını müəyyən edin.

3) Hər bir sadə Pifaqor üçlüyünə uyğun yeni Pifaqor üçlükləri yazın:

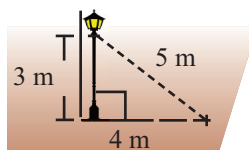
- 1) 8; 15; 17; 2) 9; 40; 41; 3) 7; 24; 25.

3» Düzbucaqlı üçbucağın iki tərəfinin uzunluğu 7 sm və 10 sm-dir. Üçüncü tərəfin uzunluğunun mümkün qiymətlərini tapın.

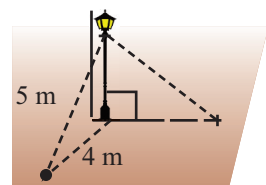
4» Araşdırma. Pifaqor üçlüyündən istifadə etməklə hündürlüyü 3 m olan işıq dirəyinin yerə perpendikulyar olduğunu necə yoxlamaq olar? Suala hər bir şəkildə təsvir olunanların izahını yazmaqla cavab verin.



1 ölçmə.

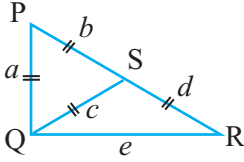


2 ölçmə.

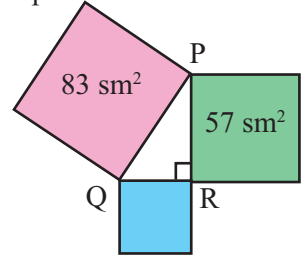


Pifaqor teoreminin tətbiqi

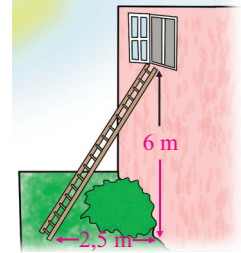
- 1) Verilir: ΔPQR -də $a = b = c = d$
 1) İsbat edin ki, $\angle PQR = 90^\circ$.
 2) $a = 1$ olduqda e -nin qiymətini tapın.



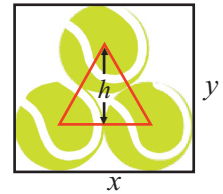
- 2) Şəkilə verilənlərə görə QR tərəfi üzərində qurulmuş kvadratin sahəsini tapın.



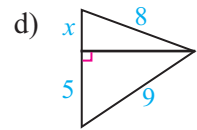
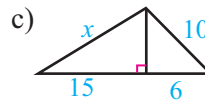
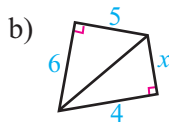
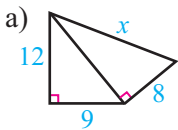
- 3) İkinci mərtəbənin pəncərəsi yerdən 6 m hündürdükdür. Divardan 2,5 m aralıda nərdivan qoymaqla ikinci mərtəbəyə çıxmaq olar. Bunun üçün neçə metr uzunluqda nərdivan lazımdır?



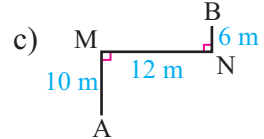
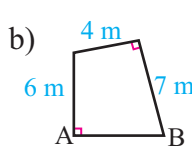
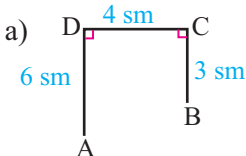
- 4) Tennis topları şəkildə göstərildiyi qaydada qutuya yığılmışdır. Hər bir topun diametri 6 sm-dir.
 1) Qutunun x -lə işarə edilmiş ölçüsünü tapın.
 2) Qutunun oturacağı kvadratşəkilli ola bilərmi? Cavabınızı y -i tapmaqla əsaslandırın.



- 5) Verilməyən tərəfi tapın.



- 6) A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.



- 7) Pəncərənin hündürlüyü 180 sm, eni 240 sm, diaqonalı isə 300 sm-dir. Bu pəncərənin düzbucaqlı formasında olduğunu söyləmək olarmı?

- 8) Düzbucaqlı üçbucağın tərəflərinin uzunluqları ardıcıl cüt ədədlərdir. Üçbucağın tərəflərini tapın.

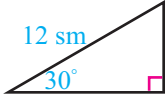
Pifaqor teoreminin tətbiqi

9» Araşdırma. Bir çox Pifaqor üçlüyü tək ədədlərlə başlayır.

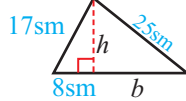
- | | | | |
|--|----|----|----|
| 1) Verilən Pifaqor üçlüklərindəki birinci ədədi kvadrata yüksəldin. Bu ədədlə digər iki ədəd arasında hər hansı əlaqə varmı? | 3 | 4 | 5 |
| | 5 | 12 | 13 |
| 2) Pifaqor üçlüyünü $x, y, y + 1$ kimi qəbul etməklə 1-ci bənddən çıxan nəticəni y -i x -lə ifadə etməklə yazın. | 7 | 24 | 25 |
| | 9 | 40 | 41 |
| 3) 2-ci tapşırığın nəticəsinə görə Pifaqor ədədlərinin sonsuz sayda olduğunu söyləmək olarmı? | 11 | 60 | 61 |
- 4) Excel proqramının köməyiylə birinci ədədi 3-dən 31-ə qədər olmaqla Pifaqor üçlüklərini müəyyən edin və cədvəl qurun.

10» Tapşırıqları yerinə yetirin.

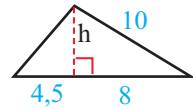
- 1) Üçbucağın perimetrini tapın.



- 2) Üçbucağın hündürlüyünü və perimetrini tapın.

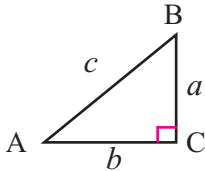


- 3) Üçbucağın hündürlüyünü və perimetrini tapın.

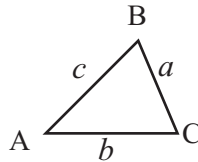


Tərəflərinin uzunluğuna görə üçbucağın növünün təyini

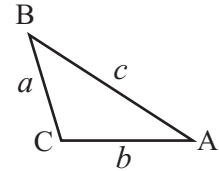
Üçbucağın tərəfləri a, b, c olsun və fərz edək ki, $a \leq b \leq c$



$c^2 = a^2 + b^2$ olarsa, $\angle C = 90^\circ$ olur. $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır.



$c^2 < a^2 + b^2$ olarsa, $\angle C < 90^\circ$ olur. $\triangle ABC$ itibucaqlı üçbucaqdır.



$c^2 > a^2 + b^2$ olarsa, $\angle C > 90^\circ$ olur. $\triangle ABC$ korbucaqlı üçbucaqdır.

11» 1) Verilən tərəflərə görə üçbucaq qurmaq mümkündürmü? 2) Əgər mümkündürsə, bu üçbucağın düzbucaqlı, itibucaqlı və ya korbucaqlı olduğunu müəyyən edin. **Göstəriş:** birinci suala cavabınızı üçbucaq bərabərsizlikləri yazmaqla əsaslandırın.

- | | | | |
|---------------|----------------------|-----------------------------------|-----------------------|
| 1) 16, 18, 26 | 2) 1; 3; $2\sqrt{2}$ | 3) 6; 7; 8 | 4) 8; 12, $4\sqrt{3}$ |
| 5) 15, 8, 17 | 6) 12, 36, 35 | 7) $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$ | |

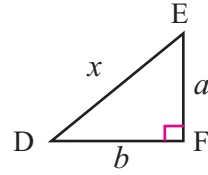
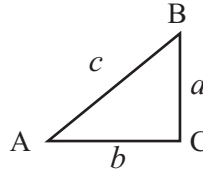
12» Açıq tipli sual. Diaqonalı enindən 2 dəfə uzun olan düzbucaqlı çəkin. Sonra düzbucaqlının uzunluğunu Pifaqor teoreminin köməyiylə tapın. Düzbucaqlının eni, uzunluğu və diaqonalının nisbətini yazın. Cavablarınızı müqayisə edin.

Pifaqor teoreminin tətbiqi

13 Pifaqor teoreminin tərs teoreminin isbatını dəftərinizdə tamamlayın.

Verilir: $\triangle ABC$, $c^2 = a^2 + b^2$

İsbat edin: $\angle C = 90^\circ$



1. Katetləri a və b olan DEF düzbucaqlı üçbucağını çəkkək və hipotenuzu x -lə işarə edək:

2. $x^2 = ?$

3. $c^2 = a^2 + b^2$

4. $c = x$

5. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

6. $\angle F$ düz bucaqdır

7. $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır

$\triangle DEF$ -də Pifaqor teoreminə görə:

Verilir

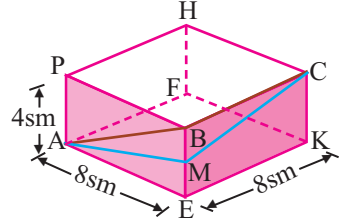
?

$\triangle$ konqruentliyinin ? əlamətinə görə

?

?

14 Düzbucaqlı prizmanın üzərində A və C təpələri arasındakı iki fərqli yol göstərilmişdir. M nöqtəsi BE tilinin orta nöqtəsidir. Hansı yol daha qısadır: ABC, yoxsa AMC?



Pifaqor teoreminin köməyiylə bucaqları 45° ; 45° ; 90° və 30° ; 60° ; 90° olan düzbucaqlı üçbucaqların tərəflərinin uzunluqları arasında əlaqəni qayda şəklində ifadə etmək mümkündür.

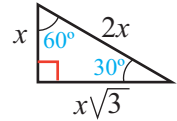
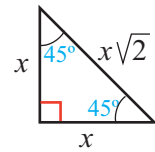
Xüsusi düzbucaqlı üçbucaqlar haqqında

Teorem 1. Bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqlarda hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.

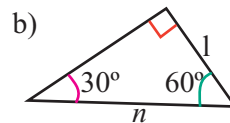
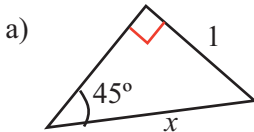
Tərəflərin nisbəti: $1 : 1 : \sqrt{2}$

Teorem 2. İti bucaqlarından biri 30° olan düzbucaqlı üçbucaqlarda hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə böyükdür. Böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

Tərəflərin nisbəti: $1 : \sqrt{3} : 2$

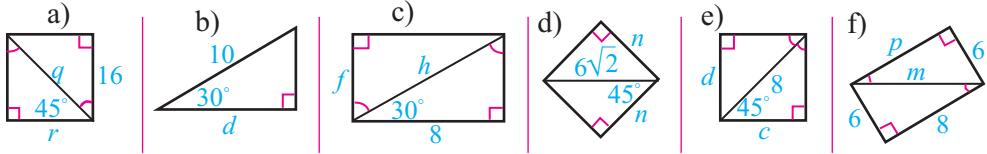


15 Teoremləri aşağıdakı məsələləri həll etməklə yoxlayın.



Pifaqor teoreminin tətbiqi

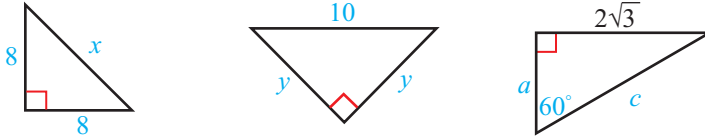
16 Dəyişənlə işarə edilmiş tərəfi və ya diaqonalı tapın.



17 Verilən şərtlərə görə tələb olunan hissənin uzunluğunu tapın. Nəticəni lazım gəldikdə ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

- 1) Tərəfi 5 sm olan bərabərtərəfli üçbucaq çəkin və hündürlüyünü tapın.
- 2) Kvadratin perimetri 24 sm-dir. Diaqonalını tapın.
- 3) Kvadratin diaqonalı 16 sm-dir. Tərəfini tapın.

18 Verilməyən tərəfləri tapın.



19 Tərəfləri verilən üçbucaqları bucaqlarına görə təsnif edin.

- 1) 4; 4; 7
- 2) 8; 8; $8\sqrt{2}$
- 3) 20; 15; 21

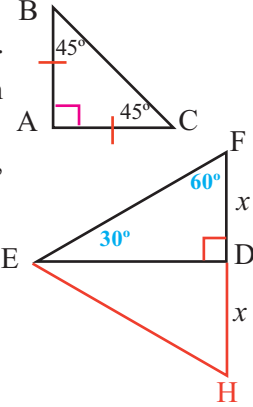
20 Xüsusi düzbucaqlı üçbucaqlar haqqındakı teoremləri isbat edin.

1) **Verilir:** $\triangle ABC$ bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqdır. **İsbat edin:** Hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.

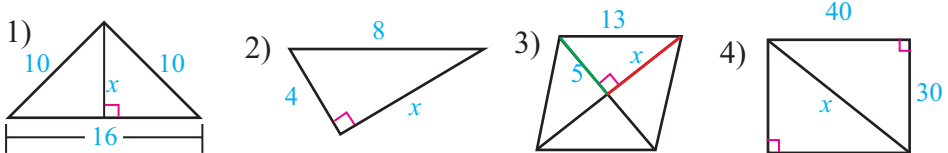
2) **Verilir:** $\triangle EFD$ iti bucaqlarından biri 30° olan düzbucaqlı üçbucaqdır.

İsbat edin: Hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə, böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

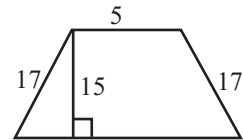
İsbat üçün plan: $\triangle EFD$ -yə konqruent üçbucaq qurun. $\triangle HFE$ -nin bərabərtərəfli üçbucaq olduğunu isbat edin.



21 Verilənlərə görə x -i tapın.

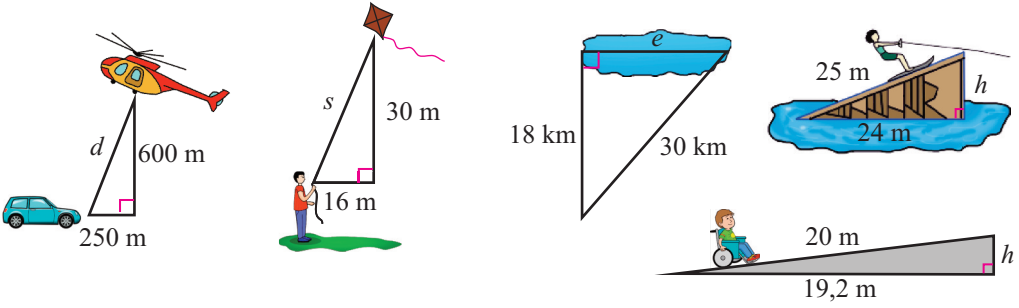


22 Şəkilə verilənlərə görə bərabəryanlı trapesiyanın perimetrini tapın.

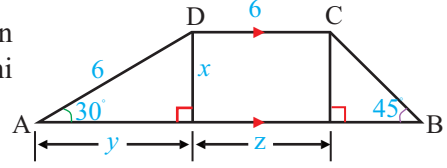


Pifaqor teoreminin tətbiqi

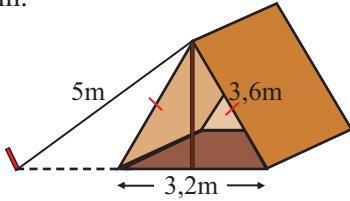
23 Şəkilə verilənlərə görə məchulların qiymətlərini tapın.



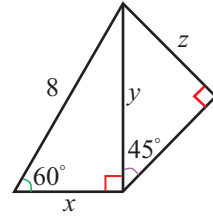
24 Şəkilə verilənlərə görə məchulların qiymətlərini və trapesiyanın perimetrini tapın.



25 Çadır, dayanıqlığını artırmaq üçün dəmir məftil bağlanmış taxta mıxla yerə bərkidilmişdir. Mıxdan çadırın ən yaxın nöqtəsinə qədər olan məsafəni tapın.



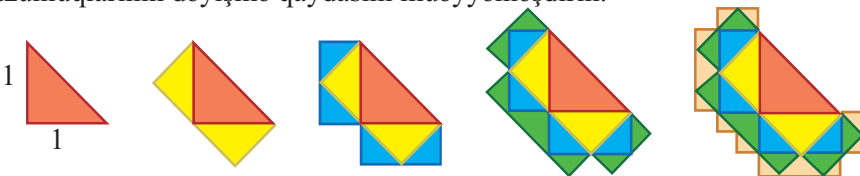
26 Şəkilə verilənlərə görə x , y , z -in qiymətlərini tapın.



27 Elçin ölçüləri $50 \text{ m} \times 120 \text{ m}$ olan düzbucaqlı şəklində parkı saniyədə 1,6 m sürətlə gah diaqonalı boyu, gah da perimetri boyu piyada gəzir. Elçinin parkın bir küncündən digər küncünə diaqonalı boyu keçmək üçün sərf etdiyi vaxt, perimetri boyu bir tam dövrü üçün sərf etdiyi vaxtdan nə qədər azdır?

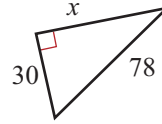
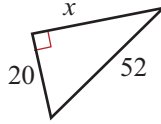
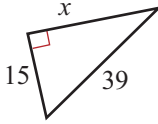
28 Həsən avtomobillə 60 km/saat sürətlə dəmiryol vağzalından saat 14:00-da şərqə doğru hərəkətə başladı. Bir saat sonra isə Bəşir eyni nöqtədən şimala doğru 50 km/saat sürətlə hərəkətə başladı. Saat 16:00-da onlar arasındakı məsafə neçə kilometr olacaq?

29 **Araşdırma.** Birinci addımdakı üçbucağın katetlərini vahidə bərabər qəbul etməklə, hər sonrakı addımda əlavə edilən üçbucaqların katetlərini tapın. Məxrəci irrasionalıqdan azad etməzdən əvvəlki vəziyyətə görə katetlərinin uzunluqlarının dəyişmə qaydasını müəyyənəldirin.

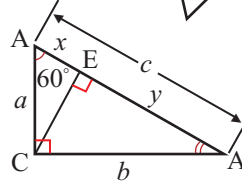


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

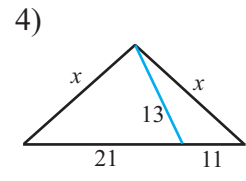
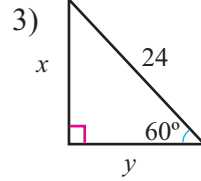
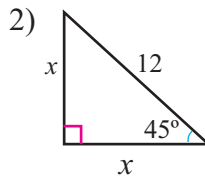
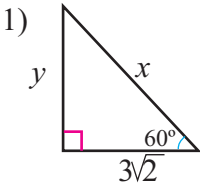
- 1) Aşağıdakı üçbucaqların verilməyən tərəfini bu ədədlərə uyğun sadə Pifaqor üçlüyünü tapmaqla hesablayın. Göstəriş: verilən ədədlərin ortaq bölənini tapın.



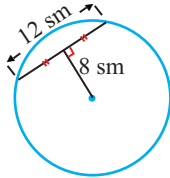
- 2) 1) $a = 10$ olarsa, y və CE -ni tapın.
2) $x = 8$ olarsa, a , b , y -i tapın.



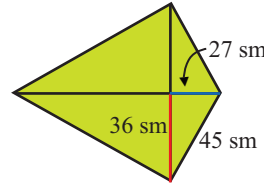
- 3) Verilməyən tərəfləri tapın.



- 4) Uzunluğu 12 sm olan vətərin orta nöqtəsindən çevrənin mərkəzinə qədər məsafə 8 sm-dir. Çevrənin radiusunu tapın.

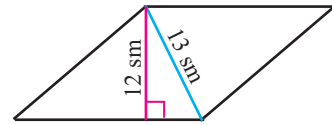


- 5) Şəkilə verilənlərə görə çərpələngin diaqonallarının perpendikulyar olduğunu necə yoxlamaq olar?

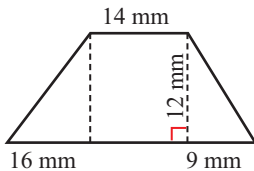


- 6) Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın hündürlüyünü tapın.

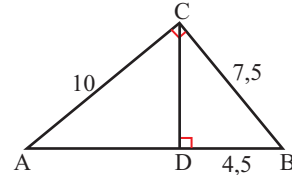
- 7) Şəkilə verilənlərə görə rombun tərəfini tapın.



- 8) Şəkilə verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini tapın.



- 9) Şəkilə verilənlərə görə AD -nin uzunluğunu tapın.



- 10) Rombun diaqonalları 12 sm və 16 sm-dir. Rombun perimetrini tapın.

3. 1. Kvadrat tənliklər

3.2. Fiqurların sahəsi

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- kvadrat tənlikləri müxtəlif üsullarla həll etməyi;
- kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi.
- üçbucaqların və dördbucaqlıların sahəsini hesablama düsturlarını;
- sahə düsturlarının tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- mürəkkəb fiqurları daha sadə fiqurlara bölməklə onların sahəsini hesablamağı.

Kvadrat tənliklər inşaat, maliyyə, dizayn məsələlərinin həllində geniş tətbiq edilir.

Praktik məsələlərin həllində sahələrin hesablanmasıdan geniş istifadə edilir.

Bu maraqlıdır!

Dahi şərq alimi əl-Xarəzmi “Cəbr və Müqayisə Hesabları” əsərində tənliklərin həlli üçün müxtəlif üsullar vermişdir. Bu üsullardan biri də seçmə yolu ilə tənliyin həllidir. Xarəzmi dəyişən üçün bir qiymət seçir və yoxlama aparır. Yoxlamanın nəticəsindən doğru cavabı tapmaq üçün istifadə edir.



Məsələn,

$$c + 9 = 47$$

$$c = 31 \text{ olsun,}$$

$$c + 9 = 40 \text{ olar,}$$

$$40 + \boxed{7} = 47$$

$$c = 31 + 7, c = 38$$

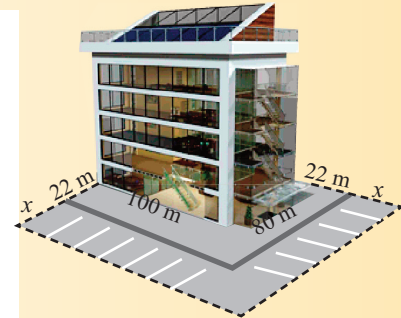
$$3x = 84$$

$$\text{Sınaq üçün}$$

$$x = 7 \text{ götürək}$$

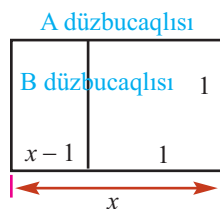
$$3x = 21$$

$$21 \cdot \boxed{4} = 84, x = 7 \cdot 4 = 28$$



Kvadrat tənliklər

Araşdırma. Dizayn işlərində tərəfləri qızıl nisbətdə olan düzbucaqlılardan geniş istifadə edirlər. Belə ki, bu düzbucaqlılardan ən böyük kvadrat kəsib götürsək, qalan kiçik düzbucaqlının da tərəfləri nisbəti verilmiş düzbucaqlının tərəfləri nisbətində olur.



$\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$ tənəsübündən $x(x-1) = 1$ yazmaq olar. Buradan $x^2 - x = 1$ və ya $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyini həll etməklə x -i tapmalıyıq. Alınmış tənlikdə bir dəyişən var və bu dəyişənin ən yüksək dərəcəsi 2-dir. Belə tənliklər kvadrat tənliklər adlanır. Bu tip məsələləri həll etmək üçün kvadrat tənliklərin müxtəlif üsullarla həlli yollarını öyrənməliyik.

Kvadrat tənliklər

$a \neq 0$ olmaqla $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinə kvadrat tənlik deyilir. Burada a, b, c verilmiş ədədlər, x isə məchuldur.

a – birinci əmsal, b – ikinci əmsal, c – sərbəst hədd adlanır.

Məsələn, $3x^2 - x - 7 = 0$ tənliyində $a = 3, b = -1, c = -7$ -dir.

Tənliyinin hər iki tərəfini a – ya bölməklə, $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ tənliyini alırıq.

Burada $\frac{b}{a} = p, \frac{c}{a} = q$ işarə etməklə, onu $x^2 + px + q = 0$ şəklində yazmaq olar.

$x^2 + px + q = 0$ tənliyinə çevrilmiş kvadrat tənlik deyilir.

Məsələn, $2x^2 - 6x - 8 = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini 2-yə bölməklə, onunla eynigüclü olan $x^2 - 3x - 4 = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyi alırıq.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Kvadrat tənlikləri seçin və hər bir kvadrat tənlik üçün əmsalları yazın.

a) $3x^2 + 4x - 5 = 0$

b) $\frac{3}{4}x^2 - 2x - 3 = 0$

c) $x - 4 = 5$

d) $\frac{6}{x^2} - x + 2 = 0$

e) $6x^2 + x = 0$

f) $-x^2 + 5 = 0$

2 Tənlikləri $ax^2 + bx + c = 0$ şəklinə gətirin.

1) $(x-2)(x+1) = (2x-5)^2 + 1$

4) $(2x-1)^2 = (x-1)(x+7)$

2) $-2(x+5)(x-8) = 0$

5) $4(x-1)^2 + 9 = 0$

3) $(x+3)^2 + 3(2x+1)^2 - 54 = 0$

6) $(3x-2)^2 - 15(x-2)^2 + 12 = 0$

3 Verilmiş kvadrat tənliyi onunla eynigüclü olan çevrilmiş tənliyə gətirin.

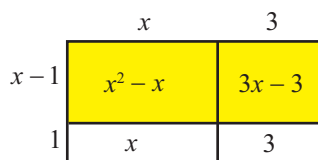
a) $3x^2 + 6x - 12 = 0$

b) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

c) $5x^2 - 4x - 1 = 0$

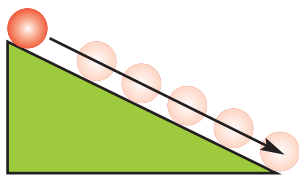
d) $-x^2 + 6x + 3 = 0$

4 Şəkindəki düzbucaqlının rəngli hissəsinin sahəsi 21 kvadrat vahiddir. Düzbucaqlının tərəflərinin uzunluqlarını hesablamağa imkan verən kvadrat tənliyi yazın.



Natamam kvadrat tənliklər

Araşdırma. Fizika dərində topu şəkildə göstərildiyi kimi səth üzərində diyirləməklə təcrübə aparıldı. Topun istənilən t zamanında olduğu hündürlüyün $h = -4,9t^2 + 4$ düsturu ilə tapıla bildiyi müəyyən edildi.



a) Bu hərəkəti ifadə edən düstur $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin oxşar və fərqli cəhətlərini araşdırın.

b) Araşdırma tapşırığında topun neçə saniyəyə yerə çatdığını tapmaq üçün $h = 0$ qəbul etməklə $-4,9t^2 + 4 = 0$ tənliyini həll edin. Düsturdakı 4 ədədinin reallıqda hansı kəmiyyətə uyğun gəldiyi haqqında düşünün.

Natamam kvadrat tənliklər

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyində b və c əmsallarının heç olmasa biri sıfıra bərabər olarsa, belə tənliyə natamam kvadrat tənlik deyilir.

$ax^2 = 0$ ($b = c = 0$), $ax^2 + bx = 0$ ($c = 0, b \neq 0$),

$ax^2 + c = 0$ ($b = 0, c \neq 0$) tənlikləri natamam kvadrat tənliklərdir.

1) $ax^2 = 0$ tipli tənliklərin həlli. Tənliyin hər iki tərəfini $a \neq 0$ ədədinə bölsək, $x^2 = 0$ tənliyini alırıq. Onun kökləri $x_1 = x_2 = 0$ olar.

Nümunə 1. $3x^2 = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini 3-ə bölək: $x^2 = 0, x_1 = x_2 = 0$

2) $ax^2 + bx = 0$ tipli tənliklərin həlli. Bu tip tənliklər vuruqlara ayırmaqla həll edilir: $x \cdot (ax + b) = 0$.

Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqlardan heç olmasa biri sıfır olmalıdır: yəni ya $x = 0$, ya da $ax + b = 0$. Buradan da alınır ki, $ax^2 + bx = 0$ tənliyinin biri həmişə “0” olmaqla iki kökü var: $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$

Nümunə 2. $2x^2 - 5x = 0$ tənliyini həll etmək üçün sol tərəfi vuruqlarına ayıraraq:

$$x \cdot (2x - 5) = 0 \quad x_1 = 0; \quad 2x - 5 = 0; \quad x_2 = 2,5$$

3) $ax^2 + c = 0$ tipli tənliklərin həlli.

$ax^2 + c = 0$ tənliyini $ax^2 = -c, x^2 = -\frac{c}{a}$ şəklində yazaq.

a və c eyni işarəlidirsə, tənliyin həqiqi kökü yoxdur (niyə?).

a və c müxtəlif işarəlidirsə, tənliyin iki kökü var: $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$ və $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$

Nümunə 3. $4x^2 - 8 = 0$ tənliyini həll edək:

$$4x^2 = 8, \quad x^2 = 2, \quad x = \pm\sqrt{2}, \quad x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = -\sqrt{2}$$

Öyrənmə tapşırıqları

5» Tənlikləri həll edin.

1) $2x^2 = 0;$

2) $x^2 - 16 = 0$

3) $-2x^2 = -50$

4) $8x^2 = 2x^2$

5) $x^2 - 3 = 0;$

6) $2x^2 + x = 0;$

7) $6x^2 = x$

8) $3x = 2x^2$

6» Tənlikləri həll edin:

a) $4x^2 = 8$

b) $\frac{x^2}{25} - 4 = 5$

c) $7x^2 - 10 = 18$

d) $6x^2 + 3x = 3x^2 - x$

e) $3x^2 - 18 = 2x^2 + 7$

f) $x^2 = 2x^2 + 2x$

Natamam kvadrat tənliklər

- 7» k -nın elə qiymətlərini göstərin ki, verilmiş tənlik natamam kvadrat tənliyə çevrilsin. k -nın bu qiymətləri üçün uyğun tənliyi yazın və həll edin.
- a) $2x^2 + (k - 2)x - (k + 6) = 0$ b) $2x^2 - (k + 1)x - 15 + k = 0$

- 8» 1) Hansı natural ədədin kvadratı həmin ədədin üç mislinə bərabərdir?
 2) Uzunluğu enindən 4 dəfə böyük olan düzbucaqlının sahəsi 100 m^2 -dir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.
 3) Sahəsi $16\pi \text{ sm}^2$ olan dairənin radiusu neçə santimetrdir?

- 9» Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{x^2 - 1}{3} + \frac{x^2 + 1}{2} = 3,5$

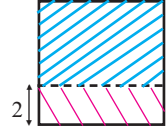
b) $\frac{x^2 - 1}{2} + \frac{x^2 + 5}{6} = \frac{1}{2}$

c) $x^2 + 2x = \frac{2x^2 + 9x}{6}$

d) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{9}$

Tətbiq tapşırıqları

- 10» Kvadratdan eni 2 sm olan zolaq kəsildi. Kəsilmiş zolağın sahəsinin qalan sahədən 2 dəfə az olduğunu bilərək, kvadratin tərəfini tapın.



- 11» $x^2 + c = 0$ şəklində elə tənlik yazın ki: a) iki müxtəlif kökü olsun; b) iki bərabər kökü olsun; c) həqiqi kökü olmasın.
- 12» Göstərin ki, $x^2 = 4$ və $|x| = 2$ tənliklərinin kökləri eynidir.

- 13» Bağban tərəfi 7 m olan kvadratşəkilli güllüyü eyni sahəli daire şəklinə gətirmək istəyir.

- 1) Yeni sahənin radiusu təxminən neçə metr olmalıdır?
 2) Sahələri eyni olan kvadratin tərəfi ilə dairənin radiusu arasındakı ümumi asılılığı yazın.

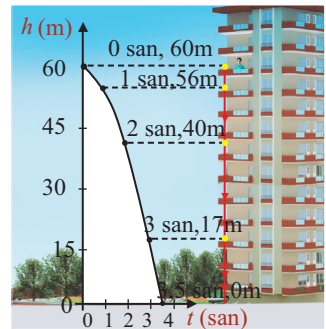


- 14» Cisim müəyyən hündürlükdən sərbəst düşdükdə onun t saniyədən sonra yer səthindən olan məsafəsini (m -lə) $h = -4,9t^2 + h_0$ düsturu ilə hesablamaq olar (bu zaman havanın müqaviməti nəzərə alınmır). h_0 cismin atıldığı başlanğıc hündürlüyü göstərir. Cisim yerə çatdıqda $h = 0$ olur.

Şəkilə 60 m hündürlükdən üfüqi istiqamətdə atılan cismin hərəkəti təsvir edilmişdir.

$-4,9t^2 + 60 = 0$ tənliyini həll etməklə cismin neçə saniyədən sonra yerə çatdığını tapmaq olar.

- a) 120 m; b) 250 m hündürlükdən atılan cisim təxminən neçə saniyədən sonra yerə düşəcək? “Bu məsələnin bir müsbət, bir mənfi cavabı var” fikri doğrudurmu?



Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$x^2 + bx + c = 0$ tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$x^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün elə iki m və n ədədi tapmaq lazımdır ki (əgər belə ədədlər varsa), onların hasili c -yə, cəmi isə b -yə bərabər olsun. b və c tam ədədlər olduqda m və n də tam ədədlərdir. Bu halda $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ olduğundan verilmiş tənliyi $(x + m)(x + n) = 0$ şəklində yazmaqla həll etmək olar.

Nümunə 1. $b > 0, c > 0$ $x^2 + 6x + 8 = 0$, $b = 6$, $c = 8$, b və c müsbət ədədlər olduğundan elə iki müsbət ədəd tapmalıyıq ki, hasili 8, cəmi isə 6 olsun. Bu ədədlər 2 və 4-dür.

$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$ olduğu üçün tənliyi
 $(x + 2)(x + 4) = 0$ şəklində yazıb,
 $x_1 = -2$, $x_2 = -4$ tapırıq.

8-in vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 8	9
2 və 4	6

Nümunə 2. $b < 0, c > 0$, $x^2 - 9x + 18 = 0$

b mənfi, c müsbət olduğundan iki elə mənfi ədəd tapmalıyıq ki, hasili 18, cəmi -9 olsun.

$x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$ olduğundan tənliyi
 $(x - 3)(x - 6) = 0$ şəklində yazmaq olar.

Buradan $x_1 = 3$, $x_2 = 6$.

18-in vuruqları	Vuruqların cəmi
-2 və -9	-11
-3 və -6	-9

Nümunə 3. $b > 0, c < 0$, $x^2 + 5x - 14 = 0$

$x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$ və

$(x - 2)(x + 7) = 0$ tənliyinin həlli $x_1 = 2$, $x_2 = -7$.

-14 -ün vuruqları	Vuruqların cəmi
2 və -7	-5
-2 və 7	5

Nümunə 4. $b < 0, c < 0$, $x^2 - 4x - 21 = 0$

$x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$ və

$(x - 7)(x + 3) = 0$ tənliyindən $x_1 = 7$, $x_2 = -3$.

-21 -in vuruqları	Vuruqların cəmi
7 və -3	4
-7 və 3	-4

Öyrənmə tapşırıqları

1 Kvadrat tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

- | | | |
|--------------------|------------------------|-----------------------|
| 1) $x^2 = 64$ | 5) $x^2 - 4x + 3 = 0$ | 9) $x^2 - 3x + 2 = 0$ |
| 2) $x^2 - 100 = 0$ | 6) $x^2 + 2x - 3 = 0$ | 10) $-x^2 + 6x = 0$ |
| 3) $x^2 - 9x = 0$ | 7) $x^2 - 3x - 10 = 0$ | 11) $x^2 + 18x = -81$ |
| 4) $4x^2 - 25 = 0$ | 8) $x^2 - 6x + 5 = 0$ | 12) $x^2 + 3x = 18$ |

2 Sol tərəfi vuruqlarına ayrılmış $(x - m_1)(x - m_2) = 0$ şəklində kvadrat tənliyin kökləri m_1 və m_2 ədədlərinə bərabərdir. Verilmiş köklərinə görə kvadrat tənlikləri yazın.

- | | | | |
|--------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| 1) 1 və -3 | 2) -8 və -2 | 3) 3 və -3 | 4) -5 və 2 |
| 5) 2 və $-\frac{1}{3}$ | 6) $\frac{2}{3}$ və $-\frac{2}{3}$ | 7) $\frac{5}{4}$ və $\frac{1}{2}$ | 8) 9 və $\frac{1}{6}$ |

Nümunə. 1) 1 və -3 ; $(x - 1)(x + 3) = 0$; $x^2 + 3x - x - 3 = 0$; $x^2 + 2x - 3 = 0$

3 k -nın yerinə elə ədədlər yazın ki, tənliyin kökləri tam ədədlər olsun.

- | | | |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1) $x^2 + kx + 24 = 0$ | 2) $x^2 + kx + 12 = 0$ | 3) $x^2 + kx + 27 = 0$ |
|------------------------|------------------------|------------------------|

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

4» Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$y^2 + 13y + 36 = 0$$

$$x^2 + 22x + 40 = 0$$

$$z^2 - 3z - 4 = 0$$

$$x^2 - 13x + 12 = 0$$

$$r^2 - 11r + 18 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$n^2 - 12n + 27 = 0$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$m^2 - 5m - 14 = 0$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

$$c^2 + 2c - 63 = 0$$

$$x^2 + 10x - 75 = 0$$

$$t^2 - 7t - 44 = 0$$

5» Kökləri -7 və 5 olan kvadrat tənliyi Fəridə, Elmir və Sona aşağıdakı kimi yazmışlar. Kim tapşırığı düzgün yerinə yetirmişdir?

Fəridə

$$(x + 7)(x - 5) = 0$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

Elmir

$$(x - 7)(x + 5) = 0$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

Sona

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

6» Tənliklərdən hansının kökləri tam ədədlər deyil?

a) $x^2 - 3x - 18 = 0$

b) $n^2 - 3n + 9 = 0$

c) $r^2 + 2r - 63 = 0$

d) $x^2 + x - 12 = 0$

e) $x^2 + 2x - 13 = 0$

f) $x^2 + 8x + 15 = 0$

7» Düzbucaqlının sahəsi 28 m^2 -dir. Bu düzbucaqlının tərəflərinin uzunluqları (metrlə) hansı tam ədədlər ola bilər?

8» Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi ilə sol tərəfini vuruqlarına ayırın və tənliyi həll edin.

1) $0,25t^2 - 0,16 = 0$

2) $(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 54 = 0$

3) $3600z^2 - 4900 = 0$

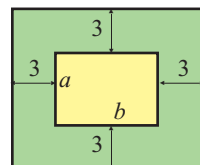
4) $(x - 2)^2 - 15(x - 2) + 56 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

9» 1) Sarı hissənin sahəsini göstərən ifadəni yazın.

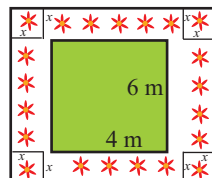
2) Ümumi sahəni göstərən ifadəni vuruqlara ayrılmış şəkildə yazın.

3) Yaşıl hissənin sahəsini göstərən ifadəni yazın.



10» Ölçüləri $24 \text{ sm} \times 16 \text{ sm}$ olan bəzəkli taxta lövhənin kənarları boyu sahəsi 276 sm^2 olan rəngli taxta haşiyə yapışdırıldı. Haşiyənin enini tapın. Məsələyə uyğun şəkli çəkin.

11» Tahir dayı ölçüləri $4 \times 6 \text{ m}$ olan bağçanın kənarlarına güllər əkməklə onun sahəsini bağçanın sahəsi qədər genişləndirdi. Güllük sahənin enini tapın.



12» 1) $x^2 + bx + c$ üçhədlisini vuruqlara ayırarkən c -nin işarəsini necə nəzərə alırsınız? Nümunələr göstərməklə ümumiləşdirin.

2) b -nin hansı qiymətlərində $x^2 + bx + 7 = 0$ tənliyinin kökləri tam ədədlər olar?

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

ax² + bx + c = 0 tənliklərinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün elə m və n ədədləri tapmaq lazımdır ki, $mn = ac$, $m+n=b$ olsun.

Bu halda verilmiş tənliyi $(ax + m)(x + \frac{n}{a}) = 0$ şəklində yazaraq həll etmək olar.

Nümunə 1. $2x^2 + 6x + 4 = 0$

$2x^2 + 6x + 4 = 2x^2 + mx + nx + 4$ kimi yazaq
 m və n elə ədədlərdir ki, $mn = ac$, $m + n = b$.

Bu halda $mn = 2 \cdot 4 = 8$, $m + n = 6$

$$2x^2 + mx + nx + 4 = 2x^2 + 2x + 4x + 4 = (2x^2 + 2x) + (4x + 4) =$$

$$= 2x(x + 1) + 4(x + 1) = (x + 1)(2x + 4)$$

$$(2x + 4)(x + 1) = 0$$

$$2x + 4 = 0, x_1 = -2; x + 1 = 0, x_2 = -1$$

8-in vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 8	9
2 və 4	6

Nümunə 2. $4x^2 - 13x + 10 = 0$ $a = 4$, $b = -13$, $c = 10$ $ac = 4 \cdot 10 = 40$, $b = -13$ olduğundan, m və n ədədlərinin hər ikisi mənfi olmalıdır. Hasil 40 olan mənfi tam ədədlər cütündən cəmi -13 -ə bərabər olanını seçək. Bu ədədlər -5 və -8 -dir.

$$4x^2 - 13x + 10 = 4x^2 - 5x - 8x + 10 =$$

$$= x(4x - 5) - 2(4x - 5) = (4x - 5)(x - 2)$$

$$(4x - 5)(x - 2) = 0,$$

$$4x - 5 = 0, x_1 = 1,25, x - 2 = 0, x_2 = 2$$

40-in vuruqları	Vuruqların cəmi
-4 və -10	-14
-5 və -8	-13

Nümunə 3. $4x^2 - 5x + 4$ üçhədlisində $mn = 16$,

$m + n = -5$. 16-nın mənfi tam ədədlərlə vuruqlarının

siyahısını yazaq. Göründüyü kimi, $mn = 16$,

$m + n = -5$ şərtlərini ödəyən tam ədədlər yoxdur.

Deməli, bu üçhədlini tam ədədlərdən istifadə etməklə vuruqlarına ayırmaq mümkün deyil.

16-nın vuruqları	Vuruqların cəmi
-4 və 4	0
-2 və -8	-10
-1 və -16	-17

Öyrənmə tapşırıqları

13 Cədvəli dəftərinizdə çəkib doldurun.

Kvadrat üçhədlinin vuruqları	$ax^2 + mx + nx + c$	$ax^2 + bx + c$	$m + n = b$	$mn = ac$
$(2x + 1)(x + 4)$	$2x^2 + 8x + x + 4$	$2x^2 + 9x + 4$	$8 + 1 = 9$	$8 \cdot 1 = 2 \cdot 4$
$(x + 1)(2x - 4)$				
$(2x - 1)(4x + 1)$				
$(3x + 1)(x + 5)$				
$(4x - 3)(2x - 1)$				

14 Vuruqlara ayırma üsulu ilə tənlikləri həll edin.

1) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

4) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

7) $4x^2 + 8x + 3 = 0$

2) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

5) $4x^2 - 7x - 11 = 0$

8) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

3) $2x^2 - 7x + 5 = 0$

6) $3x^2 - 13x - 30 = 0$

9) $3x^2 - 11x + 8 = 0$

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

- 15»** Verilən kvadrat tənliklərdən sol tərəfini tam ədədlərlə vuruqlarına ayırmaq mümkün olanları həll edin, digərlərinin qarşısında isə * işarəsi yazın.

$$4x^2 + 7x + 14 = 0$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$4x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 9 = 0$$

$$5x^2 + 3x + 4 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 8 = 0$$

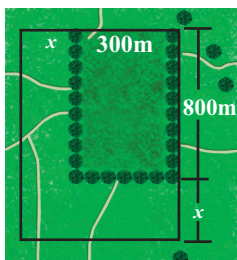
$$3x^2 - 8x + 11 = 0$$

$$4x^2 + 22x + 10 = 0$$

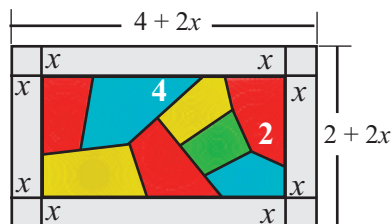
$$3x^2 - 8x + 15 = 0$$

Tətbiq tapşırıqları

- 16»** Ölçüləri $300\text{ m} \times 800\text{ m}$ olan yaşıl-
lıq sahəsinin ölçülərini şəkildə
göstəriləndiyi qaydada dəyişməklə,
onun sahəsinin 1,5 dəfə artırılma-
sı nəzərdə tutulur. Yeni sahənin
ölçülərini müəyyən edin.



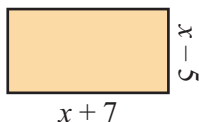
- 17»** Dizayner ölçüləri 2 m və 4 m olan şəbəkə pəncərənin kənarlarına sahəsi 7 m^2 olan rəngsiz şüşədən haşiyə quraşdırmalıdır. Haşiyənin eni nə qədər olmalıdır?



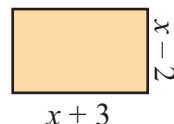
- 18»** Düzbucaqlının eni uzunluğundan 18 sm qısadır. Düzbucaqlının sahəsinin 319 sm^2 olduğunu bilərək, onun perimetrini tapın.

- 19»** Şəkildə verilənlərə görə x dəyişənin qiymətini tapın.

Sahəsi:
64 kvadrat vahid



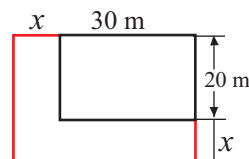
Sahəsi:
36 kvadrat vahid



- 20»** Nailə ölçüləri $40\text{ sm} \times 48\text{ sm}$ olan parça üzərində naxışlar tikdi. O, tikməsinin kənarlarına sahəsi 180 sm^2 olan naxışlı parçadan haşiyə tikmək istəyir. Bu haşiyənin eni tikmənin kənarları boyu eyni qalmaqla neçə santimetr olacaq?

- 21» Qədim Çin məsələsi.** Uzunluğu məlum olmayan bir çubuqla qapını ölçdülər. Çubuğun uzunluğu qapının enindən 4 ch'ih, hündürlüyündən isə 2 ch'ih uzunudur, diaqonalı isə çubuqla eyni uzunluqdadır. Qapının ölçülərini tapın. **Qeyd:** 1 ch'ih təxminən 30 sm-dir və Çində ölçü vahidi olaraq istifadə edilir.

- 22» Açıq tipli sual.** Şəklə uyğun məsələ qurun və həll edin.



Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

Praktik məşğələ. Cəbr kartlarının köməyiylə düzbucaqlı quraşdırmaqla vuruqlara ayırma.

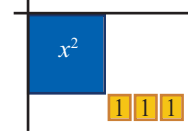
Rəngli kağızlardan şəkildə göstəriləni kimi kartlar kəsin.



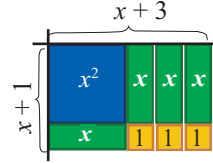
Nümunə 1. $x^2 + 4x + 3 = 0$ tənliyini vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edək. Bunun üçün $x^2 + 4x + 3$ üçhədlisini cəbr kartlarının köməyiylə vuruqlarına ayıraq.



1. Əvvəlcə x^2 kartını yerləşdirin. Sonra vahidləri göstərən kartları düzbucaqlı formada düzün. Bu halda 3 sadə ədəd olduğundan yalnız bir formada düzbucaqlı düzəltmək olar (1×3).



2. x kartlarını düzməklə düzbucaqlını tamamlayın. Alınan düzbucaqlının eni $(x+1)$, uzunluğu $(x+3)$ olacaq. Onda $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$



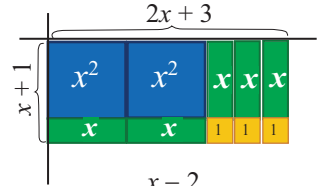
Tənliyi $(x+3)(x+1) = 0$ şəklində yazaq. Buradan, $x+3=0$, $x_1=-3$; $x+1=0$ $x_2=-1$

Nümunə 2. $2x^2 + 5x + 3 = 0$

Oxşar qayda ilə $2x^2 + 5x + 3$ üçhədlisini də vuruqlarına ayırmaq olar. $2x^2 + 5x + 3 = (2x+3)(x+1)$

$(2x+3)(x+1) = 0$,

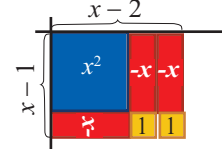
$2x+3=0$, $x_1=-1,5$ $x+1=0$ $x_2=-1$



Nümunə 3. $x^2 - 3x + 2 = 0$. Şəkildən göründüyü kimi, $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$.

$(x-1)(x-2) = 0$

$x-1=0$, $x_1=1$; $x-2=0$, $x_2=2$



23 Nümunələrə uyğun olaraq aşağıdakı tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$

c) $x^2 + 5x + 4 = 0$

d) $x^2 - 2x + 1 = 0$

e) $x^2 - 2x - 8 = 0$

f) $x^2 + 7x + 10 = 0$

24 Nümunəyə uyğun olaraq uyğun sahə modellərini çəkin və uyğun kvadrat üçhədliləri yazın.

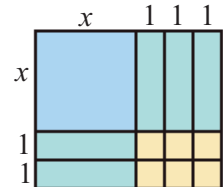
Nümunə. $(x+3)(x+2) = x^2 + 5x + 6$

1) $(x+2)(x+6)$

3) $(x+4)(x+3)$

2) $(x+1)(x+4)$

4) $(2x+1)(x+3)$



25 Cəbr kartları ilə uyğun düzbucaqlını quraşdırmaqla tənliyin sol tərəfini vuruqlara ayırın və tənliyi həll edin.

1) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

2) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

3) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli

Araşdırma. Şəkindəki cəbr kartları $x^2 + 6x$ ifadəsinə uyğundur.



1. x kartlarını bərabər sayda olmaqla iki hissəyə ayıraraq şəkində göstərilən qaydada yerləşdirək.

2. Modeli kvadrata tamamlamaq üçün 3×3 sayda vahid cəbr kartları lazımdır.

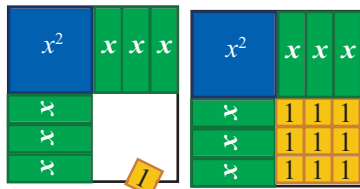
3. Tamamlanmış kvadrata uyğun üçhədli

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \text{ olur.}$$

4. Uyğun bir nümunə də siz əlavə edin.

5. Əlavə edilən vahid kartlarla b əmsalının arasında hər hansı bir əlaqə varmı?

Bu əlaqəni müəyyən edin.



Tam kvadrat ayırma üsulu

$x^2 + bx$ şəklindəki ikihədli tam kvadrata tamamlamaq üçün $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ həddi əlavə edilir.

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Bu qayda b müsbət və ya mənfi olduğu hal üçün eynidir.

Nümunə 1. $x^2 - 5x - 6 = 0$ tənliyini $x^2 - 5x = 6$ şəklində yazaq. Tənliyin

hər iki tərəfinə $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ əlavə edək: $x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$

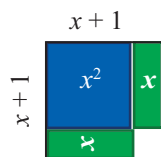
$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; \quad x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2}; \quad x_1 = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 6; \quad x_2 = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -1$$

Nümunə 2. $x^2 + 2x - 3 = 0$ tənliyini tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll etmək üçün əvvəlcə $x^2 + 2x = 3$ şəklində yazaq.

Sol tərəfdəki ifadəyə uyğun sahə modelinin kvadrat olması üçün vahidləri göstərən 1 cəbr kartı çatışmır. Deməli, tənliyin hər iki tərəfinə 1 əlavə etsək, sol tərəfi ikihədlinin kvadratı şəklində yazı bilərik.

$$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1 \quad (x + 1)^2 = 4 \quad x + 1 = \pm 2$$

Buradan $x + 1 = 2$, $x_1 = 1$; $x + 1 = -2$, $x_2 = -3$



Öyrənmə tapşırıqları

1 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər yazın ki, verilmiş ifadə ikihədlinin kvadratı olsun. Həlli sahə modeli ilə də təqdim edin.

$$x^2 + 8x + \square$$

$$x^2 + 4x + \square$$

$$x^2 + 10x + \square$$

$$x^2 - 12x + \square$$

$$x^2 - x + \square$$

$$x^2 + 3x + \square$$

2 Tənlikləri tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 - 2x = 8$

b) $x^2 - 4x = 21$

c) $x^2 + 6x = 16$

d) $x^2 + 2x - 3 = 0$

e) $x^2 + 6x - 7 = 0$

f) $x^2 + 3x - 10 = 0$

h) $x^2 - 20x + 36 = 0$

i) $x^2 - 3x = 4$

j) $x^2 - x = 12$

Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli

Tarixi məlumat. Cəbrin “atası” adlandırılan əl-Xarəzmi 780-ci ildə Özbəkistanda doğulmuş, Bağdadda yaşamış, cəbrə aid bilgiləri sistemləşdirmiş türk riyaziyyatçısıdır.



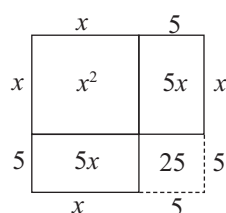
Tam kvadrat ayırmaqla tənliklərin həlli üsulu ilk dəfə əl Xarəzmi tərəfindən verilmişdir. Onun adı latincaya “Alkhorizmi”, fransızcaya “Algorithme”, ingiliscəyə “Augrim” şəklində keçmiş və bu gün bütün dillərdə işlədilən “Alqoritm” sözü yaranmışdır. “Algebra” və “Cəbr” sözləri onun “*Al-jabr w'al muqabala*” əsərinin adından götürülmüşdür. Riyaziyyatda ilk dəfə “sıfır” rəqəmindən istifadə edən əl-Xarəzmi cəbri elmi və metodik şəkildə bu əsərində sistemləşdirmişdir. Şəkildəki poçt markası onun 1200 illik yubileyi şərəfinə buraxılmışdır.

Əl-Xarəzmi $x^2 + 10x = 39$ tənliyinin sol tərəfini tam kvadrata tamamlamaqla aşağıdakı kimi həll etmişdir. O, tənliyin hər iki tərəfinə $(10/2)^2$ əlavə etmişdir.

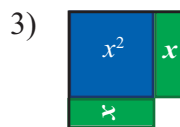
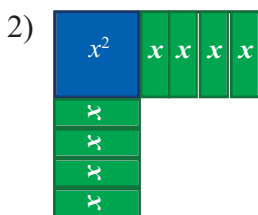
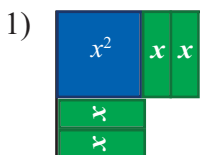
$$x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 \quad (x + 5)^2 = 64 \quad x + 5 = \pm 8$$

$x_1 = 3, x_2 = -13$. Əl-Xarəzmi -13 cavabını nəzərə almamış

və cavabı $x = 3$ kimi yazmışdır. Əl-Xarəzmi həlli həmçinin 5 həndəsi olaraq da şəkildəki kimi göstərmişdir.



- 3» Modelləri kvadrata tamamlayın. Cəbr kartlarının ümumi sahəsini və kvadratin tərəfinin uzunluğunu göstərən ifadələri yazın.



- 4» Tənliklərin hər iki tərəfini 1-ci əmsala bölün və tam kvadrat ayırmaqla həll edin.

a) $3x^2 - 2x = 1$

b) $2x^2 - 8x + 8 = 32$

c) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

d) $-x^2 - 6x - 8 = 0$

e) $0,2x^2 - 1,2x + 1,8 = 5$

f) $\frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$

Nümunə. $2x^2 - 8x - 24 = 0$; $2x^2 - 8x = 24$, hər bir həddi 2-yə bölək.

$$x^2 - 4x = 12; \quad x^2 - 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 + 12$$

$$x^2 - 4x + 4 = 16; \quad (x - 2)^2 = 16; \quad x - 2 = \pm 4; \quad x_1 = 6, \quad x_2 = -2$$

- 5» Banka qoyulmuş P manat məbləğ illik $r\%$ artımı ilə 2 ildə $A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$ manat olacaq. Bu mürəkkəb faiz artımı düsturudur. Əgər iki il ərzində 800 manat pul 882 manat olmuşsa, illik artım neçə faiz olmuşdur?

Kvadrat tənliyin grafik üsulla həlli

Qrafik üsul

$x^2 + px + q = 0$ tənliyini $x^2 = -px - q$ şəklində yazaq. $y = x^2$ parabolasının və $y = -px - q$ düz xəttinin kəsişmə nöqtələrinin absisləri verilmiş tənliyin həlli olar. Parabola ilə düz xətt kəsişə bilər (bu halda tənliyin iki müxtəlif kökü tapılır), bir ortaq nöqtəsi ola bilər (bu halda tənliyi ödəyən ədəd yeganədir), ya da onların ortaq nöqtəsi olmaya bilər (bu halda verilmiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur).

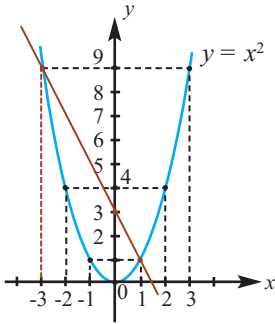
Nümunə 1.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x^2 = 3 - 2x$$

x	0	± 1	± 2	± 3
$y = x^2$	0	1	4	9

x	0	1
$y = 3 - 2x$	3	1



Qrafiklər iki nöqtədə kəsişirlər. Kəsişmə nöqtələrinin absisləri -3 və 1 -dir. Yoxlamaqla əmin oluruq ki, hər iki ədəd verilmiş tənliyi ödəyir.

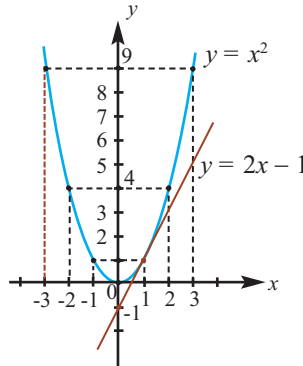
$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini $a \neq 0$ ədədinə bölməklə çevrilmiş kvadrat tənliyə gətirmək və yuxarıda verilən grafik üsulla həll etmək əlverişlidir. Qrafik üsulla həll zamanı bir çox hallarda dəqiq deyil, təqribi həlli tapmaq olur.

Nümunə 2. $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$x^2 = 2x - 1$$

$y = 2x - 1$ düz xəttini qurmaq üçün cədvəl tərtib edin.

x	0	1
$y = 2x - 1$	-1	1



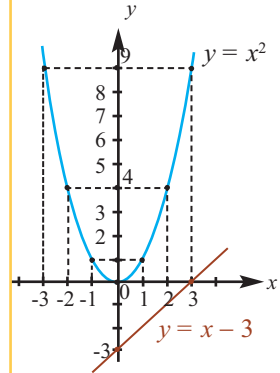
Parabola ilə düz xətt absisi 1 olan nöqtədə toxunur. Tənliyi ödəyən ədəd yeganədir: $x = 1$

Nümunə 3.

$$x^2 - x + 3 = 0$$

$$x^2 = x - 3$$

x	0	3
$y = x - 3$	-3	0



Qrafiklərin kəsişmə nöqtəsi yoxdur. Deməli, verilmiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) Tənliyin kökü olub-olmadığını grafik üsulla araşdırın. Kökü varsa, onların dəqiq və ya təqribi qiymətlərini tapın.
 - a) $x^2 = 6 - x$
 - b) $x^2 - x + 4 = 0$
 - c) $x^2 - 4x + 4 = 0$
 - d) $x^2 - 2x - 6 = 0$
- 2) Tənlikləri grafik üsulla həll edin.
 - a) $x^2 - 3x = 0$
 - b) $x^2 - 2 = 0$
 - c) $x^2 + 4x = 0$
 - d) $x^2 + 4 = 0$
- 3) Verilmiş tənliyi əvvəlcə çevrilmiş tənliyə gətirin və grafik üsulla həll edin.
 - a) $2x^2 - 2x - 4 = 0$
 - b) $-2x^2 + 4x + 6 = 0$
 - c) $-x^2 + 5x = 4$

Kvadrat tənliyin grafik üsulla həlli

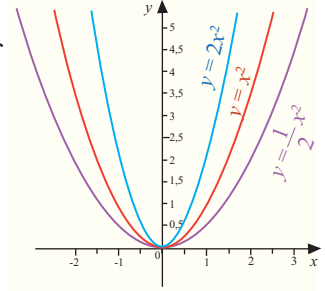
Qraf kalkulyator

Online qraf kalkulyatorlardan istifadə etməklə müxtəlif qrafikləri qurmaq olar.

Şəkilə $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ funksiyalarının

www.meta-calculator.com/online qrafkalkulyatordan istifadə etməklə qurulmuş qrafikləri verilmişdir.

Qraf kalkulyatorla bir koordinat müstəvisi üzərində parabolunu və düz xətti qurmaqla kvadrat tənlikləri grafik üsulla həll edə bilərsiniz.



http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html

Şəkilə $3x^2 - 3x - 2 = 0$

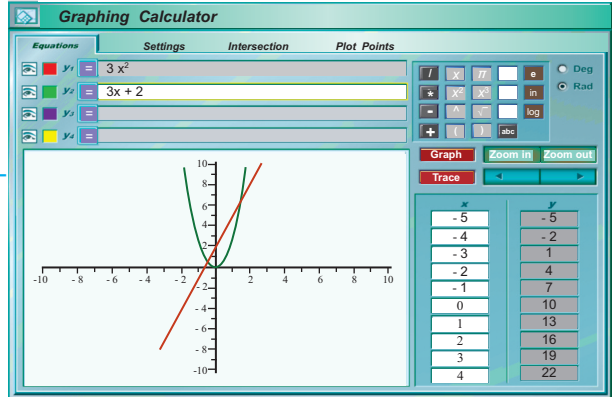
tənliyini $3x^2 = 3x + 2$

şəklində yazmaqla onun

www.my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html qraf

kalkulyatorunda qrafik üsulla həlli verilmişdir. Qrafikə görə

bu tənliyin köklərini tapın.



4 Verilən tənlikləri qraf kalkulyatorların köməyiylə həll edin.

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$4x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$5x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$-2x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9 = 0$$

$$0,5x^2 + 4x + 6 = 0$$

5 Tənlikləri seçdiyiniz üsullarla həll edin.

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$7x^2 - 8x - 12 = 0$$

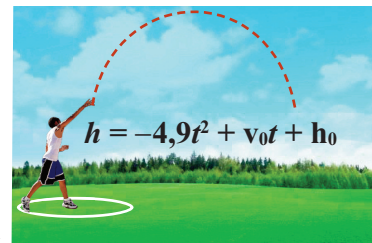
6 V_0 (m/san) başlanğıc sürəti ilə yuxarı atılmış cismin, yer səthindən h (metr) məsafəsinin t (saniyə) uçuş müddətindən asılılığı

$h = -4,9t^2 + V_0t + h_0$ düsturu ilə verilir.

h_0 - başlanğıc hündürlüyü göstərir.

Məktəbdə şagirdlər disk atmaqla yarışirlar.

Elçinin boyu 1,60 m-dir. 1) Elçinin 24 m/san



başlanğıc sürətlə atdığı disk təxminən neçə saniyədən sonra yerə düşəcək?

2) Disk neçənci saniyədə 20 m hündürlükdə oldu? Burada h_0 olaraq Elçinin boyunu qəbul edin.

7 Yerdən 30 m/san başlanğıc sürətlə yuxarı atılmış cismin t saniyə anında yerdən olan məsafəsinin $h = -4,9t^2 + 30t$ düsturu ilə hesablamaq olar. Cisim neçə saniyədən sonra yerdən 40 m yüksəklikdə olacaq?

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Biz vuruqlara ayırma, tam kvadrat ayırma üsulları ilə kvadrat tənlikləri həll etməyi öyrəndik. Tam kvadrat ayırma üsulu ilə istənilən $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliklərinin ($a \neq 0$) həlli üçün ümumi düstur yazmaq mümkündür.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Hər iki tərəfi a-ya bölək.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Hər iki tərəfdən $\frac{c}{a}$ çıxmaq.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Sol tərəfi tam kvadrata tamamlamaq üçün tənliyin hər iki tərəfinə $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ əlavə edək.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Sol tərəfi iki ifadənin cəminin kvadratı kimi yazmaq, sağ tərəfi isə sadələşdirək.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Sağ tərəf mənfi deyilsə, hər iki tərəfdən kvadrat kök alaq.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Hər iki tərəfdən $\frac{b}{2a}$ çıxmaq.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ düsturu } a \neq 0 \text{ olduqda, } ax^2 + bx + c = 0 \text{ tənliyinin kökləri düsturudur.}$$

Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu $D = b^2 - 4ac$ işarə etməklə

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ kimi yazmaq olar.}$$

Kvadrat tənliyin köklərinin varlığı D-nin işarəsindən asılıdır. D-yə kvadrat tənliyin diskriminantı (ayırddedici) deyilir.

1) Əgər $D < 0$ olarsa, tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

2) Əgər $D = 0$ olarsa, tənliyin iki bərabər kökü var: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3) $D > 0$ olarsa, tənliyin iki müxtəlif həqiqi kökü var: $x_1 \neq x_2$

Nümunə. $4x^2 + 7x + 3 = 0$, $a = 4$, $b = 7$, $c = 3$, $D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1 > 0$ olduğundan tənliyin iki müxtəlif həqiqi kökü var.

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4} \quad x_1 = \frac{-7 + 1}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4} \quad x_2 = \frac{-7 - 1}{8} = -1$$

$x^2 + px + q = 0$ tənliyində $a = 1$ $b = p$ $c = q$ olduğundan çevrilmiş kvadrat tənliyin diskriminantı $D = p^2 - 4q$ düsturu ilə hesablanır. $D > 0$ olduqda çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri üçün

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2} \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} \text{ düsturları doğrudur.}$$

Kvadrat tənliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

1» Tənliyin diskriminantını hesablayaraq, onun həqiqi kökünün olub-olmadığını araşdırın.

a) $3x^2 + x + 5 = 0$

c) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

b) $2x^2 - x - 6 = 0$

d) $x^2 + x - 7 = 0$

2» Tənlikləri həll edin.

a) $3x^2 - 7x + 4 = 0$

c) $5x^2 + 8x + 3 = 0$

b) $5x^2 + 6x + 1 = 0$

d) $2x^2 - 9x + 7 = 0$

3» Çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri düsturunu tətbiq etməklə, aşağıdakı tənlikləri həll edin.

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$

b) $x^2 + 14x + 40 = 0$

c) $x^2 - 7x + 6 = 0$

d) $x^2 - 11x + 10 = 0$

4» Tənlikləri həll edin.

a) $5t^2 - 11t + 2 = 0$

b) $35y^2 + 2y - 1 = 0$

c) $2z^2 + 7z + 4 = 0$

d) $x^2 - x - 1 = 0$

5» x -in hansı qiymətində:

a) $x^2 - 11x + 32$ üçhədlisi 2-yə bərabər qiymət alır;

b) $3x^2 - 2x + 5$ üçhədlisi $7x - 1$ ikihədlisinə bərabər olar;

c) $3x^2 - 4x + 2$ və $x^2 + x$ çoxhədlilərinin qiymətləri bərabər olar.

6» Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$x^2 + 10x + 24 = 0$

$x^2 - 4x = 3$

$(3p - 5)(p + 1) = -4$

$x^2 + 6x + 8 = 0$

$-24 = -2y^2 + 2y$

$3x(x - 2) = 24$

$2x^2 + 3x - 5 = 0$

$9y^2 - 12y - 5 = 0$

$m(m + 10) = 2$

7» Tənlikləri seçdiyiniz üsulla həll edin.

$t^2 + 8t + 15 = 0$

$m^2 + 6m + 8 = 0$

$t^2 - \frac{2}{5}t = 0$

$p^2 + 4p + 1 = 0$

$q^2 + 2q + 1 = 0$

$n(n - 4) = n$

$2a^2 + 4a + 1 = 7$

$3a^2 + 6a - 3 = 0$

$n^2 - \frac{2}{3}n = \frac{8}{9}$

8» 1) İki natural ədədin hasili 84 və fərqi 5-dir. Bu ədədləri tapın.

2) Bir ədədin kvadratı bu ədədin 4 misindən 5 vahid böyükdür. Bu ədədi tapın.

3) Bir ədədin kvadratının iki misli bu ədədin 5 misli ilə 3-ün cəminə bərabərdir. Bu ədədi tapın.

9» Kvadratın tərəfini 4,5 sm artırırsa, sahəsi 2,25 dəfə artar. Verilmiş kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.

Kvadrat tənliklərin həlli

- 10** 1) Ədədin üzərinə onun kvadratının iki mislini əlavə etsək, cəm 6-ya bərabər olar. Bu ədədi tapın.
 2) Hasili 56-ya bərabər olan iki ardıcıl ədədi tapın.
 3) Kvadrat tənliklə həll edilən oxşar bir məsələ də siz qurun və həll edin.
- 11** Tənlikləri həll edin.
 a) $5x^2 - 4x = 9$ b) $x^2 + 51 = 52x$ c) $4 - x^2 = 5x$ d) $25 + x^2 = 26x$
- 12** Düzbucaqlı formalı həyətin uzunluğu enindən 1 m böyükdür. Onun enini 4 m, uzunluğunu 5 m artırıqda, sahəsi 120 m² olar. Həyətin əvvəlki ölçülərini tapın.
- 13** Düzbucaqlının eni 4 sm, uzunluğu 8 sm-dir. Düzbucaqlının enini və uzunluğunu eyni ölçüdə artırmaqla onun sahəsini 3 dəfə artırdılar. Düzbucaqlının yeni ölçülərini tapın.
- 14** Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.
- | | | |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------------|
| $x^2 + 6x = 7$ | $16x^2 = 25x^2 + 7x - 2$ | $3x^2 + 24x = 13x^2 + 13x + 1$ |
| $8y^2 - 36y + 28 = 0$ | $x^2 + 7x - 8 = 0$ | $(2w + 5)(w - 1) = 9$ |
| $2x(x - 6) = 14$ | $3r^2 + 2r - 1 = 0$ | $(3p - 5)(p + 1) = 3$ |

Kvadrat tənliyin ikinci əmsalı $b = 2k$ şəklində olarsa, $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyini $ax^2 + 2kx + c = 0$ şəklində yazaq.

Onda $D = (2k)^2 - 4ac = 4k^2 - 4ac = 4(k^2 - ac)$.

$D_1 = k^2 - ac$ işarə etsək, $D = 4 \cdot D_1$ olar. Onda

$$x_{1,2} = \frac{-2k \pm \sqrt{4D_1}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{D_1}}{2a} = \frac{2(-k \pm \sqrt{D_1})}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a} \quad \text{burada } D_1 = k^2 - ac$$

Nümunə. $9x^2 - 14x + 5 = 0$ tənliyini həll edək.

$$a = 9 \quad b = -14 = 2 \cdot (-7), \quad k = -7, \quad c = 5$$

$$D_1 = k^2 - ac = (-7)^2 - 9 \cdot 5 = 49 - 45 = 4$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{7 \pm \sqrt{4}}{9} = \frac{7 \pm 2}{9} \quad x_1 = \frac{5}{9} \quad x_2 = 1$$

- 15** Tənlikləri həll edin.

a) $3x^2 - 14x + 15 = 0$	b) $5x^2 - 16x + 3 = 0$	c) $5x^2 + 26x - 24 = 0$
d) $x^2 - 22x - 23 = 0$	e) $x^2 - 34x + 289 = 0$	f) $3x^2 + 32x + 80 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

- 16** Əvvəlcə tənliyin hər iki tərəfini elə ədədə vurun ki, əmsallar tam ədədlər olsun və sonra bu tənliyi həll edin.

a) $x^2 - 2,5x + 1 = 0$	c) $0,4x^2 + x - 0,3 = 0$	e) $0,7x^2 = 1,3x + 3$
b) $\frac{1}{3}x^2 + 2x = 9$	d) $\frac{x^2}{3} - 7x = 1$	f) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

Kvadrat tənliklərin həlli

17» Tənlikləri həll etmək üçün müxtəlif üsullar seçin.

a) $7(x+3)^2 = 28$

b) $3x^2 - 10x = 7 - 6x$

c) $x^2 + 9 = 8x$

d) $10x^2 + 3x = 0$

e) $2x^2 - 12x + 7 = 5$

f) $21 = (x-2)^2 + 5$

18» Tənlikləri həll edin.

$400x^2 + 40x - 100 = 0$

$0,05x^2 - x - 0,06 = 0$

$0,25x^2 - 0,16 = 0$

$x^2 + 1,3x - 0,4 = 0$

$4y^2 - 0,2y + 3,2 = 0$

$3600x^2 - 4900 = 0$

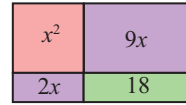
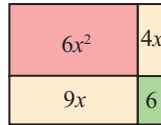
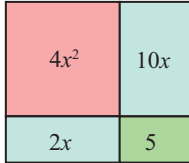
19» Kitab mağazası sahibinin kitab satışından əldə etdiyi gəliri $G = 0,02n^2 + 0,4n$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada n satılan kitabların sayını göstərir. Sahibkar neçə kitab satışından 70 manat gəlir əldə edə bilər?

20» Sahələri uyğun kvadrat üçhədlilərlə və vuruqlara ayrılmış şəkildə ifadə edin. Sahənin verilmiş qiymətinə görə düzbucaqlının perimetrini tapın.

Sahə: 165 kv. vahid

Sahə: 300 kv. vahid

Sahə: 144 kv. vahid



21» $(a^2 + 7a + 6)$ üçhədlisi və $(a + 1)$ ikihədlisi a -nın hansı qiymətlərində bərabər qiymətlər alır? a -nın bu qiymətlərində üçhədlinin uyğun qiymətini tapın.

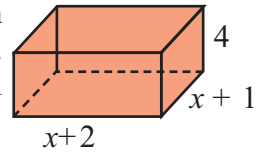
22» İsbat edin ki, $ax^2 - (a + c)x + c = 0$ tənliyinin köklərindən biri 1-ə bərabərdir.

23» 73 ədədini hansı natural ədədə böldükdə natamam qismət böləndən 3 vahid böyük, qalıq isə böləndən 4 vahid kiçik olar?

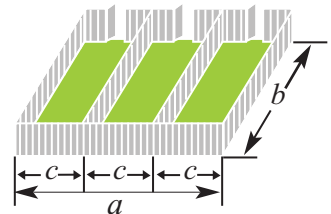
24» Şəkildə verilənlərə görə məsələləri həll edin.

a) Düzbucaqlı paralelepiped formasında olan qutunun həcmi 120 sm^3 olarsa, onun ölçülərini müəyyən edin. “Məsələnin iki cavabı var” fikri doğrudurmu? Fikirlərinizi yazın.

b) Qutunun hazırlanmasına neçə kvadrat santimetr karton sərf olunur?



25» Fermer hasarının uzunluğu (perimetri) 80 m olan düzbucaqlı şəkildə sahəni şəkildə göstəriləndiyi kimi üç bərabər düzbucaqlı formalı hissələrə bölməyi planlaşdırır. Ümumi sahənin 300 m^2 və $a > b$ olduğunu bilərək, hər bir hissənin ölçülərini tapın.



Viyet teoremi

Viyet teoremi

Çevrilmiş kvadrat tənliyi həll edək: $x^2 - 7x + 12 = 0$.

Çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərini $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 12}}{2}$ düsturuna görə tapırıq və buradan $x_1 = 3$; $x_2 = 4$ alırıq.

Diqqət! Tapılan kökləri toplaşaq, x -in əmsalının əksi olan ədədi alırıq. Doğrudan da, tənlikdə $p = -7$, digər tərəfdən isə $x_1 + x_2 = 4 + 3 = 7$ -dir. Köklərin hasilini tapsaq, tənliyin sərbəst həddinə bərabər olan ədəd alırıq: $x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot 4 = 12$. Bu xassə istənilən çevrilmiş kvadrat tənlik üçün doğrudur.

Teorem: Çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin cəmi əks işarə ilə ikinci əmsala, köklərinin hasilini isə sərbəst həddə bərabərdir.

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

İsbatı: $x^2 + px + q = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{və} \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \quad \text{olduğu məlumdur. Buradan:}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} + \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-p - \sqrt{D} - p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q$$

Beləliklə, $x^2 + px + q = 0$ tənliyi üçün $x_1 + x_2 = -p$ və $x_1 \cdot x_2 = q$

İstənilən $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyini hər iki tərəfini a -ya bölməklə, onunla eynigüclü olan $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyi ilə əvəz edə bilərik. Onda Viyet teoremini tətbiq etmək olar.

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köklərinin cəmi $-\frac{b}{a}$ -yə, hasilini isə $\frac{c}{a}$ -yə bərabərdir.

$D = 0$ olan halda (kvadrat tənliyin iki bərabər kökü olduğu halda) da Viyet teoremi öz qüvvəsində qalır.

$x^2 - 9x + 20 = 0$ tənliyinin köklərini

seçmə üsulu ilə tapaq:

Viyet teoreminə görə $x_1 + x_2 = 9$, $x_1 \cdot x_2 = 20$.

Tənliyin kökləri 4 və 5 ədədləridir.

20-nin vuruqları	Vuruqların cəmi
1 · 20	21
2 · 10	12
4 · 5	9

Öyrənmə tapşırıqları

- 1» Tənliklərin köklərinin cəmini və hasilini Viyet teoreminə görə tapın. Tənliyi həll etməklə nəticənin doğruluğunu yoxlayın.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$x^2 - 6x - 40 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$3x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2d^2 + 12d - 16 = 0$$

Viyet teoremi

2» Tənliyin köklərini seçmə üsulu ilə tapın.

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$

c) $x^2 - 8x + 12 = 0$

e) $x^2 - 8x + 15 = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

d) $x^2 - 6x + 8 = 0$

f) $x^2 - 2x - 48 = 0$

3» 1) $x^2 + px - 35 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 7-yə bərabərdir. O biri kökü və p əmsalını tapın.

2) $x^2 - 13x + q = 0$ tənliyinin köklərindən biri 1-ə bərabərdir. O biri kökü və q əmsalını tapın.

3) $3x^2 + bx + 12 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 2-yə bərabərdir. O biri kökü və b əmsalını tapın.

4) $x^2 - 12x + q = 0$ tənliyinin köklərinin fərqi 2-yə bərabədirsə, q -nü tapın.

4» $x^2 - 3x - 5 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 olarsa, ifadələrin qiymətini hesablayın.

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

b) $x_1^2 + x_2^2$

c) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

5» Tənliyi həll etmədən köklərinin işarəsini müəyyən edin.

a) $x^2 - 17x + 16 = 0$

b) $2x^2 - x - 54 = 0$

c) $3x^2 - x - 1 = 0$

d) $x^2 + 13x + 12 = 0$

Viyet teoreminin tərsi

Tərs teorem. m və n ədədlərinin cəmi $-p$ -yə, hasilisi isə q -yə bərabər olarsa, bu ədədlər $x^2 + px + q = 0$ tənliyinin kökləridir.

Bu teoremi belə də ifadə etmək olar: istənilən m və n ədədləri $x^2 - (m + n)x + m \cdot n = 0$ tənliyinin kökləridir.

İsbatı. Doğrudan da, tənlikdə $x = m$ yazsaq,

$m^2 - (m + n) \cdot m + mn = m^2 - m^2 - mn + mn = 0$ olduğunu alırıq, yəni m ədədi tənliyi ödəyir. $x = n$ ədədinin də tənliyin kökü olduğunu eyni qayda ilə göstərmək olar.

Nümunə. Kökləri $m = 3$ və $n = -5$ olan çevrilmiş kvadrat tənlik quraq.

$m + n = 3 + (-5) = -2$, $m \cdot n = 3 \cdot (-5) = -15$ olduğundan

tələb olunan tənlik $x^2 + 2x - 15 = 0$ olur.

6» Kökləri verilmiş ədədlər olan çevrilmiş kvadrat tənlik qurun.

a) 3 və 4

b) 2 və 5

c) -3 və 6

d) -4 və 2

7» Verilmiş köklərinə görə çevrilmiş kvadrat tənliyi yazın.

a) $x_1 = -1$ və $x_2 = 5$

b) $x_1 = 4$ və $x_2 = 3$

c) $x_1 = -2$ və $x_2 = 3$

d) $x_1 = 5$ və $x_2 = 6$

e) $x_1 = \sqrt{2} - 1$ və $x_2 = \sqrt{2} + 1$

f) $x_1 = 3 - \sqrt{2}$ və $x_2 = 3 + \sqrt{2}$

Viyet teoremi

- 8) 1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $(3x_1 - 2)(3x_2 - 2)$ ifadəsinin qiymətini tapın.
2) $4x^2 - 17x + 4 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ ifadəsinin qiymətini tapın.
Nümunə. $x^2 - 6x + 5 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ ifadəsinin qiymətini tapın.
Viyet teoreminə görə $x_1 + x_2 = 6$ və $x_1x_2 = 5$
 $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = 5 \cdot 6 = 30$
- 9) Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu araşdırmaqla tam əmsallı tənliyin köklərindən biri $(m + \sqrt{n})$ şəklində irrasional ədəd olduqda $(m - \sqrt{n})$ ədədinin də bu tənliyi ödədiyini göstərin.
- 10) 1) Aşağıda tam əmsallı kvadrat tənliyin köklərindən biri verilmişdir, tənliyin digər kökünü tapın. Həllinizi yazılı izah edin.
a) $-2 + \sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5} + 1$ c) $3 - \sqrt{7}$ d) $m + \sqrt{n}$
2) Köklərindən biri $2 - \sqrt{3}$ olan tam əmsallı kvadrat tənlik yazın.
- 11) $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ tənliyinin köklərinin bərabər olması üçün m -in qiyməti neçə olmalıdır?
- 12) $x^2 - 8x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $3x_1 - x_2 = 4$ olduğunu bilərək, n -in qiymətini tapın.
Göstəriş: $3x_1 - x_2 = 4$ və $x_1 + x_2 = 8$ tənliklər sistemini həll edin.
- 13) $x^2 - nx + 8 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
a) $x_1 = 2x_2$; b) $x_1 = x_2^2$ olduğunu nəzərə alaraq n -in qiymətini tapın.
- 14) 1) $x^2 - 6x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ olduğunu bilərək, n -in qiymətini tapın.
b) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{7}$ olduğuna görə n -in qiymətini tapın.
Göstəriş: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ olduğunu nəzərə alın.
2) $x^2 + (n - 5)x + n - 6 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ olduğunu bilərək, n -in qiymətini tapın.
- 15) 1) x_1 və x_2 ədədlərinin $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyinin kökləri olduğunu bilərək, kökləri $2x_1 - 3$ və $2x_2 - 3$ olan kvadrat tənlik qurun.
2) $2x^2 - bx + c = 0$ tənliyinin köklərindən birinin $(3 - \sqrt{2})$ olduğunu bilərək, $(b + c)$ -ni tapın. Burada b və c tam ədədlərdir.
- 16) Diskriminantı hesablamaqla tənliklərin həqiqi kökü olub-olmadığını müəyyən edin. Tənliyin həqiqi kökləri varsa, onların işarələrini müəyyən edin.
a) $x^2 - 2x - 1 = 0$ c) $3x^2 - 4x + 7,2 = 0$
b) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ d) $x^2 + x - 1 = 0$

Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər

1» Yeni dəyişən daxil etməklə tənlikləri həll edin.

1) $(x+2)^2 + 3(x+2) - 54 = 0$

4) $(x-2)^2 - 15(x-2) + 56 = 0$

2) $6(x+5)^2 - 5(x+5) + 1 = 0$

5) $3(2x-3)^2 + 17(2x-3) + 10 = 0$

3) $(x^2-x)^2 - 8(x^2-x) + 12 = 0$

6) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Nümunə. $(x+3)^2 + 3(x+3) - 54 = 0$

tənliyində $x+3 = t$ əvəzləməsini aparaq.

$t^2 + 3t - 54 = 0$ tənliyini $(t+9)(t-6) = 0$ kimi yazaraq həll edək.

$t_1 = -9$; $t_2 = 6$. Əvəzləməni nəzərə alsaq,

$x+3 = -9$, $x_1 = -12$; $x+3 = 6$ $x_2 = 3$

x -in qiymətlərini ilkin tənlikdə yerinə yazmaqla həllin doğruluğunu yoxlayın.

2» Tənlikləri həll edin.

a) $x + \sqrt{x} - 2 = 0$

b) $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$

Nümunə. $x - \sqrt{x} - 6 = 0$ tənliyini həll edək. $\sqrt{x} = t$ əvəzləməsi etsək, $x = t^2$ olar. Onda verilmiş tənlik yeni t dəyişəninə görə bu şəkildə düşər:

$t^2 - t - 6 = 0$. Bu tənliyi həll etsək, $t_1 = 3$, $t_2 = -2$.

Bunları əvəzləmədə nəzərə alsaq:

1) $\sqrt{x} = 3$, $x = 9$, 2) $\sqrt{x} = -2$ kökü yoxdur.

Verilmiş tənliyin kökü 9-dur.

3» Tənlikləri həll edin. $|x| = t$ əvəzləməsindən istifadə edin.

a) $x^2 - 3|x| + 2 = 0$

b) $x^2 + 2|x| - 3 = 0$

4» m -in hansı qiymətlərində $(m+1)x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$ tənliyini ödəyən həqiqi ədəd yeganədir?

5» Tənlikləri həll edin.

a) $(x+1)(x+2) = 18 + 3x$

c) $(x-2)^2 + x(x+4) = 22$

b) $(x-3)^2 + (x+1)^2 = 10$

d) $8 - 3x = (x+2)(x+4)$

6» Tənliklərin köklərini tapın.

a) $(x+1)(2x-3) = 7$

c) $(x+8)(x-9) + 52 = 0$

b) $x(3x-2) = (5x-2)(x-1)$

d) $x(x+7) = (2-x)(x+2)$

7» Tənliklərin köklərini tapın.

a) $(x+1)^2 = (2x-1)^2$

b) $x^3 + 8 = (x+2)^3$

c) $\frac{6x+1}{3} - \frac{4x^2-3}{2} = \frac{7}{3}$

d) $\frac{-7x-5}{4} = \frac{4x^2-3}{2}$

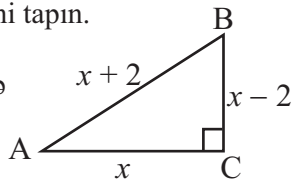
8» Düzbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu digər tərəfinin uzunluğunun iki mislindən 3 m qısadır. Düzbucaqlının sahəsinin 299 m² olduğunu bilərək, onun perimetrini tapın.

Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələ. Düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri o birindən 2 sm böyük, hipotenuzdan isə 2 sm kiçikdir. Üçbucağın perimetrini tapın.

1-ci mərhələ - məlumatların müəyyən edilməsi

Böyük katetin uzunluğunu x ilə işarə etsək, şərtə görə kiçik katet $(x - 2)$, hipotenuz isə $(x + 2)$ olar.



2-ci mərhələ - tənliyin qurulması,

Pifaqor teoreminə görə $x^2 + (x - 2)^2 = (x + 2)^2$ tənliyini alırıq.

3-cü mərhələ - tənliyin həll edilməsi

Tənliyi aşağıdakı şəkllə gətirək.

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = x^2 + 4x + 4; \quad x^2 - 8x = 0$$

Buradan $x(x - 8) = 0$; $x = 0$ və $x = 8$

4-cü mərhələ - həllin araşdırılması.

Uzunluq müsbət ədədlə ölçüldüyündən, tənliyin $x = 8$ kökü məsələnin həllinə uyğundur. Yəni, böyük katetin uzunluğu 8 sm-dir.

Onda kiçik katet $x - 2 = 8 - 2 = 6$ sm, hipotenuz $x + 2 = 8 + 2 = 10$ sm olur.

Perimetr: $P = 6 + 8 + 10 = 24$ (sm). Cavab: üçbucağın perimetri 24 sm-dir.

- 1» Uzunluğu enindən 4 sm böyük olan düzbucaqlının sahəsi 60 sm^2 -dir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.
- 2» Ardıcıl iki natural ədədin cəminin kvadratı onların kvadratları cəmindən 112 vahid böyükdür. Bu ədədləri tapın.
- 3» Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərdən biri hipotenuzdan 1 sm, o biri isə 8 sm kiçikdir. Hipotenuzu tapın.
- 4» Şahmat turnirində 45 partiya oynanılmışdır. Hər iştirakçının digər iştirakçıların hər biri ilə bir partiya oynadığı məlum olarsa, turnir iştirakçılarının sayını tapın.
- 5» Eyni limandan eyni vaxtda hərəkətə başlayan gəmilərdən biri şərqə, digəri isə şimala doğru hərəkətə başladı. 1 saatdan sonra gəmilər arasındakı məsafə 40 km oldu. Şimala doğru hərəkət edən gəminin sürəti şərqə hərəkət edən gəminin sürətindən saatda 8 km çoxdur. Hər bir gəminin sürətini tapın.
- 6» Düzbucaqlışəkilli və kvadratşəkilli iki ərazinin sahələri bərabərdir. Düzbucaqlı sahənin uzunluğu kvadratın tərəfinin iki mislindən 5 m böyükdür, eni isə kvadratın tərəfindən 6 m kiçikdir. Kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.
- 7» Eyni nöqtədən düz bucaq altında kəsişən yollar üzrə hərəkətə başlayan iki yük maşınından birinin sürəti digərininkindən saatda 5 km çoxdur. 2 saat sonra onlar arasındakı məsafə 50 km olarsa, yük maşınlarının sürətlərini tapın.

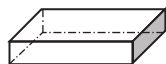
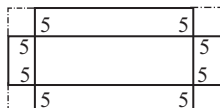
Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

- 8» Nərmnin düzbucaqlı formalı sahənin uzunluğu 15 m olan diaqonalı üzrə piyada hərəkət edir. Sonra hərəkətə başladığı nöqtəyə qayıdır və bu dəfə sahənin perimetri boyu 42 m hərəkət edir. Nərmnin piyada gəzdiyi düzbucaqlı formalı sahənin ölçülərini tapın.

- 9» Yeşiyin dibi düzbucaqlı şəklində olub eni uzunluğundan iki dəfə kiçikdir. Yeşiyin hündürlüyü 0,5 metrdir. Onun dibinin sahəsinin yan səthindən (yan üzlərinin sahələri cəmindən) $1,08 \text{ m}^2$ kiçik olduğu məlumdursa, yeşiyin həcmi tapın.

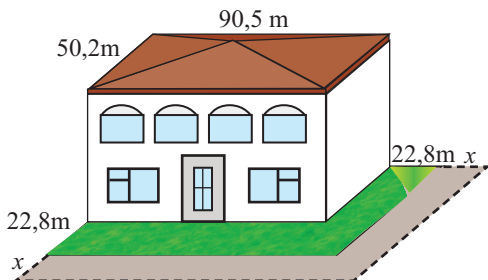


- 10» Uzunluğu enindən 2 dəfə böyük olan düzbucaqlı şəklindəki kartonun küncələrindən tərəfi 5 sm olan kvadrlar kəsilib çıxarıldı. Sonra kartondan qatlayıb yapışdırma yolu ilə paralelepiped formalı ağzı açıq qutu düzəldildi. Qutunun həcmi 1500 sm^3 olduğunu bilərək, kartonun kəsildən əvvəlki ölçülərini tapın.



- 11» Hər dəfə eyni faiz olmaqla iki dəfə aparılan ucuzlaşmadan sonra fotoaparətin qiyməti 300 manatdan 192 manata endi. Qiymətlər hər dəfə neçə faiz ucuzlaşıb?

- 12» Xəstəxananın gəzinti bağını ikiqat genişləndirmək məqsədilə onun həyəti şəklində göstərildiyi kimi eyni ölçüdə artırıldı. Bu sahə neçə kvadrat metr oldu? Hesablamaları uyğun kalkulyatorlarla yerinə yetrin. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 13» 8^a sinif şagirdləri bayramqabağı bir-birinə hədiyyə olaraq 1 kitab bağışladılar. Cəmi 380 kitab bağışlanmışsa, bu sinifdə neçə şagird var?

- 14» İdmançıların 10 metr hündürlükdə tramplindən suya tullanarkən istənilən t zamanında olduğu hündürlüyü tapmaq üçün $h = -4,9t^2 + 3t + 10$ düsturundan istifadə etmək olar. t saniyələrlə zamanı, h isə hündürlüyü göstərir. İdmançı neçə saniyədən sonra hovuzə düşəcəkdir?



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1» Tənlikləri həll edin.

$$2x^2 - 5 = 0$$

$$-(x-2)^2 + 1 = 0$$

$$1,5(x-4)^2 = 6$$

$$-x^2 + 3 = 0$$

$$-3(x+3)^2 + 48 = 0$$

$$\frac{1}{2}(x+1)^2 = 8$$

$$(x+1)^2 - 4 = 0$$

$$\frac{4}{9}x^2 - 1 = 0$$

$$(x-4)^2 = \frac{1}{4}$$

2» $h = -4,9t^2 + 1600$ düsturu paraşütçünün 1600 m hündürlükdən tullanarkən t saniyə sonra hansı hündürlükdə olduğunu göstərir. Paraşütçü təyyarədən tullandıqdan sonra paraşüt açılana qədər havada bir müddət sərbəst düşür. Paraşüt 1000 m hündürlükdə açılsa, paraşütlə tullanan şəxs neçə saniyə havada sərbəst düşür?



3» Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$3x^2 + 15x + 18 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$5x^2 + 21x + 22 = 0$$

4» Tənlikləri tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

$$x^2 - 18x + 81 = 49$$

$$x^2 + 20x + 100 = 64$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 16$$

$$36x^2 + 12x + 1 = 18$$

$$9x^2 - 12x + 4 = 4$$

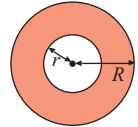
$$25x^2 + 40x + 16 = 28$$

$$4x^2 - 28x + 49 = 64$$

$$16x^2 + 24x + 9 = 81$$

$$100x^2 - 60x + 9 = 121$$

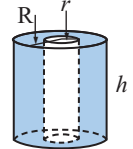
5» Böyük dairənin radiusu kiçik dairənin radiusundan 3 sm böyükdür. Rəngli hissənin sahəsi 85 sm² olarsa, kiçik dairənin sahəsini tapın. ($\pi \approx 3$ qəbul edin.)



6» $x^2 - (m-5)x + n = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5, $x^2 - (2m-1)x + k = 0$ tənliyinin köklərindən biri -3-dür. Bu tənliklərin digər kökləri bərabər olduğuna görə m -in qiymətini tapın.

7» Kinoteatrda hər sıradakı yerlərin sayı sıraların sayından 8 dəfə çoxdur. Kinoteatrda cəmi 884 yer varsa, neçə sıra vardır?

8» Rəngli hissənin həcmi göstərən ifadəni vuruqlara ayrılmış formada yazın.



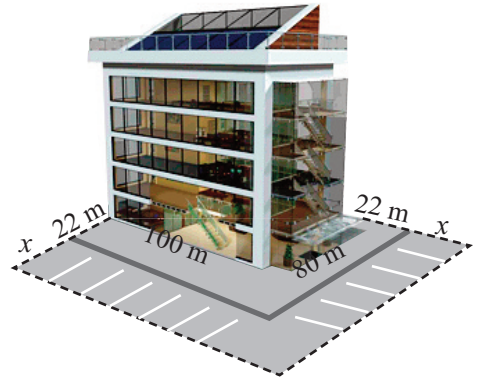
9» $mx^2 + (2m-3)x + m-2 = 0$ kvadrat tənliyinin iki bərabər kökü olduğunu bilərək, m -i tapın.

10» x_1 və x_2 ədədlərinin $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyinin kökləri olduğunu bilərək, kökləri: a) $\frac{1}{x_1}$ və $\frac{1}{x_2}$; b) $x_1 + 2$ və $x_2 + 2$ olan kvadrat tənlik qurun.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 11»** Qız qalasının hündürlüyü 28 m-dir. Bu hündürlükdən düşən cisim neçə saniyədən sonra yerə çatacaq? $h = -4,9t^2 + h_0$ düsturundan istifadə edin.
- 12»** Döşəməyə salınmış xalça döşəmənin ümumi sahəsinin yarısını örtməklə otağın divarlarından bərabər məsafədədir. Xalçanın ölçülərinin $4 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ olduğunu bilərək düzbucaqlı şəklində olan otağın ölçülərini tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.
- 13»** Ölçüləri $40 \text{ sm} \times 60 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı şəklindəki şüşə lövhənin eni və uzunluğundan eyni ölçüdə kəsdikdə onun sahəsi 3 dəfə azaldı. Şüşə lövhənin yeni ölçülərini tapın.
- 14»** $d \approx \frac{V^2}{12}$ düsturunun köməyiylə qəza anında avtomobilin hansı sürətlə (m/san) hərəkət etdiyini hesablamaq olar. d burada sürücünün əyləci işə saldığı andan avtomobil tam dayanana qədər getdiyi yolu göstərir. Qəza yerində araşdırmalar $d = 18 \text{ m}$ olduğunu göstərir. Avtomobil hansı sürətlə hərəkət edirdi?
- 15»** 1) Kökləri 3 və -4 olan kvadrat tənlik yazın.
2) $x^2 + bx + 20 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5-dir. Digər kökü və b -ni tapın.
- 16»** Tənlikləri həll edin.
a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
c) $(2x^2 - 3)^2 - 4(2x^2 - 3) = 21$ d) $(x^2 - 2x)^2 - 3 = 2(x^2 - 2x)$

- 17»** Ticarət mərkəzi avtomobil dayanacağı üçün ilkin nəzərdə tutduğu sahəni ikiqat artırmağı planlaşdırır. Bu məqsədlə sahənin ölçüləri şəkildə göstərildiyi kimi artırıldı. Dayanacaq yerinin ölçüləri neçə metr artırıldı? Tikili ölçüləri $80 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ olan sahəni tutur.



- 18»** a) $2x^2 + bx - 10 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5 olarsa, digər kökü və b əmsalını tapın.
b) $3x^2 + bx + 24 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 3 olarsa, digər kökü və b əmsalını tapın.

Paraleloqramın sahəsi

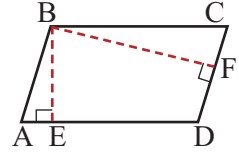
Sahə aksiomları

Sahələrin bərabərliyi aksiomu. Konqruent fiqurların sahələri bərabərdir.

Sahələrin toplanması aksiomu. Fiqr ortaq daxili nöqtəsi olmayan fiqurlara ayrılırsa, onun sahəsi bu fiqurların sahələri cəminə bərabərdir.

Paraleloqramın hündürlüyü

Tərif. Paraleloqramın tərəfinin ixtiyari nöqtəsindən onun qarşı tərəfini özündə saxlayan düz xəttə çəkilmiş perpendikulyara bu paraleloqramın hündürlüyü deyilir. Paraleloqram romb deyilsə, onun iki müxtəlif uzunluqlu hündürlüyü var (şəkildə BE və BF).



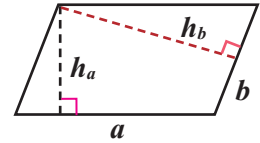
Praktik məşğələ. Kağız üzərində paraleloqram və onun hündürlüyünü çəkin. Paraleloqramı hündürlüyü boyu bir tərəfdən göstərilən qaydada kəsin və sağ tərəfinə yapışdırın. Alınan fiqr haqqında fikirlərinizi söyləyin. Düzbucaqlının sahəsi düsturunı yazın. Paraleloqramın sahəsi haqqında fikirlərinizi ümumiləşdirin.



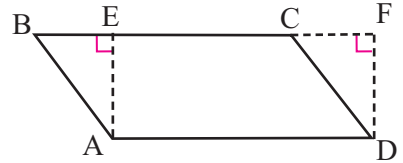
Paraleloqramın sahəsi, uzunluğu bu paraleloqramın tərəfinə, eni isə paraleloqramın həmin tərəfinə çəkilmiş hündürlüyünə bərabər olan düzbucaqlının sahəsinə bərabərdir.

Paraleloqramın sahəsi

Paraleloqramın sahəsi onun tərəfi ilə bu tərəfə çəkilən hündürlüyünün hasilinə bərabərdir: $S = ah_a$ və ya $S = bh_b$

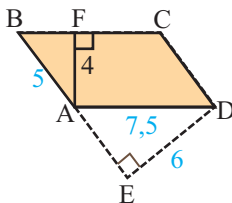


1 Şəklə görə isbat edin ki, ABCD paraleloqramının sahəsi AEFD düzbucaqlısının sahəsinə bərabərdir. **Göstəriş:** $\triangle ABE$ və $\triangle DCF$ -in konqruentliyindən və sahə aksiomlarından istifadə edin.

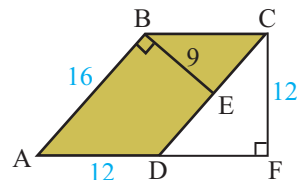


2 Damalı vərəqdə oturacaq 6 vahid, hündürlüyü 4 vahid olan 3 müxtəlif paraleloqram çəkin. Sahələrini müqayisə edin.

3 1) ABCD paraleloqramının sahəsini tapmaq üçün AB-ni oturacaq qəbul etsəniz, sahəni hesablamaq üçün hansı hündürlükdən istifadə etməlisiniz?



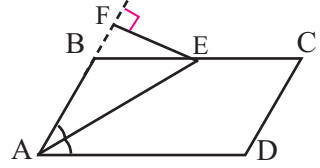
2) Şəkildə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının sahəsini iki üsulla tapın.



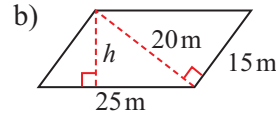
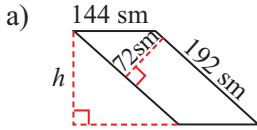
Paraleloqramın sahəsi

- 4) Paraleloqramın sahəsi 48 sm^2 , diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən tərəflərə qədər məsafələr 2 sm və 3 sm-dir. Paraleloqramın tərəflərinin uzunluqlarını və perimetrini tapın.
- 5) Paraleloqramın tərəfləri 15 sm və 12 sm-dir. Paraleloqramın hündürlüklərindən biri 10 sm olarsa, ikinci hündürlüyünü tapın. Məsələnin neçə həlli var?

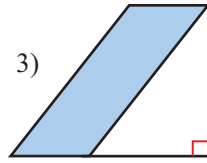
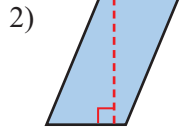
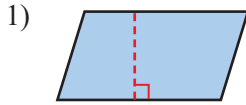
- 6) AE parçası $\angle A$ -nın tənbölənidir. $EF = 12 \text{ sm}$, $AD = 24 \text{ sm}$ -dir. Paraleloqramın sahəsini tapın.



- 7) Paraleloqramların h ilə işarə edilmiş hündürlüyünü tapın.

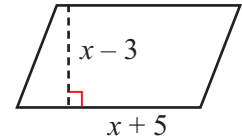


- 8) Uyğun ölçmələri yerinə yetirməklə şəkildəki paraleloqramların sahələrini hesablayın. Hansı paraleloqramın sahəsi daha böyükdür?



- 9) Hansı kvadrat üçhədlili şəkildəki paraleloqramın sahəsini ifadə edir?

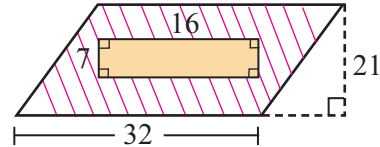
1) $x^2 + 2x - 15$ 2) $x^2 - 2x + 15$ 3) $2x^2 - x + 15$



- 10) Düzbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu $(2x + 3) \text{ sm}$, sahəsi $(2x^2 + 7x + 6) \text{ sm}^2$ -dir. Düzbucaqlının perimetrini x dəyişəni ilə ifadə edin.

- 11) Tərəfləri 12 sm və 16 sm olan paraleloqramın hündürlüklərindən biri 14 sm-dir. Bu hansı tərəfə çəkilmiş hündürlükdür? Paraleloqramın sahəsini tapın.

- 12) Verilənlərə görə ştrixlənmiş hissənin sahəsini hesablayın.



- 13) **Araşdırma.** Perimetri 12 m olan düzbucaqlı verilir.

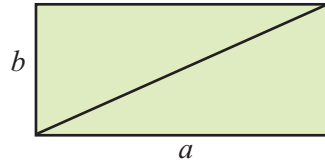
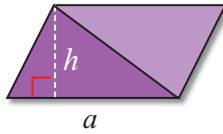
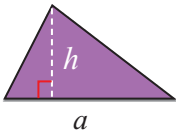
- 1) Düzbucaqlının perimetrini $2x + 2y = 12$ yazın və y -i tapın. Sahənin $S = xy$ düsturunda y -i yerinə yazın və sadələşdirin.
- 2) Alınmış ifadədə ikihədlinin tam kvadratını ayırın.
- 3) Ən böyük sahəyə uyğun düzbucaqlının ölçülərini tapın.
- 4) Sahəsi 5 m^2 olan düzbucaqlının mümkün ölçülərini necə təyin etmək olar?

- 14) a) Perimetri 20 vahid, sahəsi 24 kvadrat vahid olan; b) perimetri 72 vahid, sahəsi 288 kvadrat vahid olan düzbucaqlının ölçülərini tapın.

Üçbucağın sahəsi

Praktik məşğələ 1. 1. Damalı kağız üzərində üçbucaq çəkin və kəsin. Bu üçbucağı kağız üzərinə qoyun və daha bir konqruent üçbucaq kəsin. Üçbucaqları başqa bir kağızın üzərinə şəkildə göstərilən qaydada yapışdırın. Hansı fiqur alındı? Üçbucağın sahəsi ilə paraleloqramın sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin və yazın.

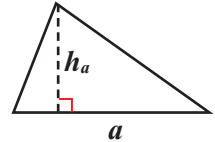
2. Düzbucaqlı çəkin və diaqonalı boyu onu iki üçbucağa ayırın. Üçbucaqların konqruentliyini üst-üstə qoymaqla və həndəsi mühakimələrlə isbat edin. Üçbucağın sahəsi ilə düzbucaqlının sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin.



Üçbucağın sahəsi

Üçbucağın sahəsi onun tərəfi ilə bu tərəfə çəkilən hündürlüyü hasilinin yarısına bərabərdir.

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$



Tərəfləri a, b, c , onlara çəkilən hündürlükləri uyğun olaraq h_a, h_b, h_c ilə işarə etsək:

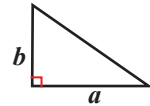
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} bh_b$$

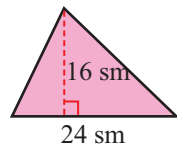
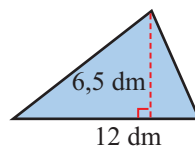
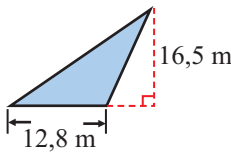
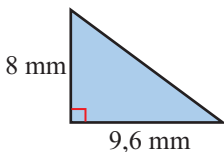
$$S = \frac{1}{2} ch_c$$

Düzbucaqlı üçbucağın sahəsi katetləri hasilinin yarısına bərabərdir.

$$S = \frac{1}{2} ab$$

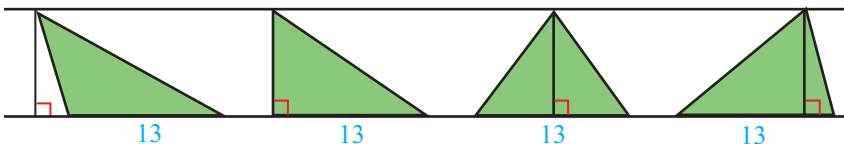


1 Şəkilə verilənlərə görə hər bir üçbucağın sahəsini tapın.



2 Sahəsi 24 sm^2 olan üçbucağın hündürlüyü 5,5 sm-dir. Bu hündürlüyün çəkil-diği tərəfi tapın. Nəticəni ondabirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

3 **Araşdırma.** Sahəsi 52 sm^2 , tərəfi 13 sm olan üçbucaqda bu tərəfə çəkilmiş hündürlüyü tapın. Bu hündürlüyə və tərəfə uyğun müxtəlif üçbucaqlar şəkildə verilmişdir. Bu ölçülərə uyğun korbucaqlı və ya itibucaqlı olmaqla daha bir neçə üçbucaq çəkin.



Üçbucağın sahəsi

4» Açıq tipli sual.

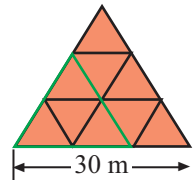
- Katetlərindən biri 8 sm, sahəsi 24 sm^2 olan düzbucaqlı üçbucaq çəkin.
- Tərəfi 8 sm, sahəsi isə 24 sm^2 -dən kiçik olan bir neçə üçbucaq çəkin.
- Bir tərəfi 4 sm, digər tərəflərindən biri 3 sm olan bir neçə üçbucaq çəkin və sahələrini müqayisə edin. Bu üçbucaqların sahəsi hansı ən böyük qiyməti ala bilər?

5» 1) $\triangle ABC$ -nin oturacağı 4 vahid, hündürlüyü 8 vahiddir. $\triangle DEF$ -in oturacağı və hündürlüyü uyğun olaraq 2 dəfə böyükdür. Bu üçbucaqların sahələrinin nisbətini yazın.

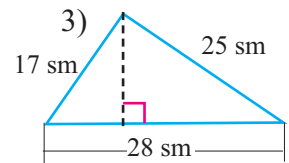
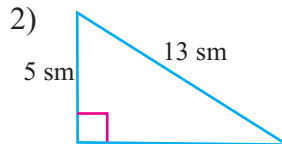
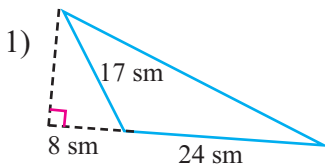
2) $\triangle ABC$ -nin oturacağı 15 vahid, hündürlüyü 12 vahiddir. $\triangle DEF$ -in oturacağı və hündürlüyü bundan 3 dəfə kiçikdir. Bu üçbucaqların sahələrinin nisbətini yazın.

6» Şəkilə verilən model konqruent bərabərtərəfli üçbucaqlardan təşkil olunmuşdur.

- Böyük üçbucağın sahəsini tapın.
- Kiçik üçbucaqlardan birinin sahəsini tapın.
- Yaşıl karandaşla çəkilmiş üçbucağın sahəsini tapın.



7» Üçbucaqların sahələrini tapın.



Üçbucağın sahəsi üçün Heron düsturu

Tərəfləri a, b, c olan üçbucağın sahəsi üçün $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ düsturu doğrudur. Bu düstura Heron düsturu deyilir. Burada p üçbucağın yarımpərimetridir: $p = \frac{a+b+c}{2}$

Məsələ. Tərəfləri 13 sm, 14 sm, 15 sm olan üçbucağın sahəsini tapın.

Verilir: $a = 13 \text{ sm}$, $b = 14 \text{ sm}$, $c = 15 \text{ sm}$ olduğundan $p = \frac{13+14+15}{2} = 21$.

Heron düsturuna görə

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3} = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$$

8» Tərəfləri a) 26 sm, 30 sm, 28 sm; b) 10 sm, 13 sm, 13 sm olan üçbucağın sahəsini tapın.

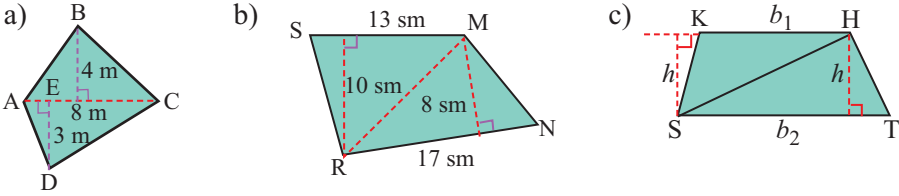
9» Tərəfləri 10 sm, 10 sm, 16 sm olan bərabəryanlı üçbucağın hündürlüklərini tapın.

10» Tərəfləri 8 sm, 10 sm, diaqonallarından biri isə 6 sm olan paraleloqramın sahəsini və hündürlüklərini tapın.

Üçbucağın sahəsi

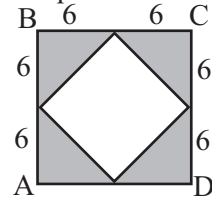
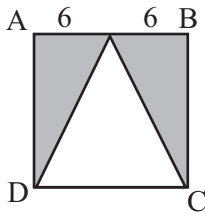
- 11) 1) Bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini tapın: a) $P = 24$ sm; b) $a = 5$ sm.
 2) Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün düstur yazın.
 3) Tərəfləri 20 sm və 35 sm olan üçbucağın sahəsi ən çoxu neçə kvadrat santimetr ola bilər?
 4) Katetləri 15 sm və 20 sm olan düzbucaqlı üçbucağın sahəsini və hipotenuza çəkilmiş hündürlüyünü tapın. Sahəsi bu üçbucağın sahəsinə bərabər olan bərabəryanlı üçbucaq qurun.

- 12) Dördbucaqlıların sahəsini üçbucaqlara bölməklə hesablayın.



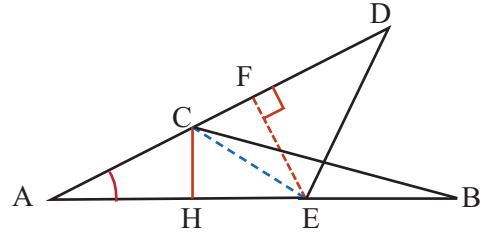
- 13) Verilənlərə görə ABCD kvadratında:

- a) boz hissənin sahəsini tapın; b) ağ hissənin sahəsini tapın.



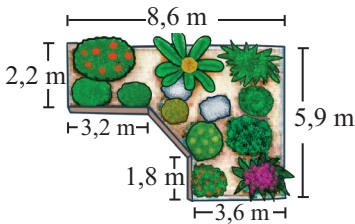
- 14) Verilir: $\triangle ABC$ və $\triangle ADE$
 $\angle DAE \cong \angle BAC$

İsbat edin: $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{AB \cdot AC}{AD \cdot AE}$

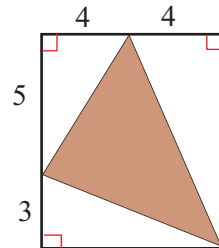


Göstəriş: Şəklə görə $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AEC}}$ və $\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ADE}}$ nisbətlərini yazın və tərəf-tərəfə vurun.

- 15) Bağın planını yenidən çəkin və sahəsini tapın.

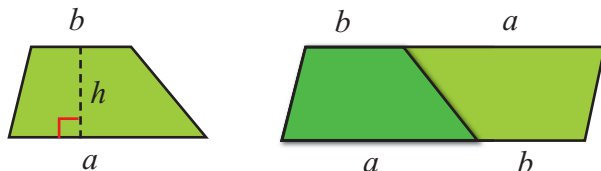


- 16) Şəkində verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.



Trapesiyanın sahəsi

Praktik məşğələ. Kağız üzərində trapesiya çəkin və kəsin. Bu trapesiyanı kağız üzərinə qoyun və daha bir konkrüent trapesiya kəsin. Trapesiyaları başqa bir kağızın üzərinə şəkildə göstərilən qaydada yapışdırın. Hansı fiqur alındı? Trapesiyanın sahəsi ilə paraleloqramın sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin və yazın.

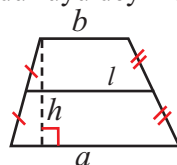


Trapesiyanın sahəsi

Trapesiyanın oturacağına hər hansı nöqtəsindən digər oturacağı özündə saxlayan düz xəttə çəkilən perpendikulyara bu trapesiyanın hündürlüyü deyilir.

Trapesiyanın sahəsi oturacaqları cəminin yarısı ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

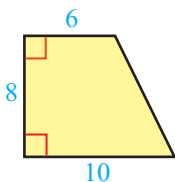


Trapesiyanın sahəsi orta xəttinin uzunluğu ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir:

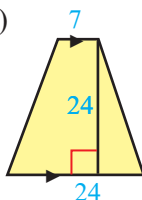
$$S = lh$$

1 Şəkilə verilənlərə görə trapesiyaların sahələrini tapın.

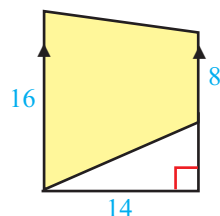
1)



2)

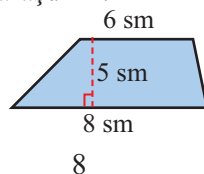


3)

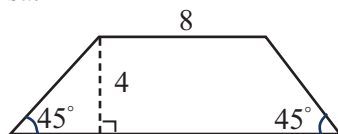


2 Verilən şərtlərə görə trapesiyanın sahəsinin dəyişməsinə araşdırın:

- 1) Alt oturacağı iki dəfə artarsa;
- 2) Üst oturacağı iki dəfə artarsa;
- 3) Hündürlüyü iki dəfə artarsa;
- 4) Hər iki oturacağı və hündürlüyü iki dəfə artarsa.

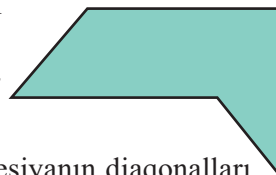


3 Şəkilə verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini və sahəsini tapın.



4 Xətkeşlə lazımı ölçmələr aparın. Şəkiləki fiqurun sahəsini müxtəlif üsullarla hesablayın.

Bir düz xətlə: a) iki trapesiyaya bölün; b) paraleloqram və üçbucağa bölün.



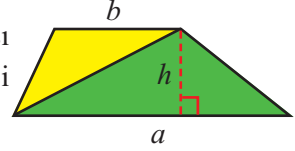
5 Oturacaqları 8 sm və 12 sm olan bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları perpendikulyardır. Bu trapesiyanın sahəsini tapın.

Trapesiyanın sahəsi

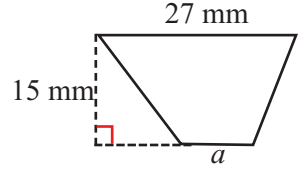
6» Aşağıdakı təklifləri şəkil üzərində göstərməklə əsaslandırın.

- 1) Bərabəryanlı trapesiyanın sahəsini 2 konqruyent trapesiyanın sahələri cəmi ilə ifadə etmək mümkündür.
- 2) Trapesiyanın sahəsini bir düzbucaqlının və iki düzbucaqlı üçbucağın sahələri cəmi kimi ifadə etmək mümkündür.

7» Üçbucağın sahə düsturundan və sahələrin toplanması aksiomundan istifadə etməklə trapesiyanın sahəsi üçün $S = \frac{1}{2} (a + b)h$ olduğunu isbat edin.

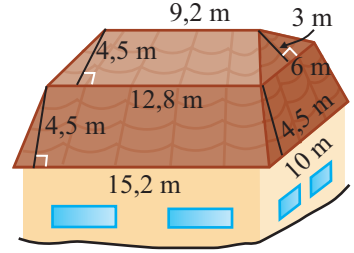


8» Trapesiyanın sahəsi 270 mm^2 -dir. Şəkildə verilənlərə görə a -nı tapın.



9» **Kiçik layihə işi.** Şəkildəki evin damını örtmək üçün neçə kvadrat metr dam örtüyü materialı lazımdır?

- 1) Bir dam örtüyü lövhəsinin sahəsi $2,8 \text{ m}^2$ və bir lövhənin qiyməti 8,6 manat olarsa, şəkildəki dam örtüyünə neçə manat pul xərclənər? Materialın təqribən 10%-nin itkiyə getdiyini nəzərə alın və lövhələrin sayını tam ədədə yuvarlaqlaşdırın.

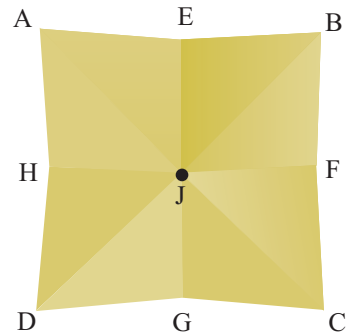


- 2) Dam örtüyünü iki usta bir ayda quraşdırmağa söz vermişdilər. Lakin 20 gün ərzində işin yalnız dördü bir hissəsini görə bildilər. İş vaxtında qurtarmaq məqsədi ilə ev sahibi eyni sürətlə çalışan daha 2 ustanın işə qoşulmasına qərar verdi. Qalan iş 4 usta neçə günə yerinə yetirər?
- 3) Bir ay ərzində dam örtüyü materialları birinci dəfə 3,6%, ikinci dəfə isə 4,8% bahalaşdı. Dam örtüyünü son qiymət artımından sonra alan müştəri neçə faiz artıq pul xərcləyər?

10» Şəkildə ABCD kvadratşəkilli kağız vərəq verilmişdir. H, E, F, G kvadratin tərəflərinin orta nöqtələridir. 1) $AB = 8$ vahid olduğunu bilərək aşağıdakı fiqurların sahəsini tapın:

- a) ABFH düzbucaqlı;
- b) ABFJ trapesiya;
- c) AEJ üçbucaq.

2) Vərəqin sahəsini iki konqruyent trapesiyanın və bir bərabəryanlı üçbucağın sahələri cəmi şəklində ifadə edin və hesablayın.



Trapesiyanın sahəsi

11) MNPR bərabəryanlı trapesiyadır. Verilən məlumatlara görə məsələləri həll edin.

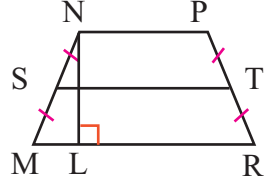
1) $NP = 12$, $MR = 18$ olarsa, ST -ni tapın.

2) $ST = 16$, $NP = 8$ olarsa, MR -i tapın.

3) $NP + MR = 5x + 12$, $ST = 3x + 4$ olarsa, ST -ni tapın.

4) Trapesiyanın perimetri 64, $ST = 12$ olarsa, MS -i tapın.

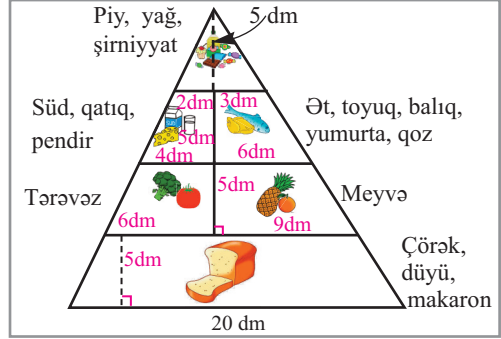
5) $NL = 8$ sm, $NP + MR = 24$ sm olduğuna görə trapesiyanın sahəsini tapın.



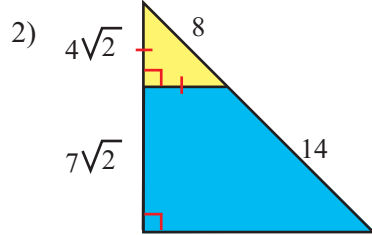
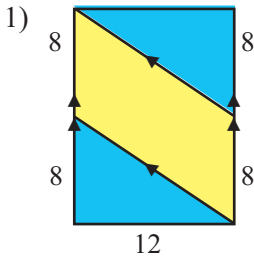
12) Piramidaşəkilli vitrinə ərzaqlar qruplarla düzülmüşdür.

Verilənlərə görə:

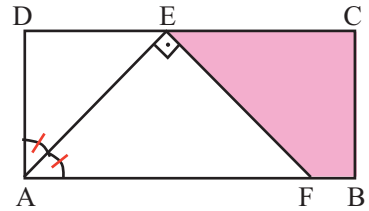
- yağlar, şirniyyatlar;
- meyvələr;
- çörək, düyü, makaron yerləşən hissələrin sahələrini tapın.



13) Mavi və sarı hissələrin sahələrini hesablayın.



14) Verilir: ABCD düzbucaqlısı
 $AB = 15$ sm, $AD = 4$ sm, $\angle DAE \cong \angle EAF$
 Tapın: FBCE trapesiyasının sahəsini

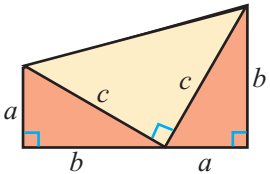


15) Pifaqor teoreminin çoxlu sayda isbatları mövcuddur. Bunlardan biri ABŞ-nin prezidenti olmuş Ceyms Harfildə məxsusdur. O, bunu 1876-cı ildə Nümayəndələr Palatasında işləyərkən yerinə yetirmişdir. Bu isbatın aşağıda verilmiş planını araşdırın və isbatı dəftərinizdə yazın.

1) Trapesiyanın sahəsini a və b dəyişənləri ilə ifadə etmişdir.

2) Üç düzbucaqlı üçbucağın sahəsini a , b , c dəyişənləri ilə ifadə etmişdir.

3) Sahələrin bərabərliyi aksiomuna görə 1 və 2-dən alınan nəticələrin bərabərliyini yazmış və sadələşdirmişdir.



Rombun sahəsi

Praktik məşğələ. Romb və çərpələng formalı fiqurun diaqonalını çəkin. Alınan üçbucaqların konqruent olduqlarını diaqonal boyu kəsib, üst-üstə qoymaqla göstərin. Romb və çərpələngin sahəsi ilə üçbucağın sahəsi arasındakı əlaqəni araşdırın.

Rombun sahəsi

1. Rombun sahəsi onun tərəfi ilə hündürlüyünün

hasilinə bərabərdir: $S = ah$

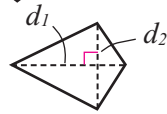
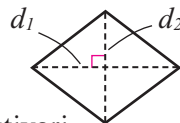
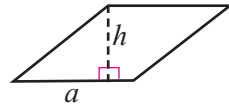
Qeyd edək ki, rombun hündürlükləri bərabərdir.

2. Rombun sahəsi diaqonalları hasilinin yarısına

bərabərdir: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

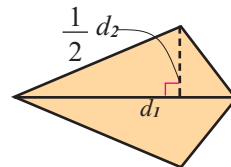
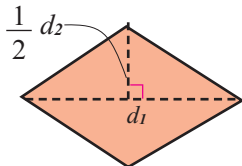
3. Diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyar olan ixtiyari qabarıq dördbucaqlının sahəsi diaqonalları hasilinin yarısına

bərabərdir: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

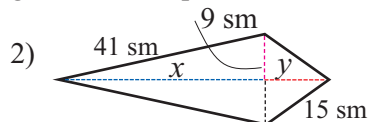
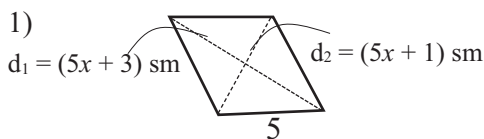


1) Aşağıdakı plana görə romb və çərpələng formalı fiqurun $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ sahə düsturunu isbat edin.

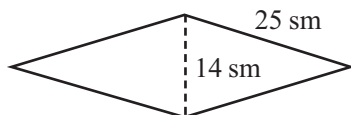
İsbat üçün plan. 1. Rombun və çərpələngin diaqonalının onları iki konqruent üçbucağa ayırdığını isbat edin. 2. İki üçbucağın sahəsini toplayın.



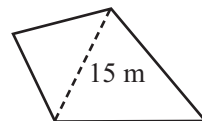
2) Şəkildə verilənlərə görə rombun və çərpələngin sahəsini tapın.



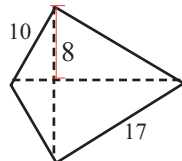
3) 1) Rombun sahəsini tapın.



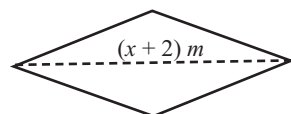
2) Çərpələngin sahəsi 180 m²-dir. Digər diaqonalını tapın.



4) 1) Şəkildəki çərpələng formalı fiqurun sahəsini tapın.



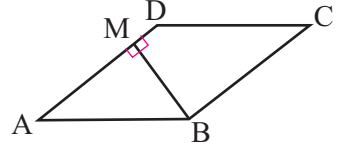
2) Rombun sahəsi $(4x^2 + 8x)$ m²-dir. Digər diaqonalını x dəyişəni ilə ifadə edin.



Rombun sahəsi

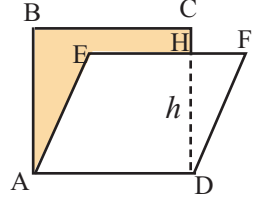
- 5) Rombun hündürlüyü 6 sm-dir. Hündürlük çəkildiyi AD tərəfini $AM:MD = 4:1$ nisbətində hissələrə bölür. Rombun sahəsini tapın.

Göstəriş: $AM = 4x$ və $MD = x$ kimi yazın və tərəfi tapmaq üçün AMB düzbucaqlı üçbucağından istifadə edin.



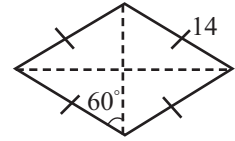
- 6) ABCD sahəsi 625 sm^2 olan kvadrat, AEFD isə sahəsi 500 sm^2 olan rombdur. Rəngli hissənin sahəsini tapın.

Göstəriş: Əvvəlcə rombun hündürlüyünü tapmaqla ΔDHF -in sahəsini tapın.



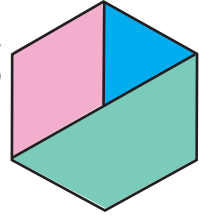
- 7) 1) ABCD düzbucaqlısının sahəsi 60 sm^2 -dir. Tərələri bu düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrində olan rombun sahəsini tapın.
2) Perimetri 80 sm, diaqonallarından biri 24 sm olan rombun sahəsini tapın.

- 8) Şəkildə verilənlərə görə rombun perimetrini və sahəsini tapın.

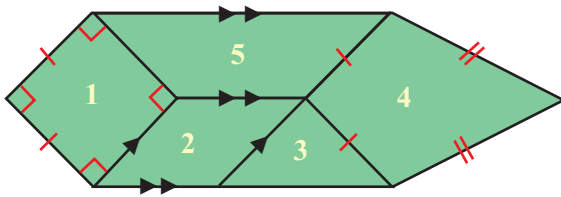


- 9) 1) Sahəsi $9,6 \text{ m}^2$, diaqonallarından birinin uzunluğu 3,2 m olan rombun perimetrini tapın.
2) Sahəsi 54 sm^2 , diaqonalları nisbəti 3:4 kimi olan rombun diaqonallarının uzunluqlarını tapın.

- 10) Xətkeşlə lazımi ölçmələri 1 mm dəqiqliklə aparmaqla şəkildəki fiqurun müxtəlif rəngli hissələrinin sahələrini və bütün fiqurun sahəsini tapın.



- 11) Fiqurun nömrələnmiş hissələrinə uyğun düsturları seçin.

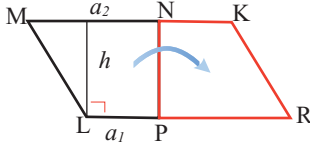


- A) $S = a^2$
B) $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$
C) $S = \frac{1}{2} ah$
D) $S = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$
E) $S = ah$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

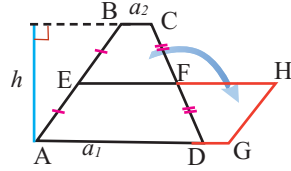
- 1» Verilir: LMNP trapesiyadır.
LMNP $\cong$ KRPN

İsbat edin: $S_{LMNP} = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$



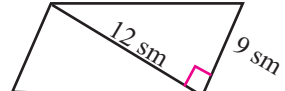
- 2» Verilir: ABCD trapesiyadır.
EBCF $\cong$ HGDF

İsbat edin: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$

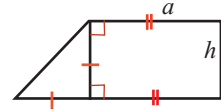


- 3» Rasim dayı bağında pomidor əkdiyi 15m $\times$ 25 m-lik düzbucaqlı formadakı sahəni xüsusi lövhələrlə hasara almışdır. Rasim dayı hasar üçün yeni lövhələr almadan pomidor əkilən sahəni genişləndirərək kvadrat formalı etmək istəyir. Bu halda pomidor əkilən hissənin sahəsi neçə kvadrat metr böyüyəcək?

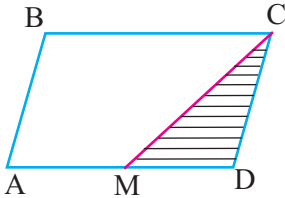
- 4» Paraleloqramın diaqonalı tərəfi ilə düz bucaq əmələ gətirir. Şəkildə verilənlərə görə paraleloqramın sahəsini tapın.



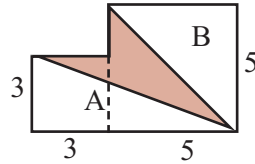
- 5» Verilənlərə görə fiqurun sahəsini hesablamaq üçün düstur yazın.



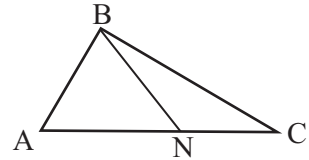
- 6» Verilir: ABCD paraleloqram.
AM = MD; $S_{\triangle CMD} = 8 \text{ sm}^2$
Tapın: S_{ABCD}



- 7» Rəngli hissənin sahəsini hesablayın.

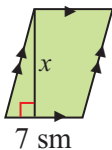


- 8» 1) $S_{\triangle ABC} = 90 \text{ sm}^2$, AN : NC = 3 : 2 olduğuna görə $\triangle ABN$ -nin sahəsini tapın.
2) $S_{\triangle ABC} = 60 \text{ sm}^2$, BN median olarsa, $\triangle ABN$ -nin sahəsini tapın.

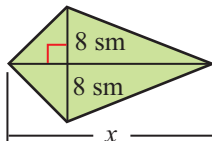


- 9» Verilənlərə görə x-i tapın.

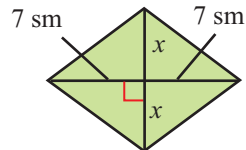
$S = 63 \text{ sm}^2$



$S = 168 \text{ sm}^2$



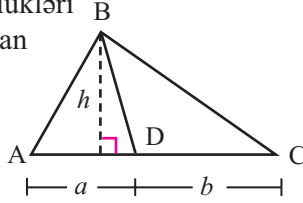
$S = 56 \text{ sm}^2$



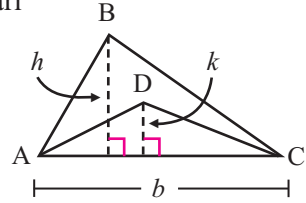
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 10» Araşdırma.** İki üçbucağın sahələri nisbətini müxtəlif hallar üçün araşdırın. Hər bir hal üçün ümumiləşdirilmiş nəticə və düstur yazın.

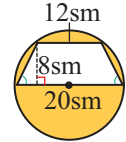
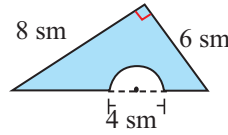
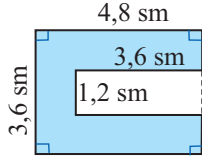
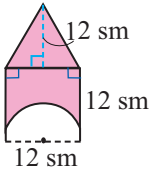
1) Hündürlükləri bərabər olan



2) Oturacaqları bərabər olan



- 11»** Verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.

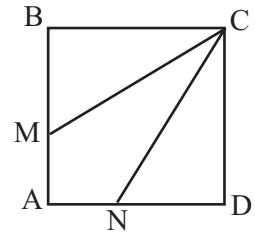


- 12»** İsbat edin ki, üçbucağın tərəfləri hündürlükləri ilə tərs mütənasıbdır, yəni:

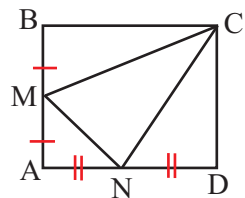
$$a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}.$$

- 13»** 1) Hündürlüyü h olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini tapın.
2) Hipotenuzu 13 sm, sahəsi 30 sm^2 olan düzbucaqlı üçbucağın katetlərini tapın.
3) İtibucaqlı üçbucağın bir tərəfinə çəkilmiş hündürlük bu tərəfi 3 sm və 9 sm uzunluğunda parçalara ayırır. Hündürlük 7 sm olarsa, bu üçbucağın sahəsini tapın.

- 14»** Tərəfi 3 sm olan kvadrat CM və CN parçaları ilə sahələri bərabər olan 3 hissəyə ayrılmışdır. CM parçasının uzunluğunu tapın.



- 15»** ABCD düzbucaqlısının sahəsi 72 kvadrat vahiddir. M və N nöqtələri düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtəsidir. $\triangle CMN$ -nin sahəsini tapın. **Göstəriş:** $S_{\triangle CMN} = S_{ABCD} - S_{\triangle BMC} - S_{\triangle AND} - S_{\triangle AMN}$ -dən istifadə edin. $AD = a$, $AB = b$ işarələyib, sahələri ab hasili ilə ifadə edin.



4.1. Rasional tənliklər

4.2. Fiqurların oxşarlığı

Siz bu fəsildə öyrənəcəksiniz:

- rasional tənlikləri və rasional tənlik qurmaqla müxtəlif məsələləri həll etməyi;
- oxşar üçbucaqların xassələrini;
- oxşar dördbucaqlıların xassələrini;
- üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə məsələlər həll etməyi;
- oxşarlıq çevrilmələrini əks etdirən şəkillər çəkməyi;
- fiqurların müxtəlif hərəkətlərini təsvir etməyi.

Rasional tənliklərin həllindən cihazqayırmada, kosmik tədqiqatlarda, maliyyə işlərində və s. geniş istifadə edilir.

Fiqurların oxşarlığı ölçmə, konstruksiyaetmə, dizaynetmə kimi işlərdə geniş tətbiq edilir.

Bu maraqlıdır!

Şəkildə gördüyünüz təyyarə turistlərin kosmosa səyahəti üçün nəzərdə tutulmuş orbital kosmik təyyarə modelidir. Təyyarə 6 sərnəşin və 2 pilot üçün nəzərdə tutulmuşdur.

Konstruktorlar, mühəndislər təyyarənin optimal variantını hazırlamaq üçün çoxlu sayda rasional tənliklər həll etməli olmuşlar.



Rasional tənliklər

Tənliyin sağ və sol tərəfi rasional ifadələr olarsa, belə tənliyə rasional tənlik deyilir. Bir çox məsələlərdə məxrəcə məchul daxil olan rasional tənlikləri həll etmək lazım gəlir. Bu halda tənlikdəki dəyişənlərin ala biləcəyi mümkün qiymətlərini (DMQ-ni) göstərmək lazımdır.

Misal 1. $\frac{1}{x-3} = 2$ Verilmiş tənlikdə DMQ $x \neq 3$. Odur ki, $x \neq 3$ qəbul etməklə tənliyin hər iki tərəfini $(x-3)$ ifadəsinə vuraq.

$$\frac{(x-3)}{x-3} = 2(x-3), \text{ buradan } 1 = 2(x-3) \text{ alırıq, } 2x = 7 \quad x = 3,5$$

Bunu verilmiş tənlikdə yerinə yazırıq: $\frac{1}{3,5-3} = \frac{1}{0,5} = 2 \quad 2 = 2$

Deməli, $x = 3,5$ verilmiş tənliyin köküdür. Verilmiş tənliyin başqa kökləri yoxdur.

Misal 2. $\frac{x+5}{x-1} - \frac{x+1}{x-3} = \frac{-8}{(x-1)(x-3)}$ tənliyini həll edək.

DMQ $x \neq 1, x \neq 3$ olmaqla verilmiş tənliyin hər iki tərəfini $(x-1)(x-3)$ ortaq məxrəcə vuraq.

$$(x-1)(x-3) \cdot \frac{x+5}{x-1} - (x-1)(x-3) \cdot \frac{x+1}{x-3} = \frac{-8(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-3)} \quad \text{Bərabərliyin xassəsinə görə}$$

$$(x+5)(x-3) - (x+1)(x-1) = -8 \quad \text{İxtisardan sonra}$$

$$2x - 6 = 0 \quad \text{Mötərizələri açıb, oxşar hədləri islah etməklə}$$

$$x = 3 \text{ tapırıq.}$$

$x = 3$ qiymətini tənlikdə yazdıqda mənasız ifadələr alınır (kəsrin məxrəci “0”-a çevrilir). Deməli, verilmiş tənliyin kökü yoxdur.

Misal 3. $\frac{12}{x+5} = \frac{4}{x+2}$ burada, DMQ $x \neq -5, x \neq -2$.

Tənəsübün xassəsindən istifadə etməklə alırıq:

$$12(x+2) = 4(x+5)$$

$$12x + 24 = 4x + 20 \quad 8x = -4 \quad x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Tənlikləri həll edin.

$$\frac{4}{a} = \frac{3}{a-2}$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{x-6}{x-1}$$

$$\frac{m-1}{m+1} - \frac{2m}{m-1} = -1$$

$$\frac{a-1}{a+1} - \frac{2a}{a-1} = 1$$

$$\frac{a}{3a+6} - \frac{a}{5a+10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1$$

$$\frac{3}{x} = \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{3}{3n-1} = \frac{2}{2n-1}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{x} = \frac{x}{12}$$

Rasional tənliklər

Misal 1. $\frac{12}{6-x} = x+1$ tənliyini həll edək. Burada, $DMQ \ x \neq 6$.

Tənliyin hər iki tərəfini $(6-x)$ -ə vuraq: $12 = (x+1)(6-x)$

Buradan $12 = 6x - x^2 + 6 - x$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad x_1 = 2, x_2 = 3$$

Hər iki ədədin verilmiş tənliyin kökü olduğunu yoxlayın.

Misal 2. $\frac{x^2-3x}{x-2} = \frac{2}{2-x}$ tənliyini həll edək. Burada $x \neq 2$ olmalıdır.

Tənliyi $\frac{x^2-3x}{x-2} = \frac{-2}{x-2}$ şəklində yazıb hər iki tərəfi $(x-2)$ ortaq məxrəcəinə vuraq: $x^2 - 3x = -2$

Buradan $x^2 - 3x + 2 = 0$, $x_1 = 1, x_2 = 2$

Yoxlamaqla görürük ki, $x = 2$ ədədi verilmiş tənliyi ödəyə bilməz, çünki kəsrin məxrəci "0"-a çevrilir. "0"-a bölmək olmaz! Deməli, verilmiş tənliyin kökü yalnız $x = 1$ olur.

Diqqət! Məxrəcə məchul daxil olan rasional tənliyi həll etdikdən sonra kökləri yoxlamaq lazımdır.

1» Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{10}{2x-3} = x-1$

c) $\frac{8}{x} = 3x+2$

e) $\frac{x^2}{x^2-4} = \frac{5x-6}{x^2-4}$

b) $\frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}$

d) $\frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}$

f) $\frac{x^2-6x}{x-5} = \frac{5}{5-x}$

2» Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2t} + \frac{2}{t^2} = 0$

c) $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{t-2} + \frac{1}{t+2} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{5z-7}{2z-2} - \frac{3z+2}{z+1} = 0$

3» Tənlikləri həll edin.

a) $x = \frac{4}{x} - \frac{x}{9} + 2$

b) $(1 + \frac{1}{x})^2 = \frac{9}{x^2}$

4» a) Ədədin tərsi kvadratından 8 dəfə böyükdür. Bu ədədi tapın.

b) Bir ədədlə onun tərsinin cəmi $\frac{10}{3}$ -ə bərabərdir. Bu ədədi tapın.

c) Adi kəsrin məxrəci onun surətindən 3 vahid böyükdür. Bu kəsrin surətinə 7, məxrəcə 5 əlavə etsək, kəsr $\frac{1}{2}$ qədər artar. Bu kəsri tapın.

5» Dəyişənin hansı qiymətlərində: a) $\frac{x^2+2x}{x+6}$ ifadəsinin qiyməti 1-ə bərabərdir;

b) $\frac{6}{x-3}$ və $\frac{x+1}{x+3}$ kəsrlərinin fərqi onların hasilinə bərabərdir?

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Nisbət, faiz məsələləri

- 1» Əhmədgil indiyə qədər rəqib komanda ilə keçirdikləri 20 oyundan 8-də qalib gəlmişlər. Onlar bu komanda ilə keçirilən oyunların neçəsində dalbadal qalib gəlməlidirlər ki, 75 %-lik uduş nəticəsinə nail olsunlar?

Həll üçün plan. 1. Qələbə qazanılan oyunların sayının bütün oyunların sayına nisbəti: $\frac{8}{20}$

2. Daha x sayda oyun keçirilərsə və bu oyunlarda dalbadal qələbə qazanılırsa, qalibiyyətə bitən oyunların sayının bütün oyunların sayına nisbəti: $\frac{8+x}{20+x}$

3. Tənlik: $\frac{8+x}{20+x} = 0,75$

- 2» Aliyə keçirdiyi 20 tennis oyunundan 12-də qalib gəlmişdir. Aliyə növbəti neçə oyunu dalbadal uduzsa, onun qələbələri 50% təşkil edər?

- 3» Sinfdə 8 oğlan, 18 qız var. Sinfə bir neçə oğlan qəbul edildi. Təsadüfən seçilən şagirdin oğlan olması ehtimalı $\frac{1}{3}$ - dir. Sinfə neçə oğlan qəbul edilmişdir?

- 4» 10 l şirənin 60%-i xalis meyvə ekstraktıdır. Bu şirənin 75%-nin meyvə ekstraktı olması üçün nə qədər ekstrakt əlavə edilməlidir?

- 5» 10%-li 40 l duz məhluluna nə qədər duz əlavə etmək lazımdır ki, 20%-li məhlul alınsın.

- 6» 30%-li və 10%-li iki duz məhlulu var. 1 l 10%-li məhlula neçə litr 30%-li məhlul əlavə edilsə, 22%-li məhlul alınar?

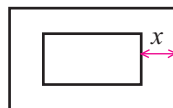
Həndəsə məsələləri

- 7» 1) Düzbucaqlının tərəflərindən biri digərindən 14 sm böyükdür və diaqonalı 34 sm-ə bərabərdir. Düzbucaqlının tərəflərini tapın.

2) Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərdən biri hipotenuzdan 3 sm, o biri isə 6 sm kiçikdir. Hipotenuzu tapın.

3) Uzunluğu enindən 7 sm böyük olan düzbucaqlının sahəsi 60 sm^2 -ə bərabərdir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.

- 8» Uzunluğu 8 m, eni 4 m olan düzbucaqlı şəkildə bağ sahəsinin kənarına perimetri boyu, bərabər enlikdə güllük salınmışdır. Güllüyün və bağın sahəsi birlikdə 165 m^2 -dir. Güllüyün enini tapın.



- 9» Ölçüləri $2 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ olan düzbucaqlı şəkildə sahənin enini və uzunluğunu eyni ölçüdə artırıqda onun sahəsi 3 dəfə artdı. Yeni sahənin ölçülərini tapın.

- 10» Oturacağının uzunluğu hündürlüyündən 20 sm çox olan üçbucağın sahəsi 78 sm^2 -dir. Üçbucağın oturacağın tapın.

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

İş məsələləri

Məsələ. İki fəhlə birgə işləməklə işi 12 günə yerinə yetirir. Onlardan birinə ayrılıqda bütün işi yerinə yetirmək üçün digərindən 10 gün çox vaxt tələb olunur. Hər fəhlə ayrılıqda bu işi neçə günə yerinə yetirə bilər?

Həlli: Tutaq ki, 2-ci fəhlə işi x günə yerinə yetirər. Onda, 1-ci fəhlə işi $(x + 10)$ günə yerinə yetirər.

1-ci fəhlə 1 gündə işin $\frac{1}{x+10}$ hissəsini, 2-ci fəhlə 1 gündə işin $\frac{1}{x}$ hissəsini, ikisi birlikdə 1 gündə işin $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x}$ hissəsini yerinə yetirər.

Şərtə görə fəhlələr birlikdə bir gündə işin $\frac{1}{12}$ hissəsini yerinə yetirirlər.

Buradan $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$. Tənliyin hər iki tərəfini $12x(x+10) - a$ vuraq.
 $12x + 12(x+10) = (x+10) \cdot x$

Sadələşdirdikdən sonra $x^2 - 14x - 120 = 0$ kvadrat tənliyini alırıq. Bu tənliyin iki kökü var: $x_1 = 20$ və $x_2 = -6$. Lakin $x > 0$ olmalıdır: $x = 20$, $x + 10 = 30$

Cavab: 2-ci fəhlə işi 20 günə, 1-ci fəhlə 30 günə yerinə yetirər.

- 1» Fərid işi təklikdə 3 saata, Kamran ilə birlikdə isə 2 saata yerinə yetirir. Kamran bu işi təklikdə neçə saata yerinə yetirər?
- 2» İki briqada birlikdə işləyərək təmir işini 6 günə qurtardı. Bu işi təklikdə görmək üçün briqadalardan birinə o birindən 5 gün çox vaxt lazım olarsa, hər briqada bu işi neçə günə görər?
- 3» İki traktorçu birlikdə sahəni 4 saata şumlayır. Bu işi təklikdə yerinə yetirmək üçün traktorçulardan birinə o birindən 6 saat çox vaxt lazım gəlsə, onların hər biri bu sahəni neçə saata şumlayar?
- 4» Bir boru hovuzu o birindən 2 dəfə tez doldurur. Borular birlikdə hovuzu 4 saata doldurursa, hər boru təklikdə hovuzu neçə saata doldurur?
- 5» Bir boru hovuzu ikincidən 3 saat tez doldurur. Əgər əvvəlcə ancaq birinci boru 1 saat, sonra ancaq ikinci boru 4 saat işləsə, hovuz dolar. Hər iki boru birlikdə işləsə, hovuzu neçə saata doldurur?
- 6» İki kompüterdə şirkətin işçilərinin maaşları 3 saat ərzində hesablanır. Bu kompüterlər ayrılıqda işləsələr, yeni proqram təminatlı kompüterdə bu işi digərindən 3 saat tez qurtarmaq olar. Hər kompüterdə bu işi neçə saata görmək mümkündür? Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.
- 7» İki işçi birlikdə işləməklə iki saat ərzində yeni məlumatları hazırlayaraq e-mail-lə istifadəçilərə göndərdilər. Bu işçilər tək işləsələr, onlardan biri işi digərindən 3 saat tez qurtarar. Hər işçi tək işləsə, bu işi neçə saata yerinə yetirər?

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Hərəkətə aid məsələlər

Məsələ. 480 km uzunluqda yolun 80 km-i torpaq, qalanı asfaltdır. Avtomobil torpaq yolu asfalt yola nisbətən saatda 40 km az sürətlə qət etdi. Bütün yola sərf olunan zaman cəmi 7 saat olarsa, avtomobil yolun torpaq hissəsini neçə saata qət edər?

1-ci üsul:

Yol	Gedilən yol (km)	Sürət km/saat:	Zaman (saat)	Yol = sürət × zaman
Asfalt yol	400	$v + 40$	t	$(v + 40)t = 400$
Torpaq yol	80	v	$7 - t$	$v(7 - t) = 80$

1-ci üsul: Cədvəlin 2-ci sətrindən: $v + 40 = \frac{400}{t}$, $v = \frac{400 - 40t}{t}$

Cədvəlin 3-cü sətrindən: $v = \frac{80}{7 - t}$

Buradan $\frac{40(10 - t)}{t} = \frac{80}{7 - t}$ rasional tənliyini alırıq.

Hər iki tərəfi 40-a bölək: $\frac{10 - t}{t} = \frac{2}{7 - t}$ Tənasübün xassəsini tətbiq edək:

$$t^2 - 19t + 70 = 0; t_1 = 5; t_2 = 14.$$

$t_2 = 14$ məsələnin şərtinə ziddir. Cavab: Torpaq yol $7 - 5 = 2$ saata qət edilib.

2-ci üsul: Avtomobil asfalt yolu $\frac{400}{v + 40}$ saata, torpaq yolu $\frac{80}{v}$ saata qət edər.

Avtomobilin bütün yola 7 saat sərf etdiyini nəzərə alaraq aşağıdakı tənliyi yaza

bilərik: $\frac{400}{v + 40} + \frac{80}{v} = 7$ Bu tənliyi həll etməklə $v = 40$ km/saat tapırıq. Torpaq yol $80 : 40 = 2$ saata qət edilir.

- 1) Avtomobil v km/saat sürətlə A şəhərindən B şəhərinə 10 saata gəlmişdir. Avtomobil yolun birinci yarısını $\frac{v}{2}$ sürətilə, ikinci yarısını isə $\frac{v}{3}$ sürətilə hərəkət edərsə, A şəhərindən B şəhərinə nə qədər vaxta gələr?
- 2) A şəhərindən B şəhərinə yola düşən avtomobil 2 saat getdikdən sonra sürətini saatda 10 km artıraraq qalan yolu 4 saata qət etdi. A və B şəhərləri arasındakı məsafənin 460 km olduğunu bilərək, avtomobilin ilk 2 saatdakı sürətini tapın.
- 3) Xizəkçilərdən biri 20 km məsafəni o birindən 20 dəqiqə tez başa vurdu. Xizəkçilərdən birinin sürətinin o birindən 2 km/saat çox olduğunu bilərək, hər xizəkçinin sürətini tapın.
- 4) Turist avarlı qayıqla çayın axını istiqamətində 20 km üzüb, sonra geri qayıtdı. O, bütün yola 7 saat sərf etdi. Qayığın durğun sudakı sürətinin 7 km/saat olduğunu bilərək, çayın axın sürətini tapın.
- 5) Qayıq çay axını ilə 48 km yolu müəyyən müddətə getdi. Bu yolu geri qayıtmağa isə bundan 1,6 saat çox vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 4 km/saat-dır.
 - 1) Qayığın durğun sudakı sürətini tapın.
 - 2) Qayıq bu yolu gedib-qayıtmağa neçə saat sərf etmişdir?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1» Tənlikləri həll edin.

$$\text{a) } \frac{x-3}{x} = \frac{x-3}{x-6} \quad \text{b) } \frac{4}{a} = \frac{3}{a-2} \quad \text{c) } \frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{6}{1-x^2}$$

$$\text{d) } \frac{5}{4} + \frac{3y}{2} = \frac{7y}{6} \quad \text{e) } \frac{3}{x} = \frac{1}{x-2} \quad \text{f) } \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}$$

2» Mobil operator şirkəti ayda 10 manat abunə haqqı olmaqla istənilən ölkəyə 1 dəqiqəlik danışığın qiymətinin 50 qəpik olduğunu elan etdi. Bir ay ərzində x dəqiqə danışığ aparmış müştəri üçün, bir dəqiqə danışığ haqqı orta hesabla neçəyə başa gəlir? Uyğun ifadəni yazın. Müştəriyə bir dəqiqəlik danışığ 60 qəpiyə başa gəlmişə, bu müştəri neçə dəqiqə danışmışdır?

3» Tənlikləri həll edin.

$$\begin{array}{l} \frac{x^2}{x^2+x} = \frac{x-6}{x-1} \\ \frac{3x-3}{x^2-1} + \frac{2}{x} = 2 \\ \frac{4}{x^2-9} + \frac{x+1}{x-3} = 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y} \\ \frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1 \\ \frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y} \\ \frac{4x}{2x+3} - \frac{2x}{2x-3} = 1 \\ \frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{8}{x^2-4} \end{array}$$

4» Rəhilə və Sona birlikdə işləsələr, evi 2 saata səliqəyə salarlar. Sona tək işləsə, bu işi Rəhilədən 3 saat tez görər. Rəhilə təklikdə bu işi neçə saata görər?

5» Düzbucaqlının verilən ölçülərinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) Düzbucaqlının eni və uzunluğunun fərqi göstərən rasiional ifadəni yazın.

2) Düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadəni yazın.

3) Düzbucaqlının perimetri 22 sm olarsa, x dəyişənin qiymətini tapın.


$$\frac{4}{x}$$
$$\frac{8-x}{x^2}$$

6» Qutuda 30 qara, n sayda ağ kürə var. Təsadüfən götürülən bir kürənin ağ olması ehtimalı $\frac{2}{5}$ olarsa, n -i tapın.

7» 5%-li 40 qram duz məhluluna nə qədər su əlavə etmək lazımdır ki, 4%-li məhlul alınsın?

8» **Ömər Xəyyam məsələsi.** Tənliyi müxtəlif üsullarla həll edin.

$$\frac{1}{x^2} + 2 \cdot \frac{1}{x} = 1 \frac{1}{4}$$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 9» Bir atlı dağın yamacına çıxır və geri qaydır. Yamaca qalxan yolun uzunluğu 6,5 km-dir. Yamaca V km/saat sürətlə qalxan atlı yamacdən 3 dəfə çox sürətlə endi. Atının bu səyahətə sərf etdiyi ümumi vaxta uyğun ifadəni yazın.

- 10» Tənlikləri həll edin. Kvadrat üçhədlini vuruqlara ayırma üsulundan istifadə edin.

$$1) \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} + \frac{x^3 + x^2}{x} = -3 \quad 2) \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} + \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = x^2 - 3$$

$$3) \frac{3}{x^2 - 9} - \frac{1}{x^2 - 6x + 9} = \frac{3}{2x^2 + 6x} \quad 4) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2x - 3}$$

- 11» Bir boru benzin çənini n saata, digər boru isə bu çəni m saata doldurur. Bu iki boru birlikdə işləsə, çən neçə saata dolar?

- 12» Səhralarda bitən bitkilər gövdələrinə topladıqları suyu qənaətlə işlədirlər. Su bitkinin səthindən buxarlanır. Bitkinin səthinin sahəsinin bitkidə olan su həcminə nisbəti nə qədər böyük olarsa, onun səhrada yaşama ehtimalı bir o qədər az olar. Kaktusların “varil kaktus” adlanan növü təxminən sferik formadadır. Sferik səthin sahəsi $S = 4\pi r^2$, həcmi isə $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ düsturu ilə hesablanır.



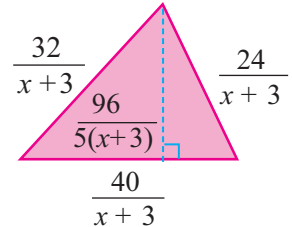
- 1) Varil kaktusun səthinin sahəsinin onun yığdığı su həcminə olan nisbətini müəyyən edin.
2) Kaktusun səhrada yaşaması üçün hansı daha əlverişlidir: $r = 12$ sm, yoxsa $r = 8$ sm olduqda?

- 13» Şəkildəki dairənin sahəsinin kvadratın sahəsinə olan nisbətini yazın.



- 14» Şəkildə verilənlərə görə aşağıdakı məsələləri həll edin.

- 1) Üçbucağın sahəsini göstərən ifadəni yazın.
2) Üçbucağın perimetrini göstərən ifadəni yazın.
3) Üçbucağın perimetrinin 24 sm olduğunu bilərək, onun tərəflərinin uzunluqlarını və şəkildə göstərilən hündürlüyünü tapın.



Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

Müstəvinin özünə çevrilməsində ixtiyari iki nöqtə arasındakı məsafə saxlanarsa, belə çevirməyə hərəkət deyilir. Mərkəzi simmetriya, ox simmetriyası, dönmə (fırlanma), sürüşmə kimi çevrilmələr hərəkətə aid nümunələrdir.

Praktik məşğələ. Karton kağızdan müxtəlif hərflər kəsin. Bu hərflər üzərində nümunədə verildiyi kimi hərəkətləri icra edin.



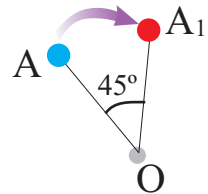
Dönmə

Fərz edək ki, O nöqtəsi və α bucağı verilmişdir. Müstəvinin hərəkəti zamanı O nöqtəsindən çıxan ixtiyari şüa eyni istiqamətdə α bucağı qədər dönərsə, bu hərəkətə müstəvinin O nöqtəsi ətrafında α bucağı qədər dönməsi, O nöqtəsinə isə dönmə mərkəzi deyilir. Dönmə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində və ya saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində ola bilər. Hər hansı O mərkəzinə görə dönmə zamanı A nöqtəsi A_1 nöqtəsinə çevrilmişsə, bu halda aşağıdakılar doğrudur.

1. A nöqtəsi ilə O nöqtəsi üst-üstə düşmürsə, $AO = A_1O$.

2. A nöqtəsi ilə O nöqtəsi üst-üstə düşərsə, A və A_1 üst-üstə düşər.

Nümunə 1. $\angle AOA_1 = 45^\circ$ dönmə bucağıdır. A nöqtəsi O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 45° dönmüşdür.

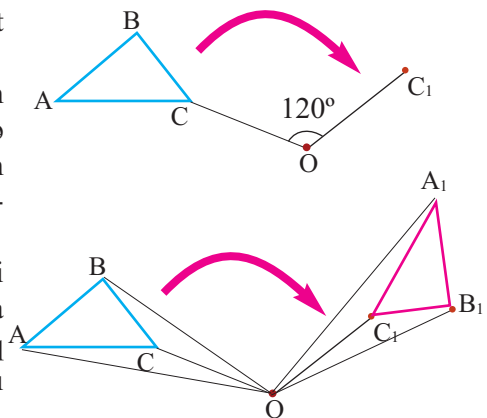


Nümunə 2. $\triangle ABC$ -nin O nöqtəsinə nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 120° dönmə hərəkəti nəticəsində alınan yeni üçbucağı qurma addımlarını araşdırın və bu addımları dəftərinizdə təkrar edin.

1. O nöqtəsi ilə C nöqtəsini düz xətt parçası ilə birləşdirin.

2. Transportirin köməyiylə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində olmaqla OC ilə 120° -li bucaq əmələ gətirən düz xətti çəkin və pərgarın köməyiylə OC parçasına konqruent olan OC_1 parçasını ayırın.

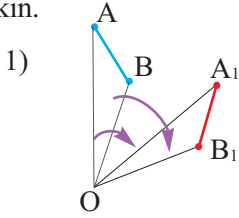
3. Eyni qayda ilə O nöqtəsi ilə A nöqtəsini və B nöqtəsini birləşdirin. Alınan parçalara konqruent olan və onunla 120° -li bucaq əmələ gətirən OA_1 və OB_1 parçalarını çəkin. C_1 , A_1 və B_1 nöqtələri yeni üçbucağın təpələridir. Bu təpələri birləşdirin.



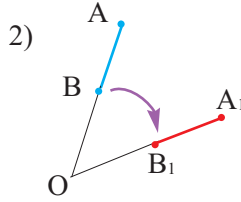
Qeyd. Mərkəzi simmetriya, müstəvinin simmetriya mərkəzi ətrafında 180° dönməsidir.

Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

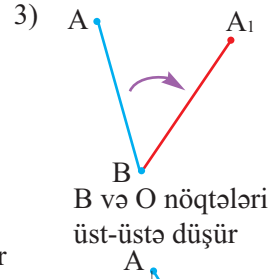
- 1) Aşağıdakı şəkillərdə A və B nöqtələrinin O nöqtəsinə nəzərən müxtəlif vəziyyətlərinə görə AB parçasının saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində dönməsi təsvir edilmişdir. Siz də dəftərinizdə hər bir hala uyğun iki nümunə çəkin.



A, B və O nöqtələri bir düz xətt üzərində deyil

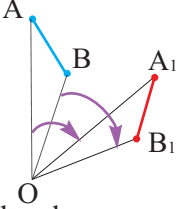


A, B və O nöqtələri bir düz xətt üzərindədir



B və O nöqtələri üst-üstə düşür

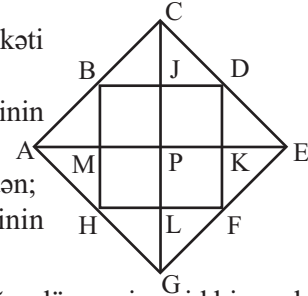
- 2) O nöqtəsi ətrafında dönmə zamanı A nöqtəsi A_1 nöqtəsinə, B nöqtəsi isə B_1 nöqtəsinə çevrilmişdir. $AB \cong A_1B_1$ olduğunu isbat edin.



İsbat üçün plan: 1. Dönmənin tərifinə görə konqruent parçaları, konqruent bucaqları müəyyən edin. 2. Bucaqların toplanması aksiomundan istifadə edin. 3. Üçbucaqların konqruentlik əlamətlərindən istifadə edin.

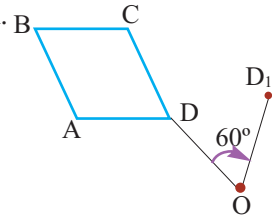
- 3) Şəkli dəftərinizdə çəkin. B, D, F, H, nöqtələri ACEG kvadratının tərəflərinin orta nöqtələridir. 1) Verilən şərtlərlə dönmədən alınan fiquru müəyyən edin:

- AB-nin P nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsindən;
- CE-nin E nöqtəsi ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 90° dönməsindən;
- $\triangle KEF$ -in P nöqtəsi ətrafında 180° dönməsindən;
- $\triangle APG$ -nin P nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsindən.



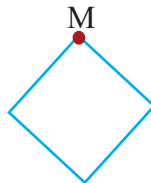
2) Şəklə görə hər hansı bir parçanın və üçbucağın dönməsinə aid bir sual da siz fikirləşin və yazılı olaraq parta yoldaşınıza verin.

- 4) ABCD paraleloqramının O nöqtəsinə görə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 60° dönməsini yeni paraleloqramı çəkməklə göstərin. Şəkildə D nöqtəsinin 60° dönmüş vəziyyəti qeyd edilmişdir.



- 5) Aşağıdakı fiqurların qeyd olunmuş M nöqtəsi ətrafında verilən bucaq qədər dönməsindən alınan şəklini çəkin.

- 1) Saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 100°



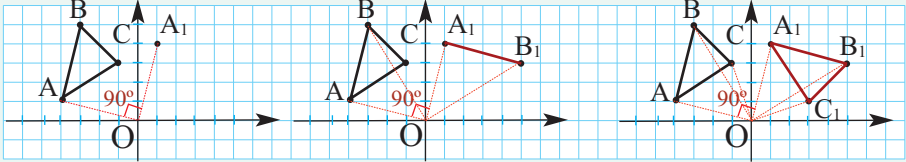
- 2) Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 75°



Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

Araşdırın, dəftərinizdə çəkin.

Təpələri $A(-4; 1)$, $B(-3; 5)$, $C(-1; 3)$ nöqtələrində olan ABC üçbucağının koordinat başlanğıcına nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsi addım-addım aşağıdakı şəkil üzərində göstərilmişdir.



Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° döndükdə üçbucağın təpələrinin koordinatları aşağıdakı kimi dəyişir:

$\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$

$A(-4; 1) \rightarrow A_1(1; 4)$

$B(-3; 5) \rightarrow B_1(5; 3)$

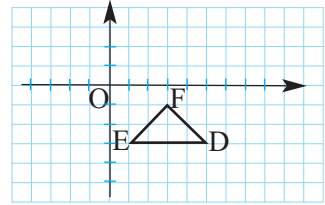
$C(-1; 3) \rightarrow C_1(3; 1)$

Koordinatlar $(x; y) \rightarrow (y; -x)$ kimi dəyişir.

Diqqət! $|OA| = |OA_1|$, $|OB| = |OB_1|$, $|OC| = |OC_1|$

$|AB| = |A_1B_1|$, $|BC| = |B_1C_1|$, $|AC| = |A_1C_1|$

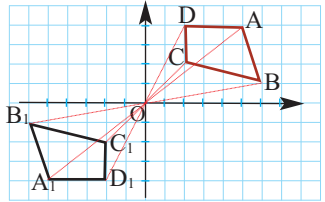
- 6) Təpələri $E(1; -3)$, $F(3; -1)$, $D(5; -3)$ nöqtələrində olan üçbucağın O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməyini əks etdirən şəkli çəkin. Təpə nöqtələrinin koordinatlarının dəyişməsinə ümumi şəkildə göstərin.



- 7) Şəkində dördbucaqlının O koordinat başlanğıcına görə 180° dönməsi göstərilmişdir.

1) Yeni fiqurun təpə nöqtələrinin koordinatlarını əsas fiqura görə araşdırın və fikirlərinizi ümumiləşdirin.

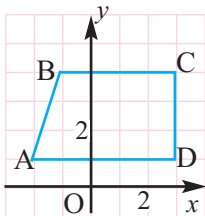
2) Şəklə görə mümkün konqruent parçaları yazın.



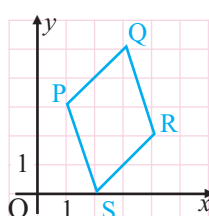
- 8) Koordinat müstəvisində hər hansı üçbucağın saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə koordinat başlanğıcına nəzərən 90° , 180° , 270° , 360° dönməsini göstərən şəkilləri çəkin.

- 9) Fiqurların koordinat başlanğıcına görə verilən bucaq qədər saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətdə dönməsindən sonrakı vəziyyətinə görə təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.

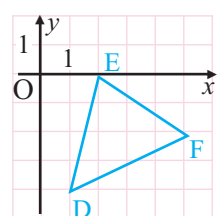
1) 90°



2) 180°



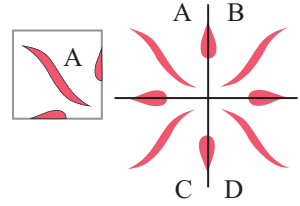
3) 360°



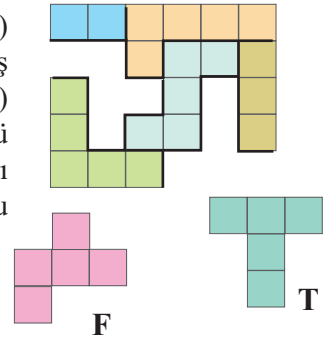
Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

- 10** $\Delta A_1B_1C_1$ koordinat müstəvisi üzərində ΔABC -nin absis oxuna nəzərən simmetriya çevrilməsindən, $\Delta M_1N_1K_1$ isə ΔMNK -nin koordinat başlanğıcına nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətdə 90° dönməsindən alınmışdır. Bu şərtlərə uyğun şəkil çəkin.

- 11** Şəkilə göstəriləyi kimi bəzəklər - naxışlar almaq üçün kağızı 4 bərabər hissəyə qatlamaqla və bir hissə üzərində naxışları kəsməklə 4 hissədə simmetrik naxışlar alınar. Hər bir naxış hissəsinin birinin digərinə nəzərən vəziyyətini hərəkətlərə görə izah edin.



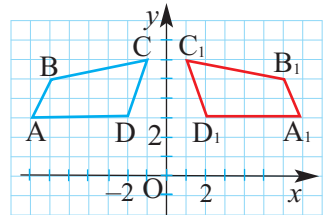
- 12** Düzbucaqlı sahəni tamamlama (mozaikaqurma) kompüter oyunları kvadratlardan təşkil olunmuş domino (ikili), trimino(üçlü), pentamino (beşli) kimi fiqurlar üzərində qurulmuşdur. 6×5 ölçülü mozaikani tamamlamaq üçün F və T pentaminoları üzərində hansı hərəkətləri icra etmək lazımdır? Bu hərəkətləri şəkil üzərində göstərin.



- 13** $A_1B_1C_1D_1$ dördbucaqlısı ABCD-nin ordinat oxuna nəzərən simmetriyası ilə (əksetməsi ilə) alınmışdır. 1) Dördbucaqlının təpə nöqtələrinin koordinatlarının dəyişməsinə nümunəyə uyğun yazın.

$$A(-7;3) \rightarrow A_1(7;3)$$

- 2) Ordinat oxuna nəzərən simmetriya üçün nöqtənin koordinatlarının dəyişməsinin ümumi şəklini yazın.



- 14** Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş fiqurların simmetriya çevrilməsini göstərən şəkilləri çəkin.

- 1) $E(-3; 2)$, $F(0; 2)$, $G(-2; 5)$; absis oxuna nəzərən;
- 2) $J(2; -1)$, $K(4; -2)$, $L(4; -3)$, $M(2; -3)$; ordinat oxuna nəzərən;
- 3) $P(2; -2)$, $Q(4; -2)$, $R(3; -4)$; $y = x$ düz xəttinə nəzərən;
- 4) $A(2; 2)$, $B(-2; 2)$, $C(-1; 4)$; $y = -x$ düz xəttinə nəzərən.

- 15** Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş fiqurların koordinat başlanğıcına nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində verilən bucaq qədər dönməsini göstərən şəkilləri çəkin.

- 1) $A(1; 3)$, $B(4; 1)$, $C(4; 4)$; 90°
- 2) $A(1; 3)$, $B(4; 1)$, $C(4; 4)$; 180°
- 3) $M(2; 2)$, $N(5; 2)$, $P(3; -2)$, $Q(0; -2)$; 90°
- 4) $G(-2; 1)$, $H(-3; -2)$, $J(-1; -4)$; 180°

Nisbət, tənəsüb

1» Tamamlayın:

Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa,

a) $\frac{a+2b}{b} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{a+b}{c+d} = \frac{\square}{\square}$

Tənəsübün xassələri

Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $ad = bc$ olar

Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

2» Nisbətləri sadələşdirin.

1) $\frac{3 \text{ m}}{12 \text{ km}}$

2) $\frac{60 \text{ sm}}{1 \text{ m}}$

3) $\frac{350 \text{ q}}{1 \text{ kq}}$

4) $\frac{2 \text{ km}}{3000 \text{ m}}$

5) $\frac{6 \text{ km}}{10 \text{ m}}$

6) $\frac{2 \text{ kq}}{20 \text{ q}}$

7) $\frac{400 \text{ m}}{0,5 \text{ km}}$

8) $\frac{20 \text{ kq}}{4 \text{ q}}$

3» Nisbətləri sadələşdirin.

1) $\frac{x^2 + 10x + 21}{x^2 - 49}$

2) $\frac{x^2 - 9x + 18}{x^2 - 36}$

3) $\frac{x^2 - 3x - 4}{(x - 4)^2}$

4) $\frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + 9x + 18}$

4» Tənlikləri həll edin.

1) $\frac{2}{b+2} = \frac{4}{b}$

2) $\frac{5y+7}{4} = \frac{5y}{3}$

3) $\frac{4}{2c+6} = \frac{10}{7c-2}$

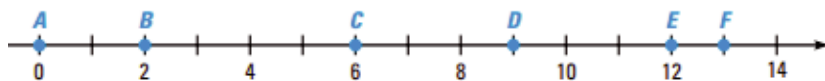
4) $\frac{2a-4}{a^2+2a} = \frac{3}{a}$

5» Hansı doğrudur?

1) $\frac{c}{8} = \frac{d}{12}$ olarsa, $\frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ olar.

2) $\frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ olarsa, $\frac{b+4}{4} = \frac{c+4}{5}$ olar.

6» Ədəd oxu üzərində qeyd edilmiş nöqtələr arasındakı məsafələrin nisbətini tapın.



1) $\frac{AB}{CD}$

2) $\frac{BD}{CF}$

3) $\frac{BF}{AD}$

4) $\frac{CF}{AB}$

5) $\frac{FD}{EC}$

7» 1) Nəzrin kompüter oyununda 12 cəhddən 3-ündə hədəfi vurdu. Sizcə, Nəzrin 100 cəhddən neçəsində hədəfi vura biləcək?

2) Avtomobil istehsalı zavodunda sınaqdan keçirilmiş 400 avtomobildən dördündə nasazlıq aşkar edilmişdir. Sınaqdan keçiriləcək 2000 avtomobildən neçəsinin nasaz ola biləcəyi haqqında proqnoz verin.

- 8» Ötürmə nisbəti aparıcı çarxın dişlərinin sayının aparılan çarxın dişlərinin sayına olan nisbəti ilə ölçülür. Ötürmə nisbəti 5:2, aparıcı çarxın dişlərinin sayı 20 olarsa, aparılan çarxın dişlərinin sayını tapın.



- 9» Bucaqlarının dərəcə ölçülərinin nisbəti 2:3:4 kimi olan üçbucağın ən böyük bucağı ilə ən kiçik bucağının fərqi neçə dərəcədir?

- 10» Dəvəquşu 60 dəqiqədə 55 km qaçır. Dəvəquşu 22 km yolu neçə dəqiqəyə qaçar?

- 11» Məsələləri tam-hissə modeli qurmaqla həll edin.

1) Alpinist qrupunda qızların sayı oğlanların sayının $\frac{3}{8}$ -ü qədərdir. Qrupda oğlanların sayı 20 nəfər çoxdursa, qızların sayını tapın.

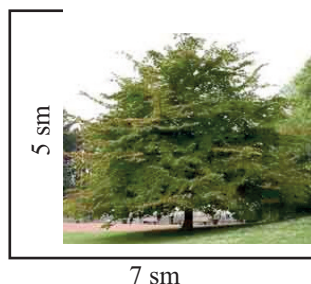
2) Dilarənin pulunun $\frac{2}{3}$ hissəsi Cavidin pulunun $\frac{1}{2}$ hissəsi qədərdir. Dilarənin pulunun Cavidin puluna olan nisbətini tapın.

3) Lalənin kitablarının sayının Muradın kitablarının sayına olan nisbəti 1:2 kimi idi. Lalə daha 12 kitab aldıqdan sonra bu nisbət 2:1 kimi oldu.

a) Muradın neçə kitabı var? b) Murad indi daha 4 kitab alsaydı, bu nisbət necə dəyişər?

- 12» Samir satdığı hər kitabdan 40 qəpik pul qazanır, həmçinin satdığı hər 50 kitabdan 4 manat qazancına əlavə edilir. Samir 775 kitab satarsa, neçə manat qazanar?

- 13» Mahir ölçüləri 5 sm $\times$ 7 sm olan dəmirağac şəklini böyütməklə plakat hazırlamalıdır. O, plakatın eninin 0,75 m olmasını istəyir. Plakatın uzunluğu neçə metr olacaq?



- 14» “Sizə məktub var” flaşmobunda gənclər Azərbaycanın ərazi bütövlüyü uğrunda gedən döyüşlərdə göstərdiyi misilsiz igidliyə görə Milli Qəhrəman adına layiq görülmüş Mübariz İbrahimovun ata-anasına yazdığı son məktubu vətəndaşlara payladılar. Flaşmob iştirakçıları qəhrəman əsgərin vida məktubunu oxuyub, onun Şəhidlər xiyabanındakı qəbrini ziyarətə yollandılar. Flaşmob iştirakçılarının $\frac{2}{3}$ hissəsi 16-25 yaşlı gənclər idi. Daha 55 nəfər gənc də bu dəstəyə qoşulduqda gənclərin sayının bütün iştirakçıların sayına nisbəti 5 : 7 kimi oldu. Flaşmob iştirakçılarının neçə nəfəri gənclər oldu?

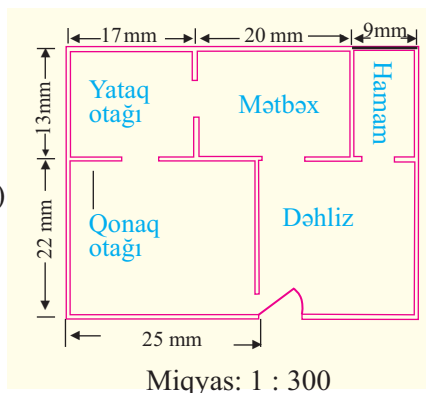
Miqyas

- 1) Şəkilə mənzilin planı verilmişdir. Şəkiləki hər 1 sm reallıqda 3 m-ə uyğun gəlir. Bütün otaqların həqiqi ölçülərini tapın. Nümunə üçün qonaq otağının ölçüləri tapılmışdır.

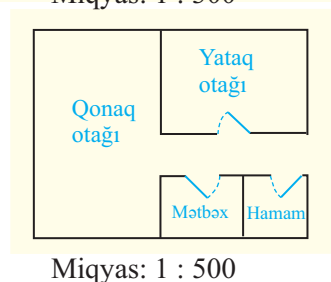
Qonaq otağının plana görə uzunluğu 2,5 sm, eni 2,2 sm-dir. Otağın həqiqi ölçüləri (metrlə) aşağıdakı kimi olacaq:

$$\frac{1 \text{ sm}}{3 \text{ m}} = \frac{2,5 \text{ sm}}{x \text{ m}}; x = 3 \cdot 2,5 = 7,5 \text{ (m)}$$

$$\frac{1 \text{ sm}}{3 \text{ m}} = \frac{2,2 \text{ sm}}{y \text{ m}}; y = 3 \cdot 2,2 = 6,6 \text{ (m)}$$



- 2) Xətkeşlə ölçmələr aparmaqla hər bir otağın şəkiləki ölçülərini müəyyən edin və miqyasa görə həqiqi ölçülərini tapın. Şəkilə hər 1 sm reallıqda 5 m-ə uyğun gəlir.



- 3) Aşağıdakı sahələri miqyas qəbul etməklə çəkin. Miqyası düzgün tətbiq etdiyinizi təkrar ölçmələr və hesablamalarla yoxlayın.

1) Ölçüləri 1,6 m × 3,2 m olan bilyard stolunun;

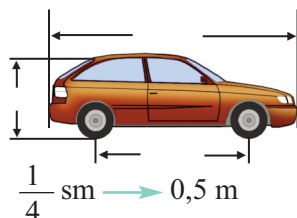
2) Ölçüləri 28 m × 15 m olan basketbol meydançasının;

3) Ölçüləri 18,2 m × 1,7 m olan bouling cıgırlarının;

4) Ölçüləri 64 m × 100 m olan futbol meydançasının.

- 4) Qəzet dizayneri ölçüləri 6 sm × 9 sm olan fotosəkli çap üçün eni 4 sm olmaqla kiçiltə, uzunluğu neçə santimetr olmalıdır?

- 5) Avtomobilin qeyd olunmuş real ölçülərini miqyasa və şəkiləki ölçülərə görə tapın.



- 6) 1) Xəritə üzərində hər 2,5 sm məsafə 15 km-ə uyğundur. Xəritədə iki şəhər arasındakı məsafə 23,2 sm olarsa, bu şəhərlər arasındakı məsafə həqiqətdə neçə kilometrdir?
- 2) Leyla bir heykəlin kiçildilmiş modelini çəkir. Şəkilə modelin hündürlüyü 18,4 sm-dir. Leyla şəkli 1 : 85 miqyası ilə çəkmişə, heykəlin həqiqi hündürlüyü neçə metrdir?

Mütənasib parçalar

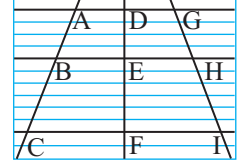
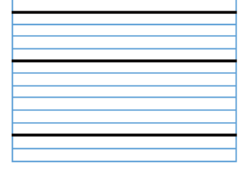
Praktik məşğələ. Mütənasib parçalar.

1. Dəftərinizdə bir-birinə paralel olan 3 düz xətt çəkin.
2. Bu paralel xətlərin hər birinin 3 kəsənini çəkin.
3. AB, BC, AC, DE, EF, DF, GH, HI və GI parçalarını ölçün.
4. Aşağıdakı nisbətlər qrupunu yazın və hesablayın.

$$1) \frac{AB}{BC}, \frac{DE}{EF}, \frac{GH}{HI} \quad 2) \frac{AB}{AC}, \frac{DE}{DF}, \frac{GH}{GI}$$

$$3) \frac{BC}{AC}, \frac{EF}{DF}, \frac{HI}{GI}$$

5. Nəticələrə görə paralel xətlərin kəsənləri mütənasib parçalara böldüyünü söyləmək olarmı?



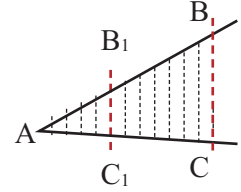
Mütənasib parçalar

AB, CD, A₁B₁, C₁D₁ parçaları üçün $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$ olarsa, deyirlər ki, AB və CD parçaları A₁B₁ və C₁D₁ parçaları ilə mütənasibdir.

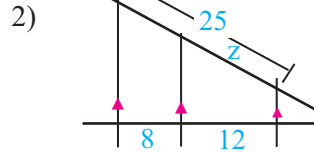
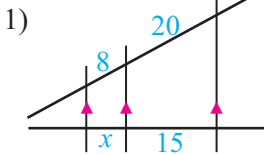
Teorem. Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın tərəfləri üzərində mütənasib parçalar ayırır.

İsbatı. Fərz edək ki, paralel düz xətlər A bucağının tərəflərini uyğun olaraq B və C, B₁ və C₁ nöqtələrində kəsir. Sadəlik üçün fərz dək ki, elə δ uzunluqda parça var ki, həm AC parçasında, həm də AC₁ parçasında tam ədəd dəfə yerləşir: AC = nδ, AC₁ = mδ (n > m) AC parçasını n sayda bərabər hissəyə (δ uzunluqda) ayıraq. Bu halda C₁ nöqtəsi bölgü nöqtələrindən biri olacaq. Bölgü nöqtələrindən BC-yə paralel düz xətlər çəkək. Fales teoreminə görə bu düz xətlər AB parçasını hər hansı δ₁ uzunluğunda bərabər parçalara ayırır. Alırıq ki, AB = nδ₁, AB₁ = mδ₁.

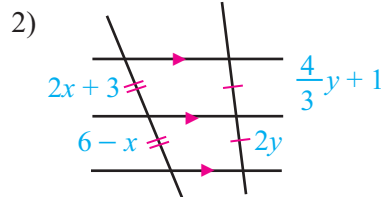
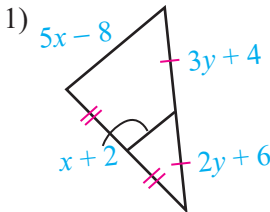
Buradan $\frac{AC}{AC_1} = \frac{n\delta}{m\delta} = \frac{n}{m}$ və $\frac{AB}{AB_1} = \frac{n\delta_1}{m\delta_1} = \frac{n}{m}$. Deməli, $\frac{AC}{AC_1} = \frac{AB}{AB_1}$



1» Verilənlərə görə məchulu tapın.



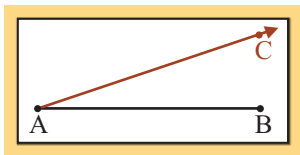
2» Verilənlərə görə x və y-i tapın.



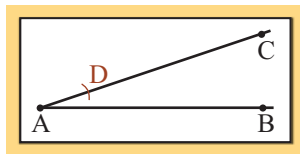
Mütənasib parçalar

3» a) Parçanı konqruyent hissələrə bölmə addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.

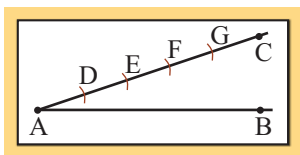
1. AB parçası çəkin. AB parçası üzərində olmayan hər hansı C nöqtəsi qeyd edin və A nöqtəsi ilə birləşdirin.



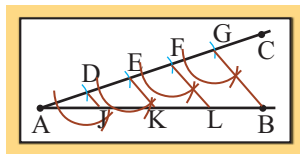
2. Pərgarı A nöqtəsində yerləşdirin və AC-ni kəsən qövs çəkin. Kəsişmə nöqtəsini D hərfi ilə işarə edin.



3. Pərgarın qollarını dəyişdirmədən AC parçasını kəsən yeni qövslər çəkin. Kəsişmə nöqtələrini ardıcıl olaraq E, F, G kimi işarə edin.



4. GB parçasını çəkin. D, E, F-dən keçən və GB-yə paralel olan düz xətlər qurun. Hansı əsaslara görə AJ, JK, KL, LB parçalarının konqruyent olduqlarını düşünmək olar?



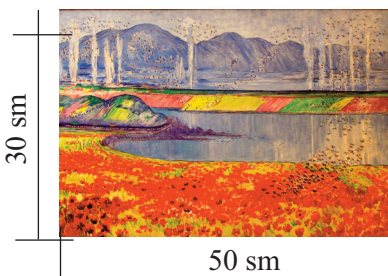
b) Hər hansı AB parçası çəkin və bu parçanı 1:2:3 nisbətində bölün.

4» 1) Üçbucağın tərəflərinin uzunluqları 8:7:5 nisbətində olmaqla perimetri 40 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərinin uzunluqlarını tapın.

2) Üçbucağın tərəflərinin uzunluqları $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$ nisbətində olmaqla perimetri 9,4 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərinin uzunluqlarını tapın.

3) Əgər üçbucağın bucaqlarının nisbəti 2:3:7 kimi olarsa, bu üçbucağı hansı növ üçbucağa aid etmək olar?

5» Mağazada Səttar Bəhlulzadənin “Torpağın arzusu” (Azərbaycan Milli İncəsənət Muzeyində saxlanılır) əsərinin şəkildə göstərilən ölçülərdə reproduksiyası satılır. Bu əsərin orijinalının eni 1,5 m-dirsə, uzunluğu neçə metrdir?



6» Tərəflərinin uzunluğu qızıl nisbətə olan düzbucaqlı şəkildə göstəriləni kimi kvadrata və kiçik düzbucaqlıya ayrılmışdır.

1) Kiçik düzbucaqlının verilməyən tərəfini tapın.

2) Kiçik düzbucaqlının da tərəflərinin uzunluqlarının qızıl nisbətə olduğunu isbat edin.

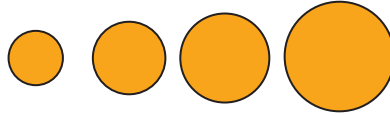
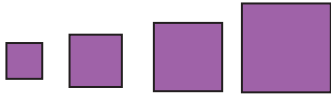
$$2 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} 2 + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} 2$$

$1+\sqrt{5} \qquad 2 \qquad x$

Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

Formaca eyni, uyğun xətti ölçüləri mütənasib olan fiqurlar oxşar fiqurlardır. Məsələn, bütün kvadratlar bir-birinə oxşardır, eləcə də müxtəlif radiuslu dairələr bir-birinə oxşardır.

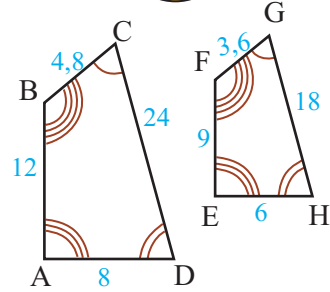


Uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənasib olan çoxbucaqlılar oxşar çoxbucaqlılardır.

Məsələn, şəkildəki ABCD və EFGH dördbucaqlıları oxşar dördbucaqlılardır. Çünki,

$$\angle A \cong \angle E, \angle B \cong \angle F, \angle C \cong \angle G, \angle D \cong \angle H,$$

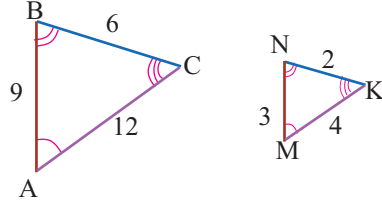
$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{4}{3}$$



Oxşar üçbucaqların uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənasibdir. Burada uyğun tərəflər dedikdə konqruent bucaqların qarşısında duran tərəflər nəzərdə tutulur. Şəkildə verilmiş $\triangle ABC$ və $\triangle MNK$ -də:

Konqruent bucaqlar Uyğun tərəflər

$\angle A \cong \angle M$	BC və NK
$\angle B \cong \angle N$	AC və MK
$\angle C \cong \angle K$	AB və MN



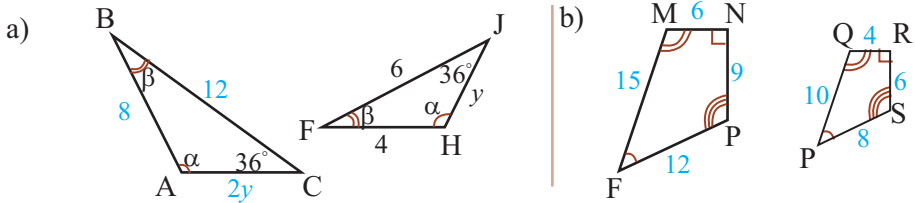
$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = 3 \text{ olduğundan, } \triangle ABC \text{ və } \triangle MNK \text{ üçbucaqları oxşardır.}$$

Fiqurların oxşarlığı “~” işarəsi ilə yazılır: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$.

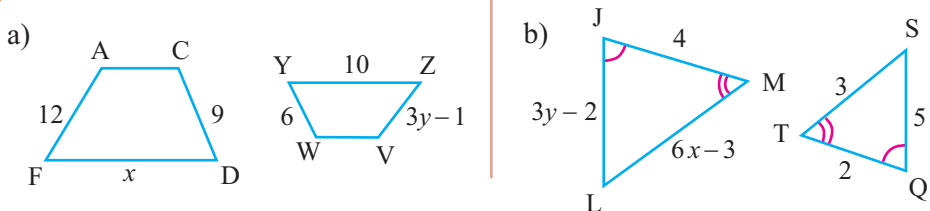
Uyğun tərəflərin nisbətində oxşarlıq əmsalı deyilir və k hərfi ilə işarə edilir.

Şəkildə verilmiş üçbucaqların oxşarlıq əmsalı 3-ə bərabərdir.

1 Şəkildəki: a) üçbucaqların; b) dördbucaqlıların oxşar olduğunu uyğun şərtləri yazmaqda əsaslandırın.



2 Şəkildəki: a) trapesiyaların; b) üçbucaqların oxşarlığına görə dəyişənləri tapın.



Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

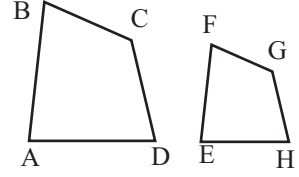
Oxşar çoxbucaqlıların perimetrləri haqqında

Teorem. İki oxşar çoxbucaqlının perimetrlərinin nisbəti uyğun tərəflərin uzunluqları nisbətinə (və ya oxşarlıq əmsalına) bərabərdir.

Əgər $ABCD \sim EFGH$ olarsa,

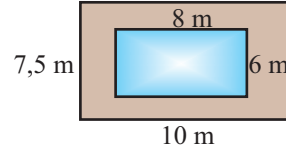
$$\frac{AB+BC+CD+DA}{EF+FG+GH+HE} = \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = k$$

Oxşarlıq əmsalını k qəbul etməklə oxşar çoxbucaqlıların perimetrlərinin nisbəti haqqındakı teoremin isbatını yazın. Bunun üçün uyğun tərəflərin nisbətindən, $AB = k \cdot EF$ kimi bərabərliklərdən istifadə edin.



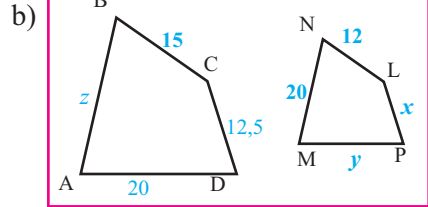
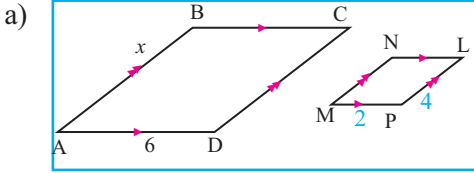
3» Şəkilə hovuz və onun ətrafında daş döşənmis düzbucaqlı formalı sahənin planı verilmişdir. Planda göstərilmiş düzbucaqlıların oxşarlığı şərtinə görə tapın:

- 1) Oxşarlıq əmsalını;
- 2) Perimetrlərin nisbətini.



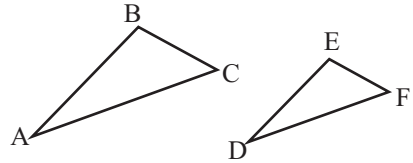
4» $ABCD \sim MNLP$ olduğuna görə aşağıdakıları tapın :

- 1) $ABCD$ -nin $MNLP$ -yə nəzərən oxşarlıq əmsalını;
- 2) $MNLP$ -nin $ABCD$ -yə nəzərən oxşarlıq əmsalını;
- 3) x, y, z dəyişənlərini;
- 4) Perimetrlərin nisbətini.



5» Verilir: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$

İsbat edin: $\frac{P(\triangle ABC)}{P(\triangle DEF)} = \frac{m}{n}$



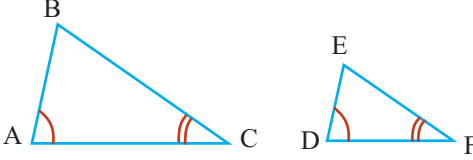
- 6» 1) İki oxşar düzbucaqlı üçün oxşarlıq əmsalı $\frac{3}{2}$ -dür. Böyük düzbucaqlının perimetri 90 sm-dir. Kiçik düzbucaqlının perimetrini tapın.
- 2) İki oxşar üçbucağın oxşarlıq əmsalı $\frac{4}{5}$ -dür. Kiçik üçbucağın perimetri 0,64 m-dir. Böyük üçbucağın perimetrini tapın.

Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

Bucaq-Bucaq (BB) əlaməti

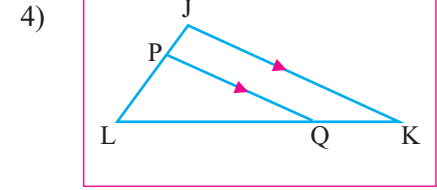
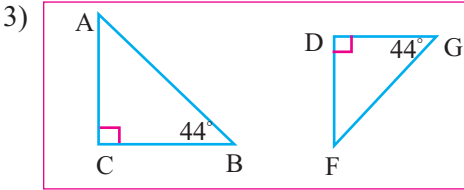
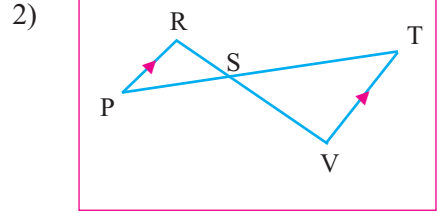
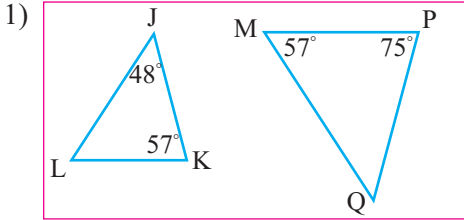
Bir üçbucağın iki bucağı, uyğun olaraq digər üçbucağın iki bucağına konqruent olarsa, bu üçbucaqlar oxşardır.

Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq BB kimi yazılır.



$\angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle F$
olarsa,
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

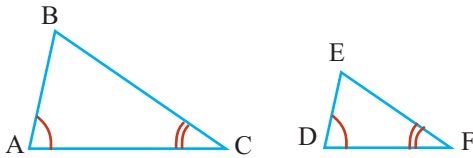
1) Hansı üçbucaqlar oxşardır? Fikrinizi əsaslandırın.



TTT əlaməti

Bir üçbucağın üç tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın üç tərəfi ilə mütənasibdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.

Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq TTT kimi yazılır.

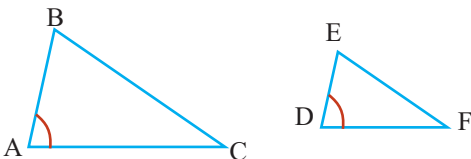


$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ olarsa,
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

TBT əlaməti

Bir üçbucağın iki tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın iki tərəfi ilə mütənasib olub, bu tərəflər arasındakı bucaqlar konqruentdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.

Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq TBT kimi yazılır.

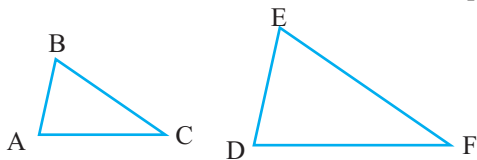


$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ və $\angle A \cong \angle D$,
olarsa, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

- 2» TTT əlamətinin aşağıda verilmiş isbatını araşdırın. Dəftərinizdə müstəqil olaraq yerinə yetirin.

Verilir: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$



İsbat edin: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

İsbatı: $\triangle DEF$ -in DE tərəfi üzərində M nöqtəsini elə yerləşdirək ki, $ME \cong AB$ olsun.

M nöqtəsindən DF tərəfinə paralel olan MN parçasını çəkin.

$\triangle DEF$ və $\triangle MEN$ -də $\angle E$ ortaq bucaqdır, $MN \parallel DF$ və DE kəsəninin əmələ gətirdiyi uyğun bucaqlar olduğu üçün $\angle EMN \cong \angle D$ olur. BB əlamətinə görə $\triangle DEF \sim \triangle MEN$. Bu üçbucaqların oxşarlığına görə:

$$\frac{ME}{DE} = \frac{EN}{EF} = \frac{MN}{DF}$$

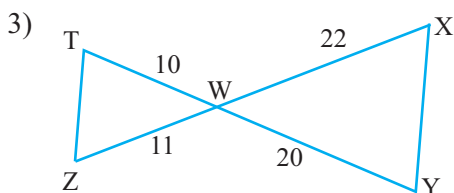
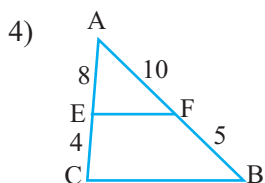
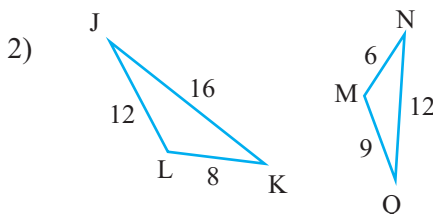
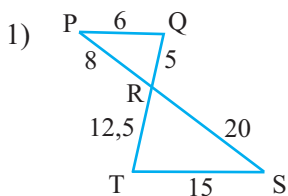
$ME \cong AB$ olduğunu nəzərə alsaq, $\frac{AB}{DE} = \frac{EN}{EF} = \frac{MN}{DF}$ yazı bilərik.

Digər tərəfdən $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ olduğu üçün,

$$\frac{BC}{EF} = \frac{EN}{EF}, \quad \frac{AC}{DF} = \frac{MN}{DF} \text{ olduğunu yazı bilərik. Bu isə,}$$

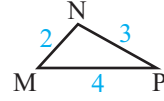
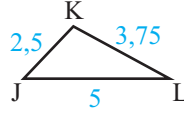
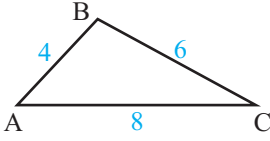
$EN = BC$, $MN = AC$ olması deməkdir. Buradan üçbucaqların konqruentliyinin TTT əlamətinə görə $\triangle ABC \cong \triangle MEN$. Beləliklə, $\triangle MEN \sim \triangle DEF$ və $\triangle ABC \cong \triangle MEN$ olduğundan $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

- 3» Üçbucaqların oxşar olduqlarını hansı əlamətə əsasən müəyyən etmək olar? Uyğun bucaqların konqruentliyini və uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyini yazın.



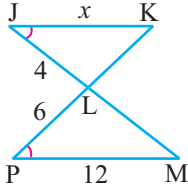
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

4) $\triangle ABC$ ilə oxşar olan üçbucaq hansıdır? Fikirlərinizi əsaslandırın.

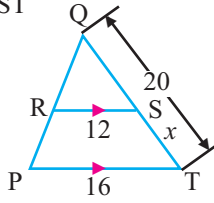


5) Verilənlərə görə üçbucaqların oxşar olduğunu isbat edin və tələb olunan ölçüləri tapın.

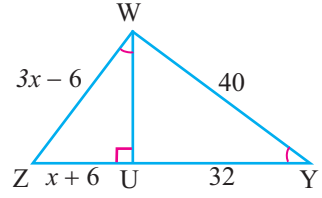
1) JK



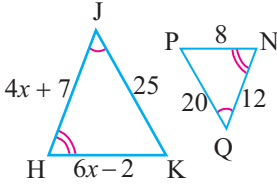
2) ST



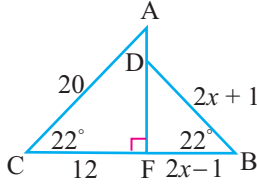
3) WZ, UZ



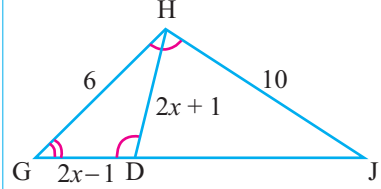
4) HJ, HK



5) DB, CB



6) GD, DH

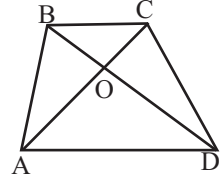


6) Şəklə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

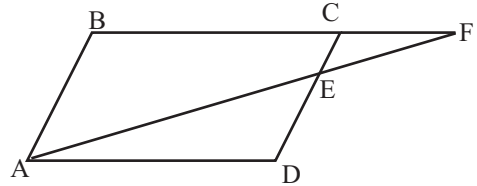
1) ABCD trapesiyasının diaqonalları onu hansı oxşar üçbucaqlara ayırır?

2) Oxşar üçbucaqlarda uyğun bucaqların və uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyi şərtlərini yazın.

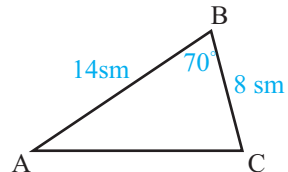
BO = 8 sm, OD = 12 sm, AD = 15 sm olduğuna görə BC-ni tapın.



7) Verilir: ABCD paraleloqramı.
AB = 6 sm, AD = 9 sm, CF = 3 sm
Tapın: CE və ED-nin uzunluğunu.



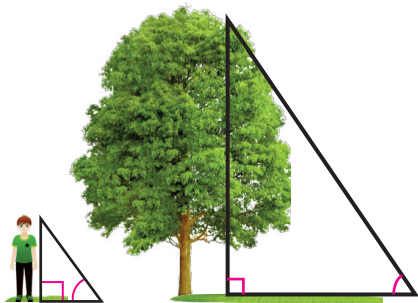
8) Şəkildəki üçbucağa oxşar olan üçbucaq qurun. Uyğun bucaqların bərabərliyini və uyğun tərəflərin mütənasibliyini yazmaqla üçbucaqların oxşarlığını əsaslandırın.



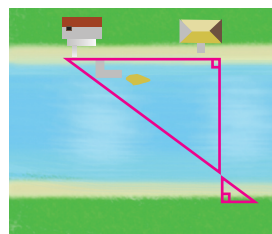
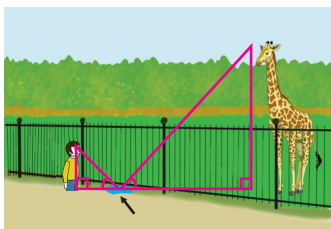
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

- 9» Yanına getmək mümkün olmayan obyektlərin ölçülərini müəyyən etmək üçün üçbucaqların oxşarlığından istifadə etmək olar. Şəkildəki üçbucaqların oxşar olduqlarını isbat edin və ağacın hündürlüyünü tapmaq üçün hansı ölçmə işləri aparmaq lazım gəldiyini izah edin.

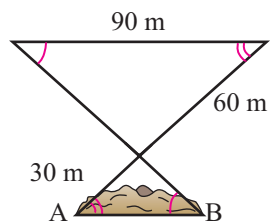
Göstəriş: Paralel düşən günəş şüaları yerlə konqruyent bucaqlar əmələ gətirir.



- 10» Şəkildəki üçbucaqların hansı əlamətə görə oxşar olduqlarını izah edin.

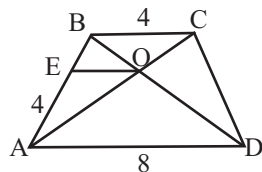


- 11» Dağın şəkildə göstərilən hissəsində yeraltı tunel qazılmalıdır. Tunelin uzunluğunu (AB) tapın.

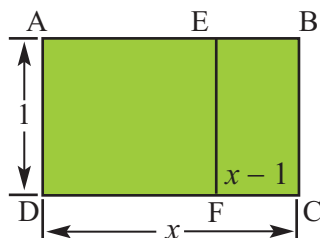


- 12» Günəşli havada kölgəsinin uzunluğu 12 m olan bayraqdan bir qədər aralıda dayanmış şəxsin boyunun hündürlüyü 1,65 m, kölgəsinin uzunluğu isə 2,2 m-dir. Bayrağın hündürlüyünü tapın. Məsələyə uyğun şəkildə günəş, bayraq və adam şəkilləri çəkin.

- 13» Verilir: ABCD trapesiya
 $AD = 8$, $BC = 4$, $AE = 4$
 $OE \parallel AD$
 Tapın: BE



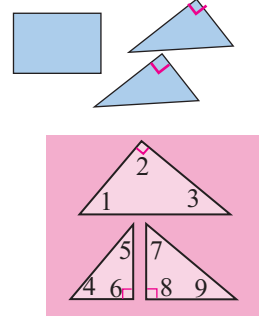
- 14» Şəkildəki ABCD düzbucaqlısı qızıl nisbətlı düzbucaqlıdır. Qızıl nisbətlı düzbucaqlını bir kvadrata və özü ilə oxşar olan kiçik düzbucaqlıya ayırmaq olur. Bu düzbucaqlıların uzunluğunun eninə olan nisbəti qızıl nisbətdir. Şəkildə verilənlərə görə x dəyişənin qiymətini tapın.



Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

Araşdırma.

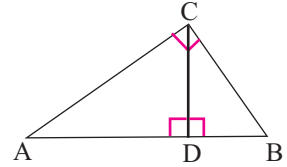
1. Düzbucaqlı şəklindəki kağızdan diaqonalı boyu iki konqruyent düzbucaqlı üçbucaq kəsin.
2. Üçbucaqlardan birini qatlamaqla düz bucaq təpəsindən çəkilmiş hündürlüyün izini yaradın.
3. Üçbucağı bu hündürlük boyu iki üçbucağa kəsin.
4. Hər bir üçbucağın bucaqlarını ölçün.
5. $\angle 1$ -lə hansı bucaqlar konqruyentdir?
6. $\angle 2$ ilə hansı bucaqlar konqruyentdir?
7. Bu üçbucaqların oxşarlıqları haqqında fikirlərinizi yazın.



Hipotenuza çəkilmiş hündürlük

Teorem. Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük üçbucağı özünə oxşar iki üçbucağa ayırır.

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \sim \triangle CBD$$



Bu teorem üçbucaqların oxşarlıq əlamətinə görə isbat edilir. Hər üç üçbucaqda konqruyent olan uyğun iki bucağı müəyyənləşdirin.

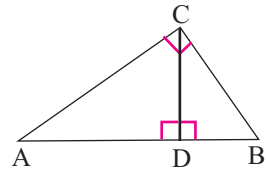
Həndəsi orta

Həndəsi orta. Müsbət a və b ədədlərinin həndəsi ortası $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ bərabərliyini ödəyən müsbət x ədədinə deyilir. Deməli, $x = \sqrt{ab}$.

Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu iki parçaya bölür (şəkildə AD və DB). Burada AD parçası AC katetinin, DB isə BC katetinin hipotenuz üzərində proyeksiyalardır.

Nəticə 1. Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu ayırdığı parçalar arasında həndəsi ortadır.

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB} \quad CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$



Nəticə 2. Düzbucaqlı üçbucaqda hər bir katet hipotenuz və həmin katetin hipotenuz üzərindəki proyeksiyası arasında həndəsi ortadır.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \quad AC = \sqrt{AB \cdot AD}; \quad \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD} \quad BC = \sqrt{AB \cdot BD}$$

1 Aşağıdakı ədədlər cütü üçün həndəsi ortanı tapın.

- 1) 9 və 16 2) 4 və 9 3) 12 və 48 4) 6 və 12 5) 15 və 20

Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

2 1) $\Delta ADC \sim \Delta CDB$ oxşarlığından uyğun tərəflərin mütənəsibliyini yazmaqla, hipotenuza çəkilmiş hündürlük haqqında (səh. 140) teoremi isbat edin.

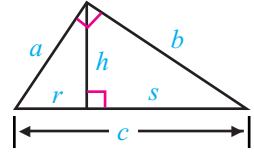
2) Nəticəni $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ və $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ olduğuna görə uyğun tərəflərinin nisbətlərinin bərabərliyini yazmaqla isbat edin.

3 Şəklə görə tənəsübləri tamamlayın.

$$1. \quad \frac{r}{h} = \frac{h}{\text{■}}$$

2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{\text{■}}$

$$3. \quad \frac{\text{■}}{b} = \frac{b}{s}$$

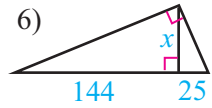
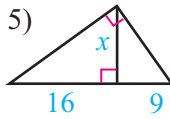
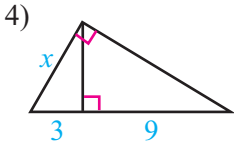
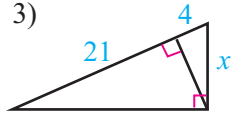
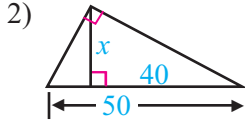
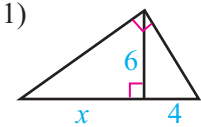


4. $\frac{r}{\square} = \frac{\square}{c}$

5. $\frac{r}{h} = \frac{\text{■}}{s}$

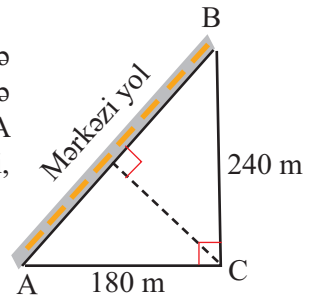
6. $\frac{s}{b} = \frac{\text{■}}{c}$

4 Verilənlərə görə x -i tapın.

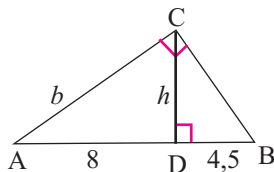


5 Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu 2 sm və 8 sm uzunluğunda parçalara bölür. Hipotenuza çəkilmiş hündürlüyü tapın.

6 A, B, C şirkətləri üçün mərkəzi yol üzərində yeməxana tikilməsi və yeməxanadan C şirkətinə yeni yol çəkilməsi planlaşdırılır. Yeməxanayı A şirkətindən hansı məsafədə yerləşdirmək lazımdır ki, C şirkətinə qədər yol ən qısa olsun?

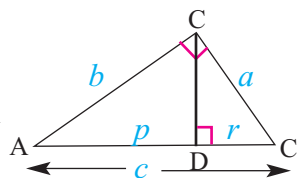


7» Şəkilə verilənlərə görə b və $h-1$ tapın.



Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

- 8» Hipotenuza çəkilmiş hündürlük haqqında (səh. 140) teoremin nəticəsindən istifadə etməklə Pifaqor teoremini isbat edin. Hər bir təklif üçün əsas yazmaqla isbatı dəftərinizdə tamamlayın.



Verilir: ABC düzbucaqlı üçbucağı və onun CD hündürlüyü

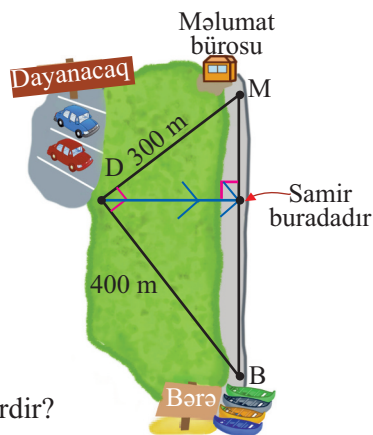
İsbat edin: $c^2 = a^2 + b^2$

Təklif	Əsası
1. CD $\triangle ABC$ -nin hündürlüyüdür	1. ?
2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{r}, \frac{c}{b} = \frac{b}{p}$	2. ?
3. $cr = a^2, cp = b^2$	3. ?
4. $cr + cp = a^2 + b^2$	4. ?
5. $c(r + p) = a^2 + b^2$	5. ?
6. $(r + p) = c$	6. ?
7. $c^2 = a^2 + b^2$	7. ?

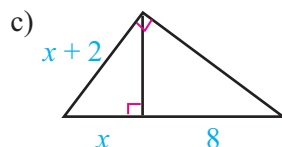
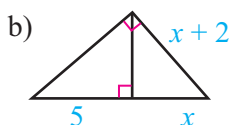
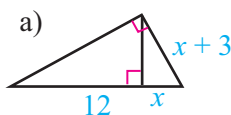
- 9» Mingəçevir şəhərində açılmış Kür Olimpiya Tədris-İdman Mərkəzi avarçəkmənin müxtəlif növləri üzrə beynəlxalq yarışlar keçirir.

Samir burada keçirilən avarçəkmə üzrə yarışlarda iştirak etməyə hazırlaşır.

O, avtomobil dayanacağından şəkildə göstəriləndiyi kimi irəliləyərək, qarşısına çıxan yol nişanı lövhəsinə görə bərəyə gedən yolun istiqamətini müəyyənləşdirdi. Samirin olduğu yerdən məlumat bürosuna qədər yol neçə metrdir? Nəzərə alın ki, avtomobil dayanacağından məlumat bürosuna 300 m-lik yol və kanoe bərəsinə olan 400 m-lik yol düz bucaq təşkil edir.



- 10» Verilənlərə görə x -i tapın.



Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

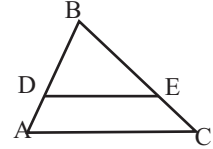
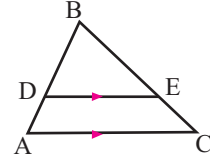
Mütənasib parçalar

Teorem. Üçbucağın bir tərəfinə paralel olan düz xətt onun digər iki tərəfini də kəsirsə, düz xətt bu tərəflər üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$$DE \parallel AC \text{ olarsa, } \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$$

Tərs teorem. Əgər bir düz xətt üçbucağın iki tərəfini mütənasib parçalara bölürsə, bu düz xətt üçüncü tərəfə paraleldir.

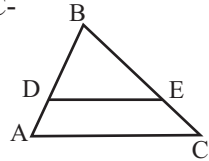
$$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \text{ olarsa, } DE \parallel AC$$



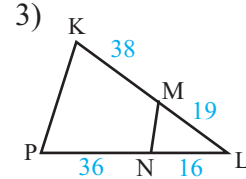
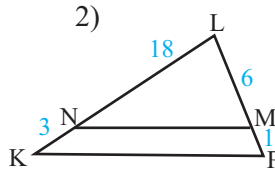
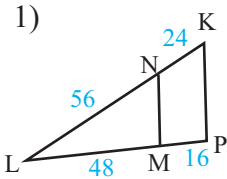
- 1) Aşağıdakı plana görə teoremin isbatını dəftərinizdə mətn şəklində yazın.
 1. $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ olduğunu BB əlamətinə görə isbat edin.
 2. Uyğun tənəsübləri yazın, parçaların toplanması aksiomundan istifadə edin.

- 2) $\triangle ABC$ -də $AB = 15$, $BD = 10$ vahiddir. BE-nin uzunluğu EC-dən 2 dəfə böyükdür.

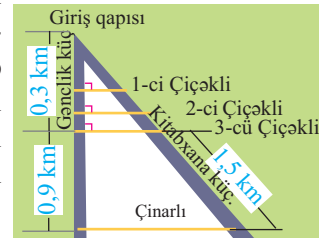
$$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \text{ olduğunu göstərməklə } DE \parallel AC \text{ olduğunu isbat edin.}$$



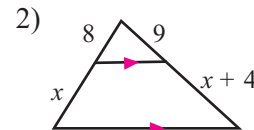
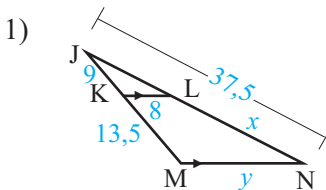
- 3) Hansı üçbucağa görə $MN \parallel PK$ olduğunu söyləmək olar?



- 4) Şəkilə universitetin ərazisinin bir hissəsinin planı verilmişdir. 1-ci, 2-ci və 3-cü Çiçəkli küçələri bir-birinə paralel olmaqla Çınarlı küçəsinə də paraleldirlər. Çınarlı küçəsindən Gənclik küçəsi boyu giriş qapısına qədər yol 1,2 km-dir. Çınarlı küçəsindən Kitabxana küçəsi boyu girişə qədər yol neçə kilometrdir?



- 5) Verilənlərə görə məchulları tapın.

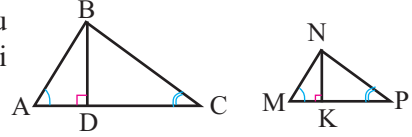


Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

Oxşar üçbucaqlarda hündürlüklər, medianlar və tən bözlənlər

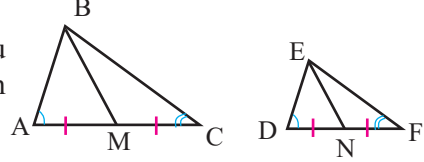
Teorem 1. Əgər iki üçbucaq oxşardırsa, bu üçbucaqların uyğun hündürlükləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{BD}{NK} = \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP}$$



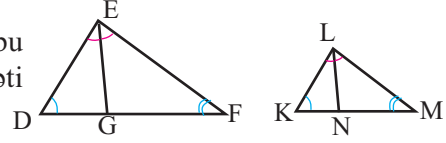
Teorem 2. Əgər iki üçbucaq oxşardırsa, bu üçbucaqların uyğun medianları nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$



Teorem 3. Əgər iki üçbucaq oxşardırsa, bu üçbucaqların uyğun tən bözlənləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

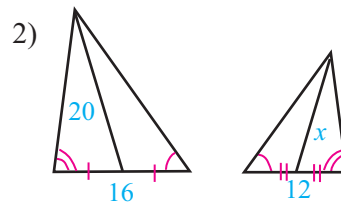
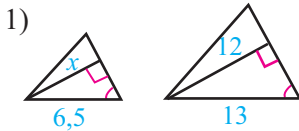
$$\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$$



6» Teorem 3-ün isbatını tamamlayın. Teorem 1 və Teorem 2-nin isbatını yazın.

Təklif	Əsası
1. $\angle D \cong \angle K$	1. $\triangle DEF \sim \triangle KLM$
2. $\angle DEG \cong \angle GEF$ $\angle KLN \cong \angle NLM$	2. _____
3. $\angle DEF \cong ?$	3. $\triangle DEF \sim \triangle KLM$
4. $\angle DEG \cong \angle KLN$	4. Bərabərliyin xassəsi
5. $\triangle DEG \sim \triangle KLN$	5. _____
6. $\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL}$	6. $\triangle DEG \sim \triangle KLN$
7. $\frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$	7. $\triangle DEF \sim \triangle KLM$
8. $\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$	8. _____

7» Şəkilə verilənlərə görə x -i tapın.

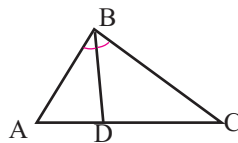


Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

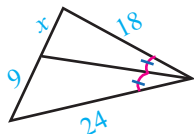
Üçbucağın tən bölününün xassəsi

Teorem. Üçbucağın tən bölünü çəkildiyi tərəfi digər iki tərəflə mütənəşib hissələrə bölür.

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$



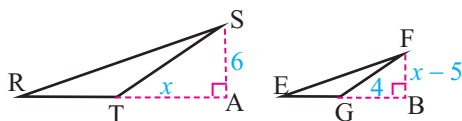
8» Şəkildə verilənlərə görə x -i tapın.



9» Üçbucağın tən bölünü qarşı tərəfi 4 sm və 6 sm uzunluğunda hissələrə bölür. Üçbucağın perimetri 50 sm olarsa, üçbucağın digər iki tərəfinin uzunluqlarını tapın.

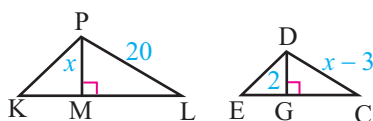
10» Verilir: $\triangle RST \sim \triangle EFG$
SA və FB bu üçbucaqların hündürlükləridir.

Tapın: FB

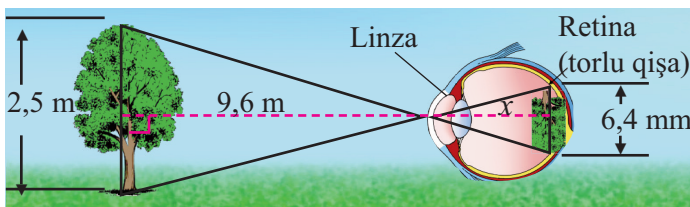


11» Verilir: $\triangle KPL \sim \triangle EDC$
PM və DG bu üçbucaqların hündürlükləridir.

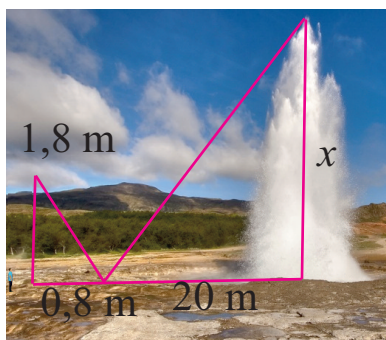
Tapın: PM və DC



12» Göz linzası vasitəsilə obyektədən gələn işıq şüalarının qəbulu və xəyalın kiçildilərək retina (torlu qışaya) ötürülməsi ilə görmə hadisəsi baş verir. Bu zaman şəkildə göstərilədiyi kimi oxşar üçbucaqlar yaranır. Şəklə görə linza ilə retina arasındakı məsafəni tapın.



13» Yeraltı qaynar sular maye və buxar şəklində vulkan kimi xaricə püskürür. Bu püskürmələr qeyzer adlanır. Soyuq şimal ölkəsi olan İslandiyanın paytaxtı Reykjavikdə yerləşən buxarlı qaynar su qeyzeri həmişə turistlərin diqqətini cəlb edir. Qeyzərdə hər 10 dəqiqə ərzində su 3 dəfə 40-60 metr yüksəkliyə püskürür. Turistlərdən biri qeyzərdən müəyyən məsafədə qoyulmuş güzgüyə qeyzerin təpə nöqtəsindən düşən işıq şüasının əks olunaraq insan gözüne düşməsindən istifadə etmiş, oxşar üçbucaqlar qurmuş və qeyzerin həmin andakı hündürlüyünü hesablamışdır. Onun qurduğu şəklə görə qeyzerin hündürlüyünü siz də tapın.

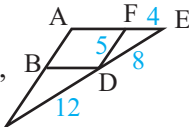


Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

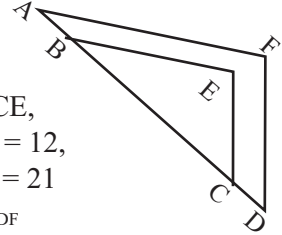
14 Eldar bayrağın hansı hündürlükdə asıldığını tapmaq məqsədilə bayraq dirəyindən 6 m aralı yerdə güzgü yerləşdirdi. Eldar özü güzgüdən 0,9 m aralıda dayandı. Eldarın gözündən güzgüyə qədər məsafə 1,5 m-dir. Bayraq dirəyinin hündürlüyünü tapmaq üçün Eldarın fikirləşdiyi üsulu izah edin və bu hündürlüyü siz də tapın.

15 Verilənlərə görə üçbucaqların perimetrlərini tapın.

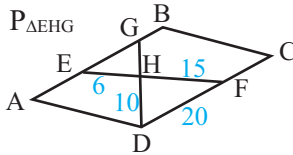
1) Verilir:

$$\triangle BCD \sim \triangle FDE,$$
$$\text{CD} = 12, \text{FD} = 5,$$
$$\text{FE} = 4, \text{DE} = 8$$
Tapmal1: $P_{\Delta BCD}$ C

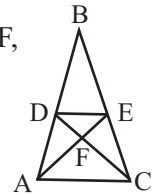
2) Verilir:

$$\triangle ADF \sim \triangle BCE,$$
$$BC = 24, EB = 12,$$
$$\text{CE} = 18, \text{DF} = 21$$
Tapmalı: $P_{\Delta ADF}$ 

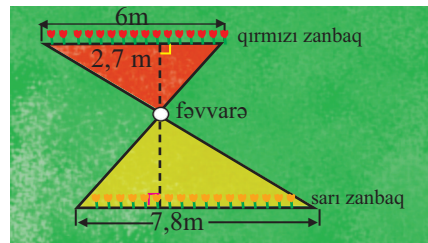
3) Verilir: ABCD paraleloqramdır,

$$\text{EH} = 6, \text{HF} = 15, \text{HD} = 10$$
Tapmalı: $P_{\Delta EHG}$ 

4) Verilir: $\triangle DEF \sim \triangle CAF$,

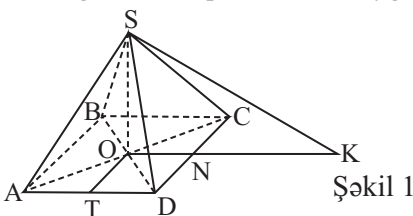
$$P(\Delta CAF) = 28, DF = 6,$$
$$\text{FC} = 8$$
Tapmalı: $P_{\Delta DEF}$ 

16 Şəkilə parkın bir hissəsinin planı verilmişdir. Sarı zənbəqlərdən fəvvarəyə qədər məsafə neçə metrdir?

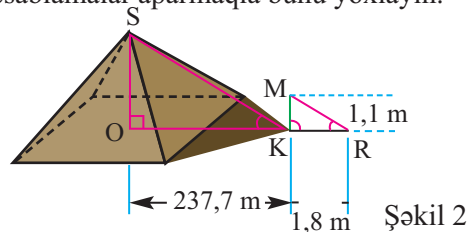


17 Rəvayətə görə qədim yunan alimi Fales Misiri səyahət edərkən Xeops piramidası onu heyran etmiş və kahinlərdən onun hündürlüyünün nə qədər olduğunu soruşdur. Kahinlər isə cavabında “bunu ancaq günəş allahı bilər, insanlar yox” demişlər. Fales üzünü onlara tutaraq: “Mən indi onun hündürlüyünü hesablayaram” cavabını vermişdir. Fales öz kölgəsini ölçmüş və bu ölçü onun boyundan iki dəfə çox olmuşdur. O, bu an bütün varlıqların kölgələrinin öz boyundan iki dəfə çox olduğu nəticəsi ilə Xeops piramidasının kölgəsini ölçmüşdür. Kölgənin uzunluğu şəkil 1-də göstərildiyi kimi OK-ya bərabərdir. $TD = ON$, $OK = TD + NK$ olur ki, bunu Fales asanlıqla ölçmüş və piramidanın hündürlüyünün 145 m olduğunu demişdir. Kahinlər bundan çox əsəbiləşmiş, tezliklə Misiri tərk etməsini ona əmr etmişlər.

Şəklə görə aparılan hesablamalar Xeops piramidasının hündürlüyünün 145 m olduğunu təsdiq edir. Siz də uyğun hesablamalar aparmaqla bunu yoxlayın.



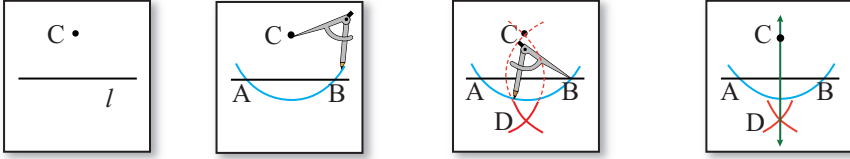
Şəkil 1



Şəkil 2

Qurma məsələləri

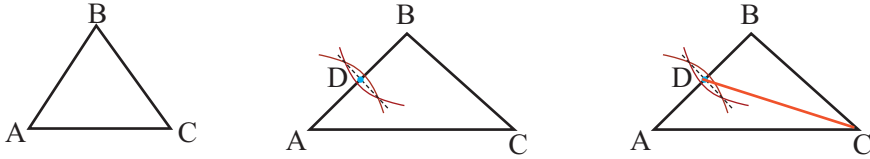
Qurma 1. Verilmiş nöqtədən verilmiş düz xəttə perpendikulyarın qurulması



1. l düz xəttini çəkək və onun üzərində olmayan C nöqtəsini qeyd edək.
2. Pərgarın iti ucunu C nöqtəsinə yerləşdirib, düz xətti iki nöqtədə kəsən qövs çəkək. Kəsişmə nöqtələrini A və B ilə işarə edək.
3. Pərgarın qollarının vəziyyətini dəyişmədən mərkəzləri A və B nöqtələrində olmaqla eyni radiuslu çevrələr çəkək. Onların, C nöqtəsinin yerləşdiyi yarımüstəvidən fərqli yarımüstəvidəki kəsişmə nöqtəsini D ilə işarə edək.
4. C və D nöqtəsindən keçən düz xətt çəkək: $CD \perp AB$.

Qurma 2. Parçanın orta nöqtəsini qurmaqla üçbucağın medianının qurulması.

1. $\triangle ABC$ -ni çəkək.
2. AB tərəfinin orta nöqtəsini quraq və D ilə işarə edək.
3. C və D nöqtələrini birləşdirək. CD parçası $\triangle ABC$ medianıdır.



1» Düz xətt üzərində verilmiş nöqtədən bu düz xəttə perpendikulyarın qurulmasını <http://www.mathopenref.com/constperplinepoint.html> internet ünvanında izləyin və dəftərinizdə yerinə yetirin.

2» İtibucaqlı üçbucaq çəkin və onun hündürlüklərini qurun.

3» Düzbucaqlı üçbucaq çəkin. Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş medianı qurun. Medianın və hipotenuzun uzunluqlarını ölçərək müqayisə edin.

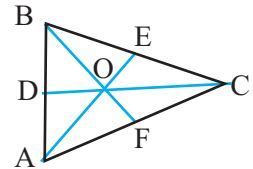
Teorem. Üçbucağın medianlarının xassəsi

Üçbucağın medianları bir nöqtədə kəsişir və kəsişmə nöqtəsi hər bir medianı təpədən başlayaraq 2:1 nisbətində bölür.

$$CO : OD = 2 : 1 \quad AO : OE = 2 : 1 \quad BO : OF = 2 : 1$$

$$CO = \frac{2}{3} CD \quad AO = \frac{2}{3} AE \quad BO = \frac{2}{3} BF$$

Medianların kəsişmə nöqtəsi üçbucağın ağırlıq mərkəzi adlanır.



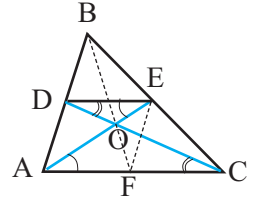
Medianların xassəsi

Teoremin isbatını ikisütunlu cədvəllə təqdim edək.

Verilir: $\triangle ABC$, CD və AE bu üçbucağın medianlarıdır.

İsbat edin: $AO:OE = CO:OD = BO:OF = 2:1$

İsbatı: D və E nöqtələrini birləşdirək.



Təklif	Əsası
1. $AD = DB$ və $BE = EC$	1. Medianın tərifinə görə
2. DE üçbucağın orta xəttidir	2. Orta xəttin tərif
3. $DE \parallel AC$, $DE = \frac{AC}{2}$, $\frac{AC}{DE} = \frac{2}{1}$	3. Orta xəttin xassəsi
4. $\angle DEA \cong \angle EAC$, $\angle EDC \cong \angle ACD$	4. Daxili çarpaz bucaqlardır
5. $\triangle AOC \sim \triangle EOD$	5. Üçbucaqların oxşarlığının BB əlaməti
6. $\frac{AO}{OE} = \frac{CO}{OD} = \frac{AC}{DE} = \frac{2}{1}$ $AO : OE = CO : OD = 2 : 1$	6. Oxşar üçbucaqların uyğun tərəflərinin nisbəti bərabərdir
7. $AO : OE = BO : OF = 2 : 1$	7. Oxşar qayda ilə BF medianı ilə AE medianının kəsişmə nöqtəsini birləşdirmək olar və $\triangle AOB \sim \triangle FOE$
8. $AO:OE = CO:OD = BO:OF = 2:1$	8. Bərabərliyin xassəsinə görə

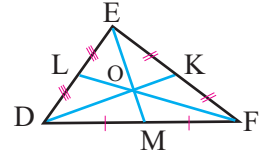
Teorem isbat edildi.

1 O nöqtəsi DEF üçbucağının medianlarının kəsişmə nöqtəsidir. $DE = 10$ sm, $FL = 15$ sm, $EM = 9$ sm və $DK = 12$ sm-dir. Üçbucaqların perimetrlerini tapın.

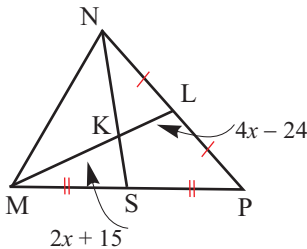
1) $\triangle EOD$

2) $\triangle DLO$

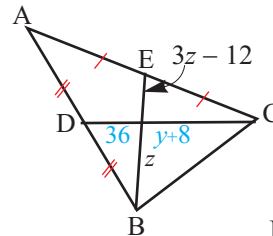
3) $\triangle LOE$



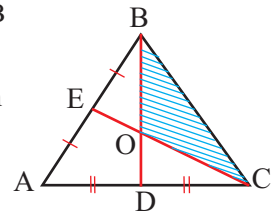
2 ML və NS üçbucağın medianlarıdır. Şəkilə verilənlərə görə MK -nı tapın.



3 BE və CD üçbucağın medianlarıdır. Şəkilə verilənlərə görə dəyişənləri tapın.



4 $\triangle ABC$ -nin sahəsi 24 sm^2 -a bərabərdir. Bu üçbucağın BD və CE medianları O nöqtəsində kəşir. $\triangle OBC$ -nin sahəsini tapın.



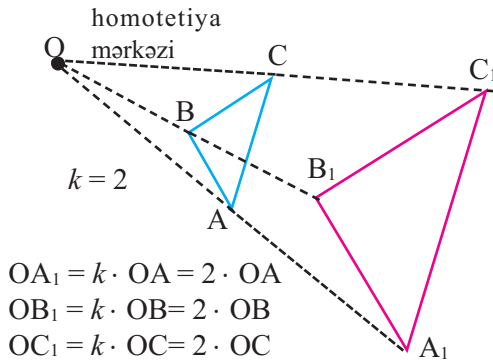
Oxşarlıq çevrilməsi, homotetiya

Homotetiya

Müstəvinin özünə çevrilməsində istənilən iki nöqtə arasındakı məsafə eyni ədəd dəfə dəyişərsə, belə çevrilməyə oxşarlıq çevrilməsi deyilir. Oxşarlıq çevrilməsi ilə biri digərinə çevrilən fiqurlara oxşar fiqurlar deyilir. Oxşarlıq çevrilməsi ilə müstəvinin A və B nöqtələri uyğun olaraq A_1 və B_1 nöqtələrinə çevrilirsə, onda $A_1B_1 = k \cdot AB$. $k > 0$ ədədi oxşarlıq əmsalıdır. Hərəkət $k = 1$ əmsallı oxşarlıq çevrilməsidir.

Tutaq ki, O verilmiş nöqtə, $k > 0$ verilmiş ədəddir. Müstəvinin özünə çevrilməsində ixtiyari A nöqtəsi və onun çevrildiyi A_1 nöqtəsi üçün $OA_1 = k \cdot OA$ olarsa, bu çevrilməyə homotetiya deyilir. Burada O , A və A_1 nöqtələri bir düz xətt üzərindədir. O nöqtəsinə homotetiya mərkəzi, k ədədinə homotetiya əmsalı, A_1 nöqtəsinə isə A ilə homotetik nöqtə deyilir. Homotetiya oxşarlıq çevrilməsidir.

Nümunə 1.



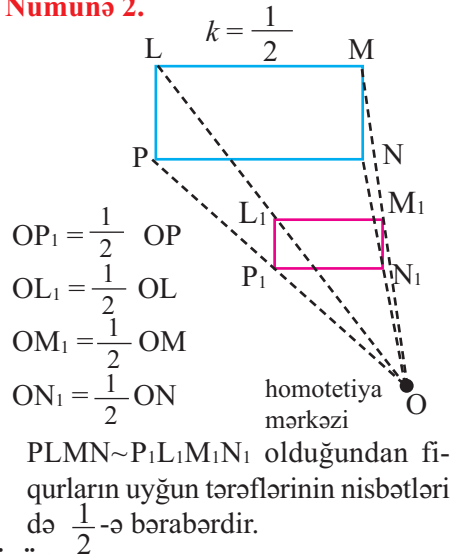
$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ olduğundan
 $A_1B_1 = 2AB$, $B_1C_1 = 2BC$,
 $A_1C_1 = 2AC$

$k > 1$ olarsa, fiqur ilkin fiqura görə böyüyür.

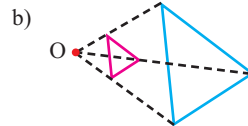
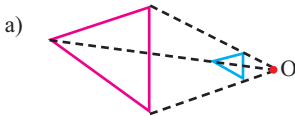
$0 < k < 1$ olarsa, fiqur ilkin fiqura görə kiçilir.

$k = 1$ fiqur ilkin fiqura konqruent olur.

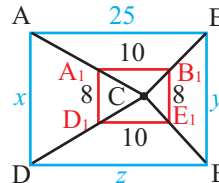
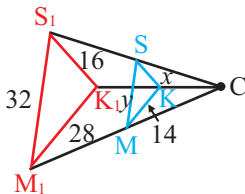
Nümunə 2.



- 1» Şəkildə mavi rəngli fiqurun qırmızı rəngli fiqura verilmiş mərkəzə görə k əmsallı homotetiyası göstərilmişdir. Hansı halda $k > 1$, hansı halda $k < 1$ olduğunu göstərin.

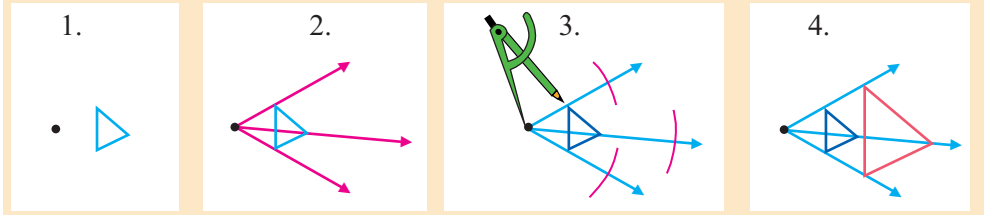


- 2» Şəklə görə k homotetiya əmsalını və məchulları tapın.

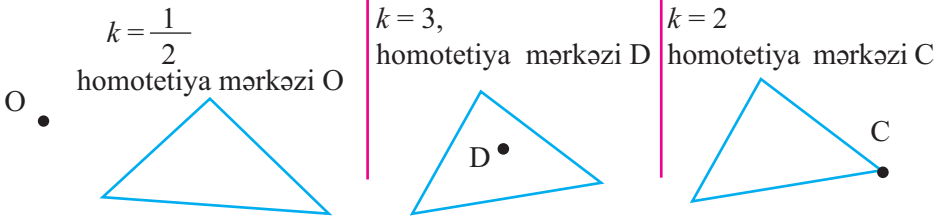


Oxşarlıq çevrilməsi

- 3»** Homotetiya əmsalı $k = 2$ olmaqla verilmiş mərkəzə görə homotetik fiquru qurma addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.



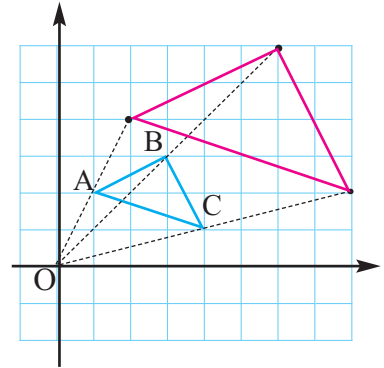
- 4»** Verilmiş mərkəzə və k əmsalına görə üçbucaqların homotetik çevrilməsini xətkəş və pərgardan istifadə etməklə yerinə yetirin.



- 5»** 1) Koordinat başlanğıcına görə $k = 3$ əmsallı homotetiyada: a) A (2;0), b) B (0;3), c) C (2;3) nöqtəsi hansı nöqəyə çevrilir?
2) Göstərin ki, koordinat başlanğıcına görə k əmsallı homotetiyada A(x;y) nöqtəsi, $A_1(kx; ky)$ nöqtəsinə çevrilir. **Göstəriş:** üçbucaqların oxşarlığından istifadə edin.

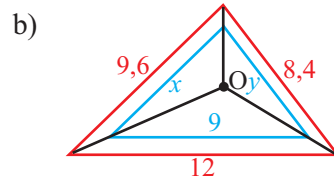
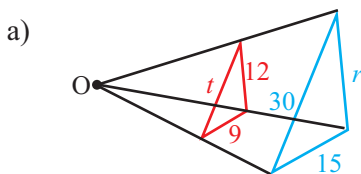
- 6»** 1) Təpə nöqtələri A(1;2), B(3;3), C(4;1) olan üçbucaq verilir. Mərkəzi koordinat başlanğıcında, əmsalı $k = 2$ olan homotetiyada $\triangle ABC$ -nin çevrildiyi fiquru siz də qurun.

$$\begin{aligned} A(1; 2) &\longrightarrow A_1(2; 4) \\ B(3; 3) &\longrightarrow B_1(6; 6) \\ C(4; 1) &\longrightarrow C_1(8; 2) \end{aligned}$$



- 2) Təpə nöqtələrinin koordinatları A(2; 2), B(6; 2), C(6; 4) və D(2; 4) olan düzbucaqlının O (0; 0) mərkəzli, $k = \frac{1}{2}$ əmsallı homotetiya çevirməsini yerinə yetirin.

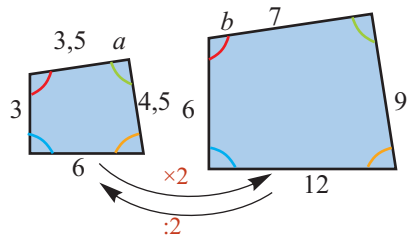
- 7»** Şəkildə qırmızı rəngli fiqur mavi rəngli fiqura homotetikdir. Verilməyən tərəfləri və oxşarlıq əmsalını tapın.



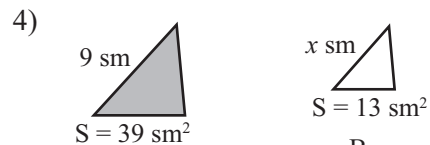
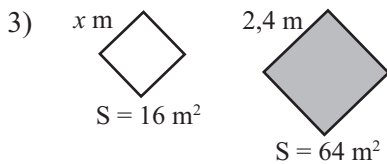
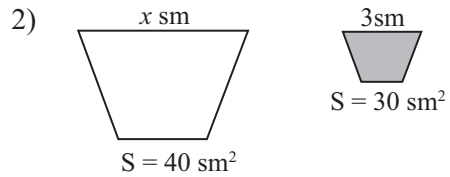
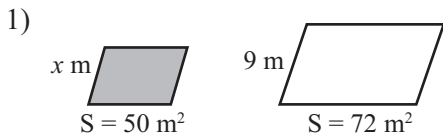
Oxşar fiqurların sahəsi

Oxşar fiqurların sahəsi

Teorem. Oxşar fiqurların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir. Məsələn, oxşar dördbucaqlıların uyğun tərəflərinin nisbəti $a : b$ olarsa, bu dördbucaqlıların sahələri nisbəti $a^2 : b^2$ olur.

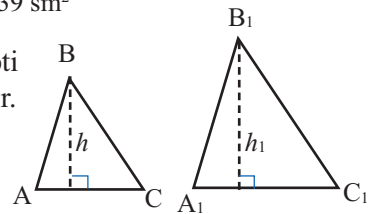


1» İki fiqurun oxşarlığından və sahəsindən istifadə etməklə rəngli fiqurun rəngsiz fiqura görə miqyasını - oxşarlıq əmsalını və x -i tapın.



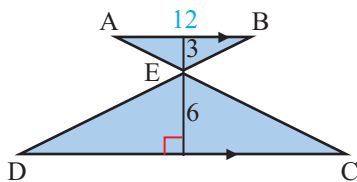
2» **Teorem.** İki oxşar üçbucağın sahələrinin nisbəti uyğun tərəflərin kvadrları nisbətində bərabərdir.

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \left(\frac{AC}{A_1C_1} \right)^2 = k^2$$

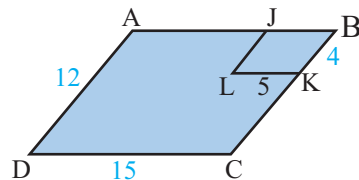


Teoremin isbatı üçün plan. Oxşar üçbucaqların hündürlüklərinin nisbəti uyğun tərəflərin nisbətində bərabərdir.

3» 1) DEC və BEA üçbucaqlarının oxşar olduğunu isbat edin və sahələrini tapın.



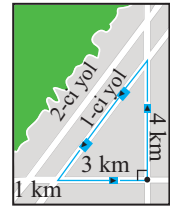
2) ABCD və JBKL paraleloqramlarının oxşar olduqlarını isbat edin. $S_{JBKL} = 18 \text{ sm}^2$ olarsa, ABCD paraleloqramının sahəsini tapın.



4» ABC düzbucaqlı üçbucağının hipotenuzu 8 sm, sahəsi isə 12 sm^2 -dir. Bu üçbucağa oxşar olan DFE üçbucağının hipotenuzu 20 sm-dir. DFE üçbucağının sahəsi neçə kvadrat santimetrdir?

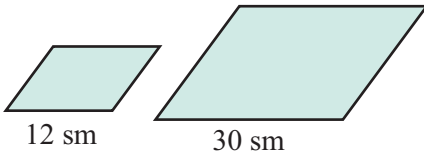
Oxşar fiqurların sahəsi

- 5»** Bir tərəfinin uzunluğu 2,5 m olan düzbucaqlı şəkildə güzğünün qiyməti 125 manatdır. Formaca bu güzgüyə oxşar olan güzğünün uyğun tərəfinin uzunluğu 3 m-dir. Güzgülər kvadrat metrinin qiymətinə görə satılır. Böyük güzğünün qiyməti neçə manatdır?
- 6»** İki oxşar üçbucağın sahəsi uyğun olaraq 45 sm^2 və 80 sm^2 -dir. Üçbucaqların perimetrləri cəmi 35 sm olarsa, hər bir üçbucağın perimetrini tapın.
- 7»** İki oxşar paraleloqramın tərəflərinin nisbəti 2 : 3 kimidir. Böyük paraleloqramın sahəsi 54 m^2 olarsa, kiçik paraleloqramın sahəsini tapın.
- 8»** İki oxşar düzbucaqlı formalı həyətlərdən birinin sahəsi 540 m^2 , digərinin sahəsi isə 135 m^2 -dir. Bu həyətlərin perimetrləri nisbətini tapın.
- 9»** Parkda şəkildə göstərildiyi kimi velosiped sürmə cığırları yaradılmışdır. Bu yollar oxşar düzbucaqlı üçbucaqlar əmələ gətirir. Hüseyn əvvəlcə mavi xətlərlə çəkilmiş düzbucaqlı üçbucaq boyunca hərəkət edir. Hüseyn ikinci yola keçərsə, bir dövrdə neçə kilometr yol qət edər?

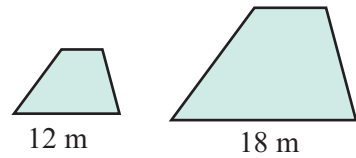


- 10»** Şəkildə verilmiş iki fiqur oxşardır. Verilən sahəyə görə digər fiqurun sahəsini tapın.

1) Kiçik paraleloqramın sahəsi 60 sm^2 -dir



2) Böyük trapesiyanın sahəsi 108 m^2 -dir



- 11»** Aşağıda verilən şərtlərə görə “ $\triangle ABC$ -nin perimetri $\triangle GHK$ -nın perimetrindən böyükdür” fikrinin doğruluğu haqqında ***həmişə, bəzən, heç vaxt*** sözlərindən hansını seçmək olar?

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$
oxşarlıq əmsalı $\frac{3}{2}$ -dür.

$\triangle DEF \sim \triangle GHK$
oxşarlıq əmsalı $\frac{4}{3}$ -dür.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

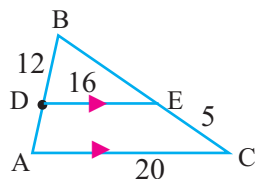
- 1» Hansı halda iki üçbucağın oxşarlığı haqqında *həmişə, bəzən, heç vaxt* fikirlərini söyləmək olar:
- İki bərabəryanlı üçbucaq;
 - iki bərabərtərəfli üçbucaq;
 - itibucaqlı və korbucaqlı üçbucaq?

- 2» Hər bir hal üçün verilmiş fikirlərdən hansı ikisinin bir-birini təkzib etdiyini müəyyən edin.

- 1) $\triangle ABC$ bərabəryanlı üçbucaqdır
 - 2) $\triangle ABC$ korbucaqlı üçbucaqdır
 - 3) $\triangle ABC$ -nin hər üç bucağının dərəcə ölçüsü müxtəlifdir.
- 1) $\angle 1 \cong \angle 2$
 - 2) $\angle 1$ düz bucaq, $\angle 2$ iti bucaqdır
 - 3) $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

- 3» Şəklə görə tapın.

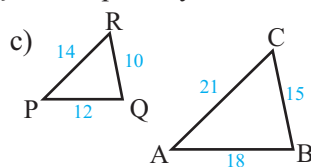
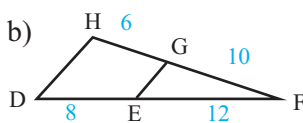
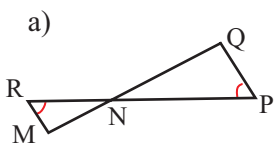
- $\triangle ABC$ -nin və $\triangle DBE$ -nin perimetrini
- Oxşarlıq əmsalını
- $ADEC$ trapesiyasının perimetrini



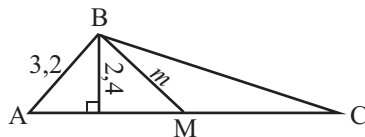
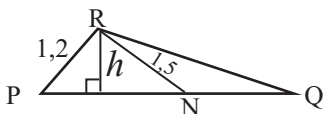
- 4» İki oxşar üçbucaqdan birinin perimetri digərininkinin $\frac{2}{3}$ -si qədərdir. İki uyğun tərəfin fərqi isə 5 sm-dir. Bu tərəflərin uzunluqları neçə santimetrdir?

- 5» Günəş işığında ağacın kölgəsinin uzunluğu 2,8 m-ə qədər çatır. Eyni vaxtda boyu 1,8 m olan şəxsin kölgəsi 1,2 m olur. Üçbucaqların oxşarlığından istifadə etməklə ağacın hündürlüyünü tapın.

- 6» Hansı üçbucaqlar oxşardır? Hansı əlamətə görə oxşar olduqlarını yazın.



- 7» $\triangle ABC \sim \triangle PRQ$. M və N nöqtələri, uyğun olaraq PQ və AC-nin orta nöqtələridir. h və m -i tapın.



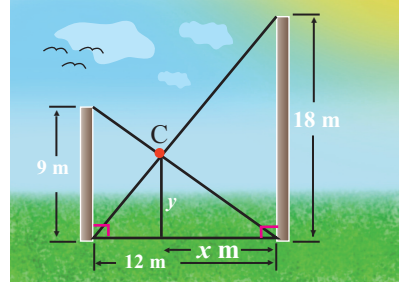
- 8» $k = 2$ əmsallı homotetiya ilə $\triangle DEF$, $\triangle D_1E_1F_1$ -ə çevrilmişdir. $\triangle DEF$ -in perimetri 60 sm-dir. $\triangle D_1E_1F_1$ -in perimetrini tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 9» Şəkildəki üçbucaqlar orta xətdən istifadə edilməklə dizayn edilmişdir. İlk üçbucağın perimetrini vahid qəbul edin. a) 1-ci; b) 2-ci; c) 3-cü addımda yaranan rəngli üçbucaqların perimetrlərini tapın.



- 10» Şəkildəki konstruksiyada iki dirək metal məftillə yuxarıdan və aşağıdan şəkildə göstərilən qaydada C nöqtəsində mufta ilə bərkidilmişdir. Yerə perpendikulyar basdırılmış dirəklərin hündürlüyü 9 m və 18 m, aralarındakı məsafə isə 12 m-dir.



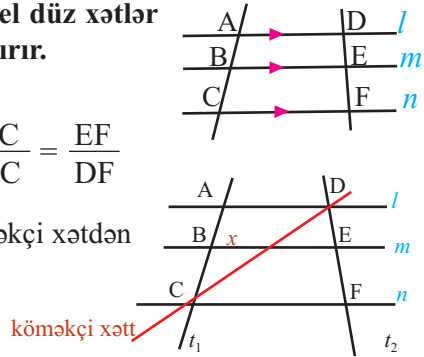
- 1) Muftadan hündür dirəyə qədər olan məsafəni tapın.
- 2) Mufta yerdən neçə metr hündürlükdədir?
- 3) Muftadan alçaq dirəyin yuxarı nöqtəsinə qədər olan məftilin uzunluğunu tapın.
- 4) Muftadan hündür dirəyin aşağı nöqtəsinə qədər olan məftilin uzunluğunu tapın.

- 11» İki və daha çox düz xətti kəsən paralel düz xətlər onlar üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$l \parallel m \parallel n$ olarsa:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}, \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}, \frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF}$$

Bu təklifi şəkildə göstərdiyi kimi köməkçi xətdən istifadə etməklə isbat edin.



- 12» $\Delta A_1B_1C_1$ ΔABC -dən oxşarlıq çevrilməsi ilə alınmışdır. $AB = 6$, $BC = 9$ və $AC = 12$, $\Delta A_1B_1C_1$ -də isə $A_1B_1 = 2$ olarsa, B_1C_1 -i, A_1C_1 -i və oxşarlıq əmsalını tapın.

- 13» <http://www.mathopenref.com> internet ünvanı vasitəsilə müxtəlif həndəsi məsələlərin həllini və qurma tapşırıqlarını yerinə yetirin.

5.1. Bərabərsizliklər

5.2. Triqonometrik nisbətlər

5.3. Məlumatın toplanması və təqdimi

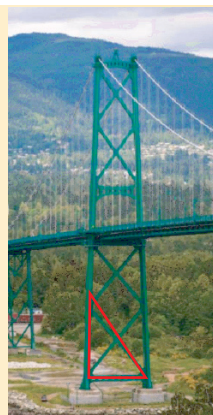
5.4. Ehtimalın hesablanması

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- bərabərsizlikləri həll etməyi;
- bərabərsizliklərə aid real həyati situasiyaya uyğun məsələlər həll etməyi;
- triqonometrik nisbətləri;
- triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- məlumatı sistemləşdirməyi və müxtəlif formalarda təqdim etməyi;
- mərkəzə meyilli ölçülərdən istifadə etməklə məlumatı qiymətləndirməyi və proqnozlar verməyi;
- araşdırma üçün külliyyatı (populyasiyanı) və seçimi müəyyən etməyi;
- asılı və asılı olmayan hadisələri və onların ehtimalını hesablamağı.

Bu maraqlıdır!

Dahi Azərbaycan mütəfəkkiri, riyaziyyatçısı, astronomu, filosofu Nəsrəddin Tusi bəşəriyyətin elm tarixinə böyük töhfələr verən əsərlər yazmışdır. Yazılı mənbələrdə Tusidən "Triqonometriyanın atası" kimi söz açılır. O, "Dairənin ölçüləri" əsərində ilk dəfə olaraq sinuslar teoremini isbat etmiş və astronomik hesablamalara tətbiq etmişdir.





Araşdırma

Aşağıdakı təklifləri araşdırın. Hər bir təkliflə oxşar bir təklif də siz söyləyin. Hər bir halda dəyişənin ala biləcəyi qiymətlər haqqında fikirlərinizi söyləyin.

- 1) Poçt bağlamalarının kütləsi 8 kq-dan çox olmamalıdır.
- 2) Televizorların qiyməti 200 manatdan bahadır.
- 3) Seymur müsabiqənin birinci turunda ən azı 50 bal yığmalıdır ki, ikinci tura keçsin.
- 4) Gimnastika qrupunda 13 yaşından kiçik uşaqlar məşğul olurlar.

Bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər $>$, $<$, $\geq$, $\leq$ işarələrinin köməyiylə yazılır. Bərabərsizlikləri sözlə, riyazi simvollarla, ədəd oxu üzərində təsvirlə ifadə etmək olar.

-2 -dən böyük bütün həqiqi ədədlər	$x > -2$	
3 -dən böyük və ya ona bərabər bütün həqiqi ədədlər	$x \geq 3$	
-1 -dən kiçik bütün həqiqi ədədlər	$x < -1$	
0 -dan kiçik və ya ona bərabər bütün həqiqi ədədlər	$x \leq 0$	

● Nöqtə rənglənmişsə, bu nöqtənin koordinatı bərabərsizliyi ödəyir.

○ Nöqtə rənglənməmişsə, bu nöqtənin koordinatı bərabərsizliyi ödəmir.

Ədədləri və ifadələri müqayisə etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar. Bu üsullardan biri onların fərqinin qiymətləndirilməsidir.

- $a - b$ fərqi müsbət olarsa, a ədədi b ədədindən böyükdür; $a - b > 0$; $a > b$.
- $a - b$ fərqi mənfi olarsa, a ədədi b ədədindən kiçikdir; $a - b < 0$; $a < b$.
- $a - b$ fərqi sıfıra bərabərdirsə, a ədədi b ədədinə bərabərdir; $a - b = 0$; $a = b$.
- $a - b$ fərqi mənfi deyilsə, a ədədi b ədədindən kiçik deyildir; $a - b \geq 0$; $a \geq b$.
- $a - b$ fərqi müsbət deyilsə, a ədədi b ədədindən böyük deyildir; $a - b \leq 0$; $a \leq b$.

Ədəd oxu üzərində iki ədəddən böyüyü sağda yerləşən nöqtə ilə, kiçiyi isə solda yerləşən nöqtə ilə təsvir olunur.

Deməli, $a > b$ olarsa, koordinatı a olan nöqtə koordinatı b olan nöqtədən sağda, $a < b$ olduqda isə solda yerləşir.

Misal. $a^2 + 1$ və $2a$ ifadələrini müqayisə edək. Bu ifadələrin fərfinə baxaq:

$a^2 + 1 - 2a = (a - 1)^2 \geq 0$. Deməli, dəyişənin istənilən qiymətində $a^2 + 1$ ifadəsinin qiyməti $2a$ ifadəsinin qiymətindən kiçik deyil (böyük və ya bərabərdir).

Bərabərsizliklər

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) Samir ev tapşırıqlarına iki saatdan az vaxt sərf edir. Elçin və Ülkər bu fikri riyazi olaraq aşağıdakı kimi ifadə etmişlər. Hansı yazılış doğrudur?

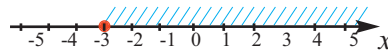
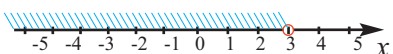
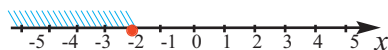
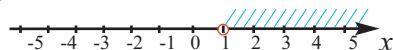
Elçin  $t \geq 2$

Ülkər  $t < 2$

- 2) Aşağıdakı fikirləri bərabərsizliklə ifadə edin.

- 1) Atla gəzinti tibbi tələblərə görə dəniz səviyyəsindən 1500 m yüksəklikdən yuxarıda tövsiyə edilmir.
- 2) Bir mağazadakı şərtlərə görə 10%-lik endirim kartı almaq üçün bir dəfədə ən azı 1000 manatlıq bazarlıq etməlisən.
- 3) Hər bir şəxs 10000 manat məbləğə qədər pulu heç bir vergi ödəmədən ölkə xaricinə apara bilər.
- 4) Kino-teatra 7 yaşından kiçik uşaqlar valideynsiz buraxılır.

- 3) Ədəd oxu üzərindəki təsvirləri bərabərsizliklə və sözlə ifadə edin.



Bərabərsizliyin xassələri

- 1) $a > b$ olarsa, onda $b < a$
 - 2) $a < b$ olarsa, onda $b > a$
 - 3) $a > b$ və $b > c$ olarsa, onda $a > c$
 - 4) $a < b$ və $b < c$ olarsa, onda $a < c$
- 3-cü xassənin isbatı:** $a > b$ olduğundan $a - b > 0$, $b > c$ olduğundan $b - c > 0$, onda $a - c = (a - b) + (b - c) > 0$, deməli, $a > c$

hər iki toplanan müsbət olduğundan onların cəmi də müsbətdir

- 4) Bərabərsizlikləri, dəyişəni sol tərəfdə olmaqla yenidən yazın.

a) $19 > x$ b) $-10 < a$ c) $-10 > b$ d) $0 < t$

- 5) Bərabərsizliklərə uyğun real həyati situasiyalar yazın.

a) $x \geq 15$ b) $x < 11$ c) $x \geq 0$ d) $x > 100$

- 6) Bərabərsizlikləri ədəd oxu üzərində göstərin.

- 1) $a > 4$
- 2) $x > 6$
- 3) $n < 11$
- 4) $x < 5$
- 5) $t \geq 9$
- 6) $b \geq 8$
- 7) $d \leq 5$
- 8) $z \leq 8$
- 9) $x > -4$
- 10) $n \geq -3$
- 11) $x \leq -5$
- 12) $x < -2$

- 7) Dəyişənin verilən qiymətində bərabərsizliklərin doğru olduğunu yoxlayın. Dəyişənə daha iki qiymət verin və yoxlayın.

- 1) $18 - x > 4$, $x = 12$
- 2) $14 + n < 23$, $n = 8$
- 3) $5k > 35$, $k = 8$
- 4) $16 \leq 3c$, $c = 8$
- 5) $\frac{x}{3} \geq 2$, $x = 9$
- 6) $\frac{14}{c} \leq 7$, $c = 2$

Bərabərsizliklər

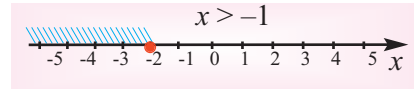
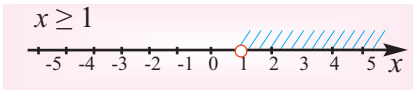
8» $c - d$ fərqi -3 ; 0 ; 4 -ə bərabər olduqda, c və d ədədlərini müqayisə edin.

9» a) $m - n = 0,1$; b) $m - n = -1,2$; c) $m - n = 0$ olarsa, m və n ədədlərini müqayisə edin.

10» $a > b$ olduğu məlumdursa, $a - b$ fərqi, $-4,3$; 0 ; $5,2$ ədədlərindən hansı ilə ifadə edilə bilər?

11» $x > 2$ olduqda aşağıdakılardan hansı doğrudur?
a) $x - 2$ fərqi müsbət ədəddir; b) $x - 4$ fərqi müsbət ədəddir;
c) $x - 1$ fərqi müsbət ədəddir; d) $2 - x$ fərqi müsbət ədəddir.

12» Təsvirlərdə hansı səhv var?



13» x ədədi üçün ədəd oxu üzərində bir neçə elə nöqtə qeyd edin ki, verilən bərabərsizlik doğru olsun:

a) $x > 2$; b) $x < 5$; c) $x > -1$; d) $x < 0$.

Tətbiq tapşırıqları

14» Dəyişənin verilmiş bərabərsizliyi ödəyən ən kiçik tam qiymətini tapın.
a) $x > 10$ b) $x \geq 7$ c) $x > -8$ d) $x \geq -3$

15» Dəyişənin verilmiş bərabərsizliyi ödəyən ən böyük tam qiymətini tapın.
a) $x < 9$ b) $x \leq 8,2$ c) $x < -4,1$ d) $x \leq -3$

16» $b(b + 1)$ və $(b + 2) \cdot (b - 3)$ ifadələri verilir. $b = -4$; $b = -3$; $b = 2$ olduqda bu ifadələrin qiymətlərini müqayisə edin. b -nin istənilən qiymətində birinci ifadənin qiymətinin ikinci ifadənin qiymətindən böyük olduğunu hökm etmək olarmı?

17» İsbat edin ki, dəyişənin istənilən qiymətində:
a) $a^2 - 4a$ ifadəsinin qiyməti $2a - 10$ ifadəsinin qiymətindən böyükdür;
b) $(2a + 3)(2a + 1)$ ifadəsinin qiyməti $4a(a + 2)$ ifadəsinin qiymətindən böyükdür;
c) $7c - 1$ ifadəsinin qiyməti $c(c + 7)$ ifadəsinin qiymətindən kiçikdir.

18» Bərabərsizliyi isbat edin.

a) $c^2 + 1 \geq 2c$

b) $a(a + 3) \geq 3a$

c) $d^2 - cd + c^2 \geq cd$

d) $a(a - b) \geq b(a - b)$

Bərabərsizliklərin xassələri



Araşdırma

$x + 3 < 10$ bərabərsizliyini araşdırmaq.

x	-1,75	0	6,99	7	7,01	7,1
$x + 3$	1,25	3	9,99	10	10,01	10,1
$x + 3 < 10$	$1,25 < 10$	$3 < 10$	$9,99 < 10$	$10 < 10$	$10,01 < 10$	$10,1 < 10$
Həllidirmi?	Hə	Hə	Hə	Yox	Yox	Yox

Dəyişənin qiyməti 7-dən kiçik olduqda $x + 3$ cəmi 10-dan kiçik olur.

Dəyişənin qiyməti 7 olduqda $x + 3$ cəmi 10-a bərabər olur.

Dəyişənin qiyməti 7-dən böyük olduqda $x + 3$ cəmi 10-dan böyük olur.

$x + 3 < 10$ bərabərsizliyi 7-dən kiçik ədədlər üçün doğrudur.

Bərabərsizliklərin xassələri

Teorem. Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etdikdə və ya çıxıldıqda, doğru bərabərsizlik alınır.

$a > b$ və c istənilən ədəd olarsa, onda $a + c > b + c$ və $a - c > b - c$

$a < b$ və c istənilən ədəd olarsa, onda $a + c < b + c$ və $a - c < b - c$

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) x dəyişənin: a) 6; b) -3; c) 1,5 d) 0; e) -7 -yə bərabər qiyməti $x + 7 > 1$ bərabərsizliyini ödəyirmi?
- 2) a) y ilə 13-ün cəmi 25-dən kiçikdir. y dəyişəni hansı qiymətləri ala bilər?
b) İki ədədin cəmi 18-dən böyükdür. Ədədlərdən biri 7 olarsa, digəri hansı qiymətləri ala bilər?
- 3) $a > b$ olarsa, ifadələri müqayisə edin.
a) $a - 6$ və $b - 6$ b) $a + 12$ və $b + 12$
c) $a + m$ və $b + m$ d) $a - k$ və $b - k$
- 4) Bərabərsizliyin xassəsindən istifadə etməklə dəyişənin ala biləcəyi qiymətləri müəyyən edin.

Nümunə. $5 + x \leq 18$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə -5 əlavə edək.

$5 + x + (-5) \leq 18 + (-5)$, $x \leq 13$, deməli dəyişən 13-dən böyük olmayan qiymətlər ala bilər.

$$5 + x \leq 18$$

$$3 < y + 8$$

$$-2 < b - 6$$

$$-10 \geq x + 6$$

$$2 + m \geq 3,5$$

$$p - 4,8 > -6$$

$$10 + n \geq -2$$

$$c + 10 < 9$$

$$s - 12 \leq -5$$

$$a - 3 \leq 5$$

$$q + 0,8 \leq -0,5$$

$$d - \frac{2}{3} \leq \frac{1}{3}$$

$$-4 < k + 6$$

$$g - 4 \geq 13$$

$$t - 3 < -9$$

$$-11 > g - 4$$

$$v - 6 > 2,7$$

$$5 > f + \frac{2}{3}$$

Bərabərsizliklərin xassələri

Tətbiq tapşırıqları

Nümunə

Dəniz ayılarının kütləsi ən çoxu 650 kq olur. Bir dəniz ayısının indi kütləsi 398 kq-dır. Dəniz ayısının yığa biləcəyi kütləni hansı bərabərsizliklə ifadə etmək olar?

Dəniz ayısının indiki kütləsi	Plyus	Qazana biləcəyi kütlə	Kiçik və ya bərabərdir	650 kq
----------------------------------	-------	--------------------------	---------------------------	--------

$$398 + m \leq 650$$

$$398 + m \leq 650 \quad \text{Bərabərsizliyi yazmaq}$$

$$398 - 398 + m \leq 650 - 398 \quad \text{Hər iki tərəfdən 398 çıxmaq}$$

$$m \leq 252$$



5» Rəşad MP3 musiqi mərkəzinə daha 21 mahnı yazdırsa, onların sayı ən çoxu 90 olar. MP3-də əvvəlcə neçə mahnı olduğunu bərabərsizliklə yazın.

6» Emin ən azı 90 kq-a qədər olan ağırlığı qaldırmaq üçün məşqlər edir. İndi o, 50 kq-lıq daşları qaldıra bilər. Eminin məqsədinə çatması üçün daha neçə kiloqram artıq ağırlığı qaldırmalı olduğunu bərabərsizlik yazmaqla qiymətləndirin.

7» Dəyişənlər hansı qiymətləri ala bilər? Ədəd oxu üzərində təsvir edin.

a) $y - (-1, 8) > -6, 2$ b) $-8 > n - \frac{2}{3}$ c) $a + \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

8» Uyğun bərabərsizlikləri yazın.

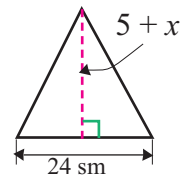
a) (-8) -ə müəyyən ədədi əlavə etsək, cəm ya 30-dan kiçik, ya da 30-a bərabər olar.

b) Hansı ədəddən 8 çıxsaq, fərq 25-dən böyük olar?

9» $d + 5 \geq 18$ olduğuna görə aşağıdakı bərabərsizlikləri tamamlayın.

a) $d \geq ?$ b) $d + ? \geq 19$ c) $d - 2 \geq ?$

10» Üçbucağın oturacağı hündürlüyündən kiçikdir. x dəyişəni hansı qiymətləri ala bilər?

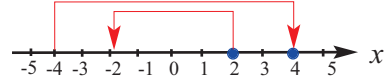
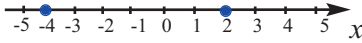


11» Verilən bərabərsizliklərə uyğun məsələ qurun.

a) $x + 15 > 100$ b) $m - 40 \leq 2000$ c) $d + 3 \geq 12$

Bərabərsizliklərin xassələri

Araşdırma. Ədəd oxu üzərində verilən ədədləri qeyd edin. Müqayisəsini yazın. Sonra isə hər iki ədədi eyni ədədə vurmaqla müqayisə edin. Məsələn, hər iki ədədi -1 -ə vurun və yeni vəziyyətlərini ədəd oxu üzərində şəkildə göstərdiyi kimi təqdim edin. Fikirlərinizi ümumiləşdirin, təsvir edin.



Bərabərsizliklərin xassələri

✓ Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vursaq və ya bölsək, doğru bərabərsizlik alınar.

a və b istənilən ədəd olmaqla $c > 0$ olduqda:

1. $a > b$ olarsa, $ac > bc$ və $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **Nümunə 1.** $3 < 4$; $3 \cdot 2 < 4 \cdot 2$; $6 < 8$

2. $a < b$ olarsa, $ac < bc$ və $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ **Nümunə 2.** $6 > -9$; $\frac{6}{3} > \frac{-9}{3}$; $2 > -3$

✓ Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vursaq və ya bölsək və bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişsək, doğru bərabərsizlik alınar.

a və b istənilən ədəd olmaqla $c < 0$ olduqda:

1. $a > b$ olarsa, $ac < bc$ və $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ **Nümunə 3.** $5 > 1$; $5 \cdot (-2) < 1 \cdot (-2)$.
 $-10 < -2$

2. $a < b$ olarsa, $ac > bc$ və $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **Nümunə 4.** $-8 < -6$; $\frac{-8}{-2} > \frac{-6}{-2}$; $4 > 3$

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) $a > b$ olduğu məlumdur. Aşağıdakı şərtlərə görə doğru bərabərsizliyi yazın.
a) hər iki tərəfini 4-ə vursaq; b) hər iki tərəfini -5 -ə vursaq;
c) hər iki tərəfini $\frac{1}{2}$ -ə bölsək; d) hər iki tərəfini -2 -yə bölsək.

- 2) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni ədədə vurmaqla və ya bölməklə alınan doğru bərabərsizlikləri yazın.

Nümunə 1. $\frac{3}{4}y \geq -6$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini $\frac{4}{3}$ -ə vuraq:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}y \geq -6 \cdot \frac{4}{3}; \quad y \geq -8$$

Nümunə 2. $-4x < 12$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini -4 -ə bölək və bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişək:

$$\frac{-4x}{-4} > \frac{12}{-4}; \quad x > -3$$

1) $4x < 4$

2) $7y > 63$

3) $13a \geq -26$

4) $-15 \leq 5b$

5) $7 \geq \frac{h}{14}$

6) $15 \geq 3t$

7) $\frac{p}{6} > 5$

8) $144 < 12d$

9) $-3m > -33$

10) $\frac{t}{9} < -12$

11) $30 > \frac{1}{2}n$

12) $-\frac{3}{4}r \leq -6$

- 3) Aşağıdakı bərabərsizliklərdə a ədədinin işarəsini müəyyən edin.

a) $3a > 2a$

b) $4a < 3a$

c) $-2a < 2a$

d) $a > -a$

12» Araşdırma. Cəmi 10-a bərabər olan iki natural ədədin hasilinin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?

✓ İki müsbət ədədin cəmi sabit qalırsa, ədədlər bir-birinə bərabər olduqda, onların hasili ən böyük qiymətini alır (buna sabit cəm haqqında teorem də deyirlər).

$m + n = 10$	$m \cdot n$
$1 + 9 = 10$	$1 \cdot 9 = 9$
$2 + 8 = 10$	$2 \cdot 8 = 16$
$3 + 7 = 10$	$3 \cdot 7 = 21$
$4 + 6 = 10$	$4 \cdot 6 = 24$
$5 + 5 = 10$	$5 \cdot 5 = 25$

Araşdırmanın nəticəsinə əsaslanaraq aşağıdakıları tapın:

- Cəmi 16-ya bərabər olan iki natural ədədin hasilinin ən böyük qiymətini;
- Perimetri 40 sm olan düzbucaqlılar arasından sahəsi ən böyük olan düzbucaqlını.

13» Araşdırma: Mənfi olmayan iki ədədin ədədi ortası onların həndəsi ortasından kiçik deyil.

Göstərek ki, mənfi olmayan a və b ədədləri üçün $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ bərabərsizliyi doğrudur. Burada bərabərlik yalnız $a = b$ olduqda mümkündür.

Sol və sağ tərəfin fərqinə baxaq, orta məxrəcə gətirib, sadələşdirək.

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$$

Fərqin kvadratı mənfi ədəd olmadığından verilmiş bərabərsizliyin doğruluğu alınır.

Araşdırmaya əsaslanaraq aşağıdakıları tapın:

- Sahəsi 36 sm^2 olan düzbucaqlılardan perimetri ən kiçik olanı;
- $x > 0$ və $xy = 16$ olduqda $x + y$ cəminin ən kiçik qiymətini.

14» 1) Elşəngil ölçüləri $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ olan mətbəxi hər birinin sahəsi $\frac{3}{10} \text{ m}^2$ olan metlaxlarla döşəməyi planlaşdırırlar. Onlar ən azı neçə metlax almalıdırlar?

2) Elmar elektron cihazların satıldığı mağazada satış meneceri işləyir.

Elmar satdığı hər kompüterə görə 30 manat mükafat və sabit olaraq 500 manat əmək haqqı alır. Elmar bu ay maaşının ən azı 800 manat olacağına əmindir. Elmar bu ay ən azı neçə kompüter satmışdır?

3) Siz də elə bir məsələ qurun ki, $\frac{3}{4}x > 9$ bərabərsizliyi ilə həll edilsin.

15» a) $0,2 < a < 0,3$ olduqda tərəfi a olan kvadratın perimetrini qiymətləndirin.
b) Kvadratın perimetri P sm-dir: $12,4 < P < 12,8$ olduqda kvadratın tərəfinin uzunluğunu qiymətləndirin.

Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması

Araşdırma: 1) Anar Vüsaldan, Tural isə Orxandan yaşca kiçikdir. Anarla Turalın yaşlarının cəmi Vüsalla Orxanın yaşlarının cəmindən az, yoxsa çoxdur?

$$2) \quad \begin{array}{r} 3 < 8 \\ + \quad 4 < 6 \\ \hline 7 \quad ? \quad 14 \end{array} \quad \text{bərabərsizlikləri hədbəhəd toplayın və nəticəni izah edin.}$$

Ədədi bərabərsizliklərin toplanması

Teorem. $a > b$ və $c > d$ olarsa, $a + c > b + d$

$a > b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə c əlavə edək. $a + c > b + c$
 $c > d$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə b əlavə edək. $b + c > b + d$
 $a + c > b + c$ və $b + c > b + d$ bərabərsizliklərindən $a + c > b + d$ olduğu alınır. Teorem ikidən çox sayda bərabərsizliklərin toplanması üçün də doğrudur.

✓ Eyni işarəli doğru bərabərsizlikləri hədbəhəd topladıqda doğru bərabərsizlik alınır.

$$\begin{array}{r} a > b \\ + \quad c > d \\ \hline a + c > b + d \end{array}$$

Ədədi bərabərsizliklərin vurulması

Teorem. Sol və sağ tərəfləri müsbət ədədlər olan eyni işarəli doğru bərabərsizlikləri hədbəhəd vurduqda doğru bərabərsizlik alınır.

a, b, c, d müsbət ədədlər, $a > b$ və $c > d$ olarsa, onda $ac > bd$
 $a > b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini c -yə, $c > d$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini b -yə vursaq uyğun olaraq, alırıq: $ac > bc$ və $bc > bd$
Buradan da, $ac > bd$ olduğu aydındır.

Nəticə. a və b müsbət ədədlər və $a > b$ olarsa, onda $a^n > b^n$ olar (n -natural ədəddir).

Öyrənmə tapşırıqları

1» Bərabərsizlikləri hədbəhəd toplayın.

a) $8 > 5$ və $6 > 4$

b) $-2 < 10$ və $6 < 7$

2» Bərabərsizlikləri hədbəhəd vurun.

a) $6 > 3$ və $4 > 2$

b) $6 < 8$ və $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

3» $4 < a < 6$ və $5 < b < 7$ olduğunu bilərək, ifadələri qiymətləndirin.

a) $a + b$

b) ab

c) $2a + 3b$

4 Nümunələri araşdırın, oxşar qayda ilə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) $3 < x < 4$ və $6 < y < 8$ olduqda;

a) $x - y$ b) $2x - y$ c) $x - 3y$ d) $3x - 2y$ ifadələrini qiymətləndirin.

2) $15 < x < 20$ və $2 < y < 3$ olduqda aşağıdakı ifadələri qiymətləndirin.

a) $\frac{x}{y}$

b) $\frac{2x}{y}$

c) $1 + \frac{3x}{2y}$

Nümunə 1. $5 < a < 10$ və $2 < b < 4$ olduğunu bilərək, $a - b$ fərqi qiymətləndirərək, $a - b = a + (-b)$ şəklində göstərək.

$2 < b < 4$ olduğundan $-2 > -b > -4$, yəni

$-4 < -b < -2$. İndi isə bərabərsizliklərin

hədbəhəd toplanmasını tətbiq edək.

$$\begin{array}{r} + 5 < a < 10 \\ -4 < -b < -2 \\ \hline 1 < a - b < 8 \end{array}$$

Nümunə 2. $10 < x < 16$ və $4 < y < 5$ olduqda $\frac{x}{y}$ qiymətini qiymətləndirək. $\frac{x}{y} = x \cdot \frac{1}{y}$ şəklində göstərək. Əvvəlcə $\frac{1}{y}$ ifadəsini qiymətləndirək.

$4 < y < 5$ olduğundan $\frac{1}{4} > \frac{1}{y} > \frac{1}{5}$ yəni $\frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4}$

Bərabərsizliklərin hədbəhəd vurulmasını tətbiq edək.

$$\begin{array}{r} 10 < x < 16 \\ \times \frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4} \\ \hline 2 < \frac{x}{y} < 4 \end{array}$$

Tətbiq tapşırıqları

5 $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ və $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ olmasından istifadə edərək, ədədləri qiymətləndirin:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{6}$

6 Bərabəryanlı üçbucağın a oturacağının və b yan tərəfinin uzunluqlarının santimetrlə ifadə olunmuş sərhədləri məlumdur:

$$16 \leq a \leq 18 \text{ və } 24 \leq b \leq 26$$

Bu üçbucağın perimetrini qiymətləndirin.

7 Düzbucaqlının a uzunluğunu və b enini (sm ilə) ölçərək, $4,5 < a < 4,6$ və $3,4 < b < 3,5$ olduğu müəyyən edilmişdir.

a) Düzbucaqlının perimetrini;

b) Düzbucaqlının sahəsini qiymətləndirin.

8 1) Üçbucağın α və β bucaqları üçün $58^\circ \leq \alpha \leq 59^\circ$ və $82^\circ \leq \beta \leq 83^\circ$ olduğu məlumdur. Üçüncü bucağı qiymətləndirin.

2) Bərabəryanlı üçbucağın oturacağı bitişik bucağı 30° -dən böyük, 32° -dən isə kiçikdir. Üçbucağın təpə bucağını qiymətləndirin.

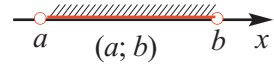
Ədədi aralıqlar

Araşdırma. Ədəd oxu üzərində koordinatları -2 və 3 olan nöqtələri qeyd edin. Bunların arasında yerləşən hər hansı nöqtə götürün. Götürülmüş nöqtəyə uyğun ədədi -2 və 3 ilə müqayisə edin. Bu nöqtələr arasında yerləşən istənilən nöqtəyə uyğun ədədin $-2 < x < 3$ şərtini ödədiyini yoxlayın.

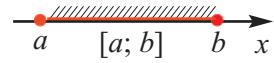
$-2 < x < 3$ nöqtələr çoxluğuna -2 -dən 3 -ə qədər olan aralıq deyilir və belə işarə edilir : $(-2; 3)$.

Ədədi aralıqlar

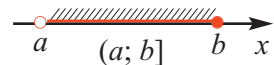
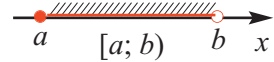
$a < b$ olduqda $a < x < b$ münasibətini ödəyən bütün x həqiqi ədədlər çoxluğuna $(a; b)$ intervalı deyilir.



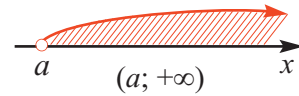
Əgər $(a; b)$ intervalının nöqtələri çoxluğuna a və b nöqtələrini də əlavə etsək, alınmış aralıq $[a; b]$ kimi yazılır və buna $[a; b]$ parçası deyilir.



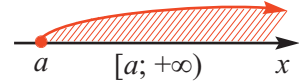
$a \leq x < b$ və $a < x \leq b$ ikiqat bərabərsizliyini ödəyən x ədədlər çoxluğu uyğun olaraq $[a; b)$ və $(a; b]$ kimi işarə edilir.



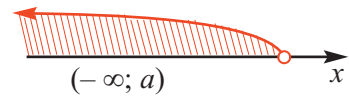
$x > a$ şərtini ödəyən bütün ədədlər çoxluğu koordinatı a olan nöqtədən sağda yerləşir, $(a; +\infty)$ kimi yazılır və belə oxunur: a -dan müsbət sonsuzluğa qədər olan aralıq.



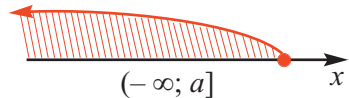
$x \geq a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğuna koordinatı a olan nöqtə də daxildir. $[a; +\infty)$ kimi yazılır. Qrafik təsviri:



$x < a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğu $(-\infty; a)$ kimi yazılır və belə oxunur: mənfi sonsuzluqdan a -ya qədər olan aralıq. Qrafik təsviri:

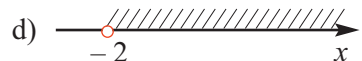
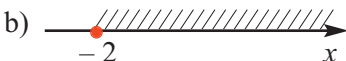
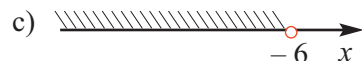
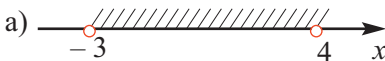


$x \leq a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğuna koordinatı a olan nöqtə də daxildir. Bu çoxluq $(-\infty; a]$ kimi yazılır. Qrafik təsviri:



Öyrənmə tapşırıqları

1 Şəkində təsvir olunmuş aralıqları yazın.



Ədədi aralıqlar

- 2**» Ədəd oxu üzərində aşağıdakı aralıqları təsvir edin:
- a) $(-1; 3)$ b) $[0; 5)$ c) $(2; +\infty)$ d) $[3; +\infty)$
 e) $(-5; +\infty)$ f) $(-\infty; -4)$ g) $(-\infty; 6]$ h) $(-2; +\infty)$

- 3**» Ədəd oxu üzərində bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin.
- a) $x \geq -6$ b) $x \leq 3$ c) $x < -6$ d) $x > 4$

- 4**» Ədəd oxu üzərində ikiqat bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin.

- a) $-2,5 \leq x \leq 3$ b) $-5 < x \leq 1\frac{1}{2}$
 c) $-3 < x < 1,5$ d) $3 \leq x < 7$

- 5**» a) $-2; 4; -1,2; 4,5; 5$ ədədlərindən hansı $(-3; 4,5)$ aralığına aiddir?
 b) $-7; -6; -4,5; 0; 1,2; 4$ ədədi $(-7; 4,1)$ aralığına aiddirmi?

- 6**» Verilmiş aralıqlara aid olan tam ədədləri yazın.

- a) $(-5; 3)$ b) $[-2,5; 4)$ c) $(-\sqrt{11}; \sqrt{30}]$

- 7**» Aralığa aid olan ən böyük və ən kiçik tam ədədləri göstərin.

- a) $(-12; 8)$ b) $(-4; 5,2)$ c) $[-\sqrt{17}; \sqrt{8}]$

- 8**» Nümunəni araşdırın. Verilən aralıqların kəsişməsini tapın.

- a) $(-2; 5)$ və $(-1; 6)$ c) $(-3; 9)$ və $(4; +\infty)$
 b) $(5; +\infty)$ və $(-\infty; 7)$ d) $[1; +\infty)$ və $(3; +\infty)$

Nümunə. $(-1; 7)$ və $[2; 8)$ aralıqlarının kəsişməsini (ortağ hissəsini) tapın.

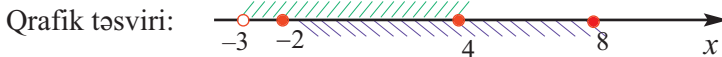


Riyazi yazılışı: $(-1; 7) \cap [2; 8) = [2; 7)$

- 9**» Ədəd oxu üzərində aşağıdakı aralıqların birləşməsini göstərin.

- a) $(-5; 1)$ və $[-2; 5)$ c) $(-\infty; 2]$ və $[-1; +\infty)$
 b) $[-6; 2)$ və $(1; 3)$ d) $(2; +\infty)$ və $[6; +\infty)$

Nümunə. $(-3; 4]$ və $[-2; 8]$ aralıqlarının birləşməsini tapın.



Riyazi yazılışı: $(-3; 4] \cup [-2; 8] = [-2; 8]$

- 10**» $A = [-2; 1)$, $B = (0; 3)$, $C = (-1; 2)$ olarsa, aşağıdakıları tapın.

- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cup C$
 d) $A \cap C$ e) $A \setminus B$ f) $B \setminus C$
 g) $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$ h) $A \setminus (B \cup C)$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Araşdırma. Eni 4 sm olan düzbucaqlı çəkin.

- 1) Bu düzbucaqlının uzunluğu 6 sm olarsa, perimetrini tapın.
- 2) Düzbucaqlının uzunluğu 6 sm-dən böyük olarsa, perimetrini qiymətləndirin.
- 3) Perimetrin 24 sm-dən kiçik olması üçün düzbucaqlının uzunluğu neçə santimetr olmalıdır?

Düzbucaqlının uzunluğunu x qəbul edərək onun perimetri üçün $2x + 8 < 24$ bərabərsizliyini yazmaq olar. Uzunluq 6 sm; 7 sm; 8 sm; 9 sm olduqda $P < 24$ şərtinin ödənildiyini yoxlayın.

Dəyişənin hansı qiymətlərində $2x + 8 < 24$ bərabərsizliyi doğrudur, hansı qiymətlərində doğru deyil?

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Tərif. Birdəyişənli bərabərsizliyin həlli dəyişənin həmin bərabərsizliyi doğru bərabərsizliyə çevirən bütün qiymətləri çoxluğuna deyilir.

Bərbərsizliyi həll etmək, onun bütün həllərini tapmaq və ya həllinin olmadığını isbat etmək deməkdir. Həllər çoxluğu eyni olan bərabərsizliklər eynigüclü bərabərsizliklər adlanır.

Həlləri olmayan bərabərsizliklər də eynigüclü hesab edilir.

Bərabərsizlikləri həll edərkən ədədi bərabərsizliklərin xassələrindən nəticə kimi alınan aşağıdakı təkliflərdən istifadə olunur.

✓ 1) Toplananı əks işarə ilə bərabərsizliyin bir tərəfindən o biri tərəfinə keçirdikdə onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

✓ 2) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vurduqda və ya böldükdə, onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

Məsələn, $6x - 2 > 10$ bərabərsizliyi $6x > 12$ bərabərsizliyi ilə, $6x > 12$ bərabərsizliyi isə $x > 2$ ilə eynigüclüdür.

✓ 3) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vurduqda və ya böldükdə, bərabərsizliyin işarəsini dəyişməklə onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

$ax > b$ və ya $ax < b$ (burada a və b hər hansı ədədlərdir) şəklində bərabərsizliklər bir dəyişənli xətti bərabərsizlik adlanır.

$ax > b$ bərabərsizliyinin həlli

1) $a > 0$ olduqda $x > \frac{b}{a}$,

2) $a < 0$ olduqda $x < \frac{b}{a}$ kimi göstərilir.

$ax < b$ bərabərsizliyinin həlli

1) $a > 0$ olduqda $x < \frac{b}{a}$,

2) $a < 0$ olduqda $x > \frac{b}{a}$ kimi göstərilir.

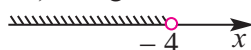
Nümunə: $-3x + 6 > 18$

$$-3x > 18 - 6$$

$$-3x > 12 \quad \text{hər iki tərəfi } -3\text{-ə bölək,}$$

$$x < -4 \quad (-\infty; -4) \text{ aralığı bərabərsizliyin həllər çoxluğudur.}$$

Həllin qrafik təsviri:



Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

- 1**» Bərabərsizlikləri həll edin və ədəd oxu üzərində həllər çoxluğunu təsvir edin.
a) $x - 7 > 0$ b) $x + 6 < 0$ c) $x + 1,5 \geq 0$ d) $x - 0,6 \leq 0$
- 2**» Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $2x > 11$ b) $6x < 18$ c) $\frac{1}{2}y > -3$
d) $-2y \leq 15$ e) $5x \geq 0$ f) $-4\frac{1}{2}x \leq -3$
- 3**» Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $6x - 3,2 > 0,4$ b) $15 - x < 12 - 4x$ c) $3 - 4y > 7$
d) $29 + 5x \leq 17 - 7x$ e) $3 - 4a \leq 1$ f) $3 + 5y \geq 15 + 8y$
- 4**» a) x -in hansı qiymətlərində $2x - 7$ ikihədli müsbət qiymətlər alır?
b) y -in hansı qiymətlərində $15 - 3y$ ikihədli mənfi qiymətlər alır?
c) x -in hansı qiymətlərində $3x + 1$ ikihədli 25-dən kiçik qiymətlər alır?
- 5**» Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $5(x - 2) + 12 > 7 - 3(x + 4)$ c) $4(x - 1,5) + 1 \geq 6x + 1,2$
b) $3(a + 8) - 5(a - 1) < 7$ d) $4x - (x + 6) - 3(2 - x) \leq 4$
- 6**» Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $0,3(x - 2) - 0,8x > -4,4$ c) $\frac{2x - 1}{3} < 5$ e) $\frac{2}{7}(x - 4) > 3$
b) $\frac{15 - 3x}{12} \geq 5$ d) $3 > \frac{6 - x}{4}$ f) $\frac{7 - 2x}{2} \geq \frac{3x - 7}{4}$
- 7**» Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $x(x - 3) > x^2 - 6x + 1,2$ c) $6x(x - 1) - 3x(2x - 2) > 6$
b) $3y^2 - y(3y - 4) \leq 16$ d) $(3y - 1)^2 > (y + 3)(9y - 1)$
- 8**» Leyla skanerin köməyiylə 56 şəkli kompüterin yaddaşına köçürməlidir. O, dəqiqədə 4 şəkil köçürə bilir. Leyla neçə dəqiqə işləsə, onun 10 dənədən az şəkli qalar?
- 9**» Nəriman oyuncaq mağazasında 50 manatlıq hədiyyə çəkinin 15 manatını xərclədi. Nəriman hədiyyə çəkindəki məbləği keçməmək şərti ilə qalan puluna birinin qiyməti 2,55 manat olan məzəli eynəklər almaq istəyir. O, neçə eynək ala bilər?

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Tətbiq tapşırıqları

- 10»** Dəyişənin hansı qiymətlərində: a) $\frac{5-7y}{3}$ kəsrinin qiymətləri $\frac{2-3y}{6}$ kəsrinin uyğun qiymətlərindən böyükdür?
b) $3x-1$ ikihədlisinin qiymətləri $\frac{2x+1}{2}$ kəsrinin uyğun qiymətlərindən kiçikdir?
- 11»** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $(3-\pi) \cdot (3-2x) > 0$ b) $(\sqrt{2}-3) \cdot (5-x) < 0$
c) $\frac{x-4}{\pi-2} \geq 0$ d) $\frac{x+1}{\sqrt{3}-2} \leq 0$
- 12»** a) y -in hansı qiymətlərində $\frac{2y-1}{3}$ və $\frac{y+1}{3}$ kəsrlərinin cəmi müsbətdir?
b) x -in hansı qiymətlərində $\frac{2x-1}{2}$ və $\frac{1+x}{3}$ kəsrlərinin fərqi mənfidir?
- 13»** a) $3-(5-2x) < 6$ bərabərsizliyini ödəyən ən böyük tam ədədi tapın.
b) $4(3-y) < 14,6-2y$ bərabərsizliyini ödəyən ən kiçik tam ədədi tapın.
- 14»** n -in hansı qiymətlərində:
a) $(3-2n)-(5n-26)$ fərqi müsbətdir?
b) $(-18,3+3n)+(7,3+2n)$ cəmi mənfidir?
- 15»** Cəmi 105-dən böyük olan üç ardıcıl tək ədədin ən kiçiyini tapın.
- 16»** Düzbucaqlının uzunluğu 8 sm-dir. Düzbucaqlının eni neçə santimetr olmalıdır ki, onun perimetri tərəfi 7 sm olan kvadratın perimetrindən kiçik olsun?
- 17»** Turistlər motorlu qayıqla çayın axını ilə üzdülər. Onlar 3 saatdan gec olmayaraq düşərgəyə qayıtmalı idilər. Çayın axın sürəti 2 km/saat, qayığın durğun sudakı sürəti 18 km/saat olarsa, turistlər ən çoxu hansı məsafəyə uzaqlaşa bilərlər?
- 18»** Aralarındakı məsafə 45 km olan iki məntəqədən eyni zamanda iki velosipedçi qarşı-qarşıya yola düşdü. Birinci velosipedçinin sürəti 12 km/saatdır. İkinci velosipedçi hansı sürətlə getməlidir ki, hərəkətə başladıqdan iki saatdan az vaxtda görüşsünlər?

İkiqat bərabərsizliklərin həlli

İkiqat bərabərsizliklər		
Sözlə yazılış	Riyazi yazılış	Qrafik təsvir
2-dən böyük, 5-dən kiçik bütün həqiqi ədədlər	$x > 2$ və $x < 5$ $2 < x < 5$	
2-dən kiçik olmayan və 5-dən böyük olmayan bütün həqiqi ədədlər	$x \geq 2$ və $x \leq 5$ $2 \leq x \leq 5$	
2-dən kiçik və ya 6-dan böyük bütün həqiqi ədədlər	$x < 2$ və ya $x > 6$	
2-dən böyük olmayan və ya 6-dan kiçik olmayan bütün həqiqi ədədlər	$x \leq 2$ və ya $x \geq 6$	

Nümunə 1. $-2 < x + 4 < 1$ bərabərsizliyini iki bərabərsizlik şəklində yazaq.

$$-2 < x + 4 \text{ və } x + 4 < 1$$

x -in elə qiymətlərini tapmalıyıq ki, həm $-2 < x + 4$, həm də $x + 4 < 1$ bərabərsizlikləri doğru olsun.

$$-2 < x + 4 \text{ və } x + 4 < 1$$

$$\begin{array}{cccc} -4 & -4 & -4 & -4 \end{array}$$

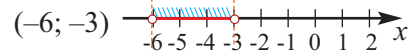
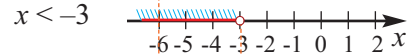
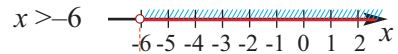
$$-6 < x \text{ və } x < -3$$

$$x > -6 \text{ və } x < -3$$

$$-6 < x < -3$$

$$\text{Cavab: } (-6; -3)$$

Həllin qrafik təsviri:



Nümunə 2. $-3 + x > 0$ və ya $-3 + x < -4$

x -in elə qiymətlərini tapmalıyıq ki, ya $-3 + x > 0$, ya da $-3 + x < -4$ bərabərsizliyi doğru olsun. Hər iki bərabərsizliyi həll edib, həll çoxluqlarının birləşməsini tapaq.

$$-3 + x > 0 \text{ və ya } -3 + x < -4$$

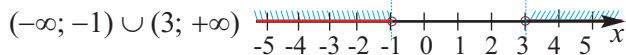
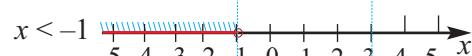
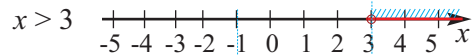
$$\begin{array}{cccc} +3 & +3 & +3 & +3 \end{array}$$

$$x > 3 \text{ və ya } x < -1$$

Cavab:

$$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$$

Həllin qrafik təsviri:



Nümunə 3. $-7 < 2x + 1 \leq 17$ ikiqat bərabərsizliyini bərabərsizliklərin

xassələrindən istifadə etməklə həll edək

$$\begin{array}{ccc} -7 < 2x + 1 \leq 17 & 1 \text{ çıxmaq} \\ -1 & -1 & -1 \end{array}$$

$$-8 < 2x \leq 16 \quad 2\text{-yə bölək}$$

$$-4 < x \leq 8 \quad \text{Cavab: } (-4; 8]$$

İkiqat bərabərsizliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

1) Bərabərsizlikləri qrafik təsvir edin.

1) $x > 5$ və $x \leq 9$

2) $s < -7$ və $s \leq 0$

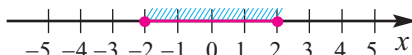
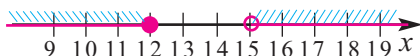
3) $r < 5$ və ya $r > 9$

4) $m \leq -4$ və ya $m > 6$

5) $7 < d < 11$

6) $-1 \leq g < 3$

2) Qrafik təsvirlərə uyğun bərabərsizlikləri yazın.



3) Bərabərsizlikləri həll edin və qrafik təsvir edin.

1) $k - 4 > 3$ və ya $k - 4 \leq 1$

2) $d - 10 < -2$ və ya $d + 3 > 12$

3) $3 < 2x - 3 < 15$

4) $4 < 2y - 2 < 10$

5) $3t - 7 \geq 5$ və $2t + 6 \leq 12$

6) $8 > 5 - 3n$ və $5 - 3n > -13$

7) $1 + y \leq 3$ və ya $1 - y \leq -4$

8) $3t + 1 \leq 13$ və ya $3 - 3t \leq -12$

4) Təkliflərə uyğun bərabərsizlikləri yazın.

1) Ədədin 5 ilə fərqi 14-dən kiçik, 5-dən isə böyükdür.

2) Ədədin iki misli ilə 3-ün cəmi -8 ilə 12 arasındadır.

3) Kəmiyyətin qiymətinin 5 misli ya 30-dan böyükdür, ya da 10-dan kiçik olur.

Tətbiq tapşırıqları

5) Situasiyalara uyğun bərabərsizlikləri yazın.

a) Azərbaycanın bəzi bölgələrində illik yağıntının orta miqdarı 300 millimetr və ya ondan az olur, bəzi yerlərində isə 7000 millimetrdən çox olur.

b) 9000 m yüksəklikdə uçan təyyarə kapitanı idarəetmə qülləsinə məlumat verir ki, hava burulğanından qaçmaq üçün ya təyyarəni ən azı 10000 m yüksəkliyə qaldırmalıdır, ya da 7000 m-dən aşağı endirməlidir.

6) Su atmosferdə kristal, maye və buxar halında olur. Temperatur 0°C -dən aşağı olduqda su donur, 100°C və ondan yuxarı olduqda isə su buxara çevrilərək qaz halında olur. Suyun maye halda olmadığı temperaturaları bərabərsizlik şəklində yazın.

7) $x < 5$ və $x > 3$ bərabərsizlikləri ilə $x < 5$ və ya $x > 3$ bərabərsizlikləri arasındakı fərqli cəhətləri yazın.

İkiqat bərabərsizliklərin həlli

- 8» Fərmanın bank hesabında 100 manat var və bank ayda bu hesaba 15 manat gəlir əlavə edir. Gülnazın hesabında 155 manat var və bank bu hesaba ayda 12 manat əlavə edir. Neçə aydan sonra Fərmanın hesabındakı pul Gülnazın hesabındakı puldan çox olacaq?

- 9» Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $-2 \leq x + 3 < 9$

b) $-3 \geq x - 1$ və $x - 5 > 2$

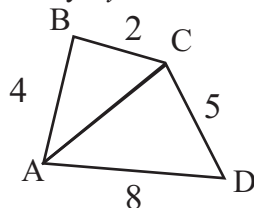
c) $-2x > -8$ və $x + 7 \geq 6$

d) $m + 2 < -1$ və ya $m - 2 > 6$

e) $-2 > r + 2$ və ya $r + 4 < 5$

f) $5 > y + 9$ və ya $y - 4 > 2$

- 10» ABCD dördbucaqlısında verilən tərəflərə görə AC diaqonalının uzunluğu hansı tam qiymətləri ala bilər?



- 11» İkiqat bərabərsizliyi həll edin və onun həlləri olan üç ədəd göstərin.

a) $-7,5 \leq \frac{7x+6}{2} \leq 20,5$

b) $-2 \leq \frac{3x+1}{7} \leq 0$

c) $-1 < \frac{3-x}{3} < 5$

d) $-3,5 \leq \frac{1-3x}{2} \leq 2,5$

- 12» Məhəmməd iki testdən yığdığı orta balın ən azı 93 olmasını arzu edir. O, birinci testdən 90 bal toplayıb. Maksimum balın 100 bal olduğunu nəzərə alsaq, o, ikinci testdən neçə bal toplamalıdır ki, məqsədinə çatsın?

- 13» Aslan iki testdən 81 və 90 bal toplamışdır. Onun orta balının 85 və 95 arasında olması üçün üçüncü testdən toplamalı olduğu balı hesablamağa imkan verən bərabərsizliyi yazın və həll edin. (Maksimal bal 100-dür.)

Yaradıcı tətbiq

- 14» *İtlərin iybilmə qabiliyyətləri insanların iybilmə qabiliyyətindən 1000 dəfə güclüdür. Lakin görmə qabiliyyətləri insanla müqayisədə çox aşağıdır.*

İtin və insanın eşitmə qabiliyyətləri haqqında cədvəldə məlumat verilmişdir. Səs dalğalarını onun tezliyi ilə qiymətləndirirlər və ölçü vahidi hersdir.

1) İtin və insanın eşitmə tezliyinin intervalını ifadə edən ikiqat bərabərsizlikləri yazın.

2) Hansı intervalda həm itin, həm də insanın eşitmə tezliyi üst-üstə düşür.

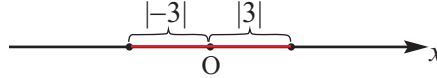
3) Səs tezliyinin elə intervalını yazın ki, bu intervalda it eşidir, insan isə eşitmir.



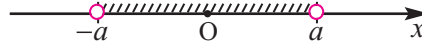
	Tezliyi (herslə)
İnsan	20-20000
İt	15-50000

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan sadə bərabərsizliklər

Həndəsi olaraq, $|x| < 3$ bərabərsizliyi O nöqtəsindən 3 vahiddən kiçik məsafədə yerləşən bütün nöqtələri göstərir. Bu -3 və 3 arasında olan bütün həqiqi ədədlərdir və $-3 < x < 3$ kimi yazılır.



$a > 0$ olduqda $|x| < a$ bərabərsizliyi həndəsi olaraq O nöqtəsindən a x nöqtələrinə qədər olan məsafəni ifadə edir ki, həmin məsafə a -dan kiçik olsun. Bu isə $(-a; a)$ intervalında yerləşən nöqtələr çoxluğundan ibarətdir.



Deməli, $|x| < a$ bərabərsizliyi $-a < x < a$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Oxşar olaraq, $|x| \leq a$ bərabərsizliyi $-a \leq x \leq a$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

$a > 0$ olduqda $|x| > a$ bərabərsizliyi həndəsi olaraq hesablama başlanğıcından məsafəsi a -dan böyük olan bütün x nöqtələri çoxluğunu ifadə edir. $(-\infty; -a)$ və ya $(a; +\infty)$ aralıqlarının hər hansı birindən götürülmüş istənilən x üçün hesablama başlanğıcından x -ə qədər məsafə a -dan böyükdür.

Deməli, $|x| > a$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu $x < -a$ və ya $x > a$ bərabərsizliyinin ödənilməsi aralıqların birləşməsindən alınan $(-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$ çoxluğudur.



$|x| \geq a$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu isə $(-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$ olur.

Öyrənmə tapşırıqları

1 $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$ ədədlərindən hansılar verilmiş bərabərsizliyin həllidir?

a) $|x| < 2$

b) $|x| > 1$

c) $|x| \leq 3$

d) $|x| > 4$

2 Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $|x| < 4$

b) $|x| \leq 2$

c) $|x| < -1$

d) $|x| < 5$

e) $|x| > 4$

f) $|x| > 2$

g) $|x| > -1$

h) $|x| > 0$

3 Nümunəyə oxşar üsulla həll edin.

a) $|x - 2| > 2$

b) $|x - 1| > 3$

c) $|2x - 5| \geq 3$

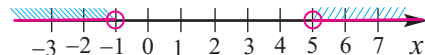
d) $|2x + 1| > 5$

e) $|7x - 2| \geq 5$

f) $|3x - 1| > 8$

Nümunə. $|x - 2| > 3$ bərabərsizliyini həll edək. $|x - 2| > 3$ bərabərsizliyi o zaman doğru olur ki, $x - 2 < -3$, yaxud $x - 2 > 3$ bərabərsizliyi doğru olsun. Birinci bərabərsizlikdən $x < -1$, ikincidən isə $x > 5$ alırıq.

Cavab: $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$



4 Nümunəyə oxşar üsulla həll edin.

a) $|x - 5| < 1$

b) $|x + 1| < 3$

c) $|2x - 1| \leq 7$

d) $|3x + 2| < 8$

e) $|7x - 2| \leq 5$

f) $|3x - 1| < 8$

Nümunə : $|2x - 3| < 7$ bərabərsizliyini həll edək.

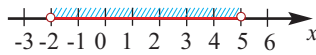
$$-7 < 2x - 3 < 7 \quad \text{3 əlavə edək}$$

$$-4 < 2x < 10 \quad \text{2-yə bölək}$$

$$-2 < x < 5$$

Cavab : $(-2 ; 5)$

Həllin qrafik təsviri:



5 Standarta görə qutulardakı düyü 450 q olmalıdır. Qutuların üzərində $450 \text{ q} \pm 14 \text{ q}$ məlumatı qeyd edilmişdir. Bu məlumata görə bir qutudakı düyünün həqiqi kütləsi hansı intervalda dəyişir?

Həll nümunəsi.

Sözlə yazılış:

Standart 450 q

Həqiqətdə x

Mütləq xəta 14

$$|\text{standart kütlə} - \text{həqiqi kütlə}| \leq \text{mütləq xəta}$$

Riyazi yazılış:

$$|x - 450| \leq 14$$

$$-14 \leq x - 450 \leq 14$$

$$436 \leq x \leq 464$$

6 Üzmə hovuzunda suyun qələvililiyinin 7,5 pH səviyyəsində saxlanılması tövsiyə edilir. Kənara çıxma 0,3 pH ola bilər. Uyğun bərabərsizliyi yazın.

7 Sağlamlıq mərkəzində abunə haqqı 25 manatdır. Lakin bəzi fəaliyyətləri əlavə etməklə və ya çıxmaqla, bu qiymət 5 manata qədər arta və ya azala bilər. Qiymət dəyişməsinə modullu bərabərsizliklə yazın.

8 Bərabərsizlikləri həll edin.

1) $\left| \frac{2p - 8}{4} \right| \geq 9$

2) $\left| \frac{7c + 3}{2} \right| \leq -5$

3) $\left| \frac{2g + 3}{2} \right| > -7$

4) $|-6r - 4| < 8$

5) $|-3p - 7| > 5$

6) $|-h + 1,5| < 3$

9 a -nın hansı qiymətlərində bərabərsizliyin həllər çoxluğu R həqiqi ədədlər çoxluğu olar?

a) $|x + 1| \geq a - 2$

b) $|x - 3| > a + 1$

10 Bərabərsizlikləri ikiqat bərabərsizlik şəklində yazın və həll edin.

a) $|x + 8| < 5$

b) $|9 - x| > 21$

c) $|10 - 3x| \geq 17$

d) $|11 - 2x| \geq 13$

e) $|x + 5| \leq 9$

f) $|14x + 10| < 18$

11 Sürət nəzarət qurğusu saatda 55 km sürətlə hərəkət edən avtomobilin sürətinin dəyişməsinə 3 km/saat civarında tənzimləyir. Uyğun bərabərsizliyi yazın.

12 Bərabərsizliklərdən hansının həlli yoxdur, hansının həlli var? Həlli ədəd oxu üzərində təsvir edin.

a) $|m + 4| < -2$

b) $|-2c - 3| > -4$

c) $|-h + 1,5| < 3$

- 1» Avtomobil kirayə verən A şirkəti kirayə haqqı olaraq gündəlik 4 manat və hər kilometr üçün 0,25 manat, B şirkəti isə gündəlik 25 manat və hər kilometr üçün 0,15 manat tələb edir. Gündə neçə kilometr yol qət edən müştəri üçün A şirkətinin təklifi B şirkətinin təklifindən sərfəli olacaq?

A şirkəti:

günlük haqq + 1 km haqq $\times$ qət edilən yol km-lə

$$4 + 0,25x < 25 + 0,15x$$

$$0,25x - 0,15x < 25 - 4$$

$$0,1x < 21$$

$$\frac{0,1x}{0,1} < \frac{21}{0,1}$$

$$x < 210$$

B şirkəti:

günlük haqq + 1 km haqq $\times$ qət edilən yol km-lə

Gündə 210 km-ə qədər yol qət edənlər üçün A şirkətinin təklifi daha sərfəlidir. Yoxlayaq:

məsələn, $x = 200$ km olsa,

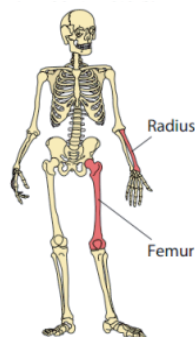
A şirkəti: $4 + 0,25 \cdot 200 = 54$,

B şirkəti: $25 + 0,15 \cdot 200 = 55$

$$54 < 55$$

- 2» Şirkət yeni printer almağı planlaşdırır. A printerinin qiyməti 85 manatdır, hər nüsxənin çapı üçün isə 0,05 manat xərclənir. B printerinin qiyməti isə 215 manatdır, hər nüsxə üçün 0,01 manat xərc tələb edir. Hansı şərtlər daxilində B printerini almaq sərfəli olar?

- 3» Tibbi ekspertiza mütəxəssisləri insanın sümüklərinin ölçüsünə görə onun boyunu təxmin edə bilirlər. Bir gənc qızın boyunu femur (bud) sümüyünün uzunluğuna görə $|h - (2,47f + 54,10)| \leq 3,72$ bərabərsizliyindən, bir gənc oğlanın boyunu isə radius (mil) sümüyünün uzunluğuna görə $|h - (3,32r + 85,43)| \leq 4,57$ bərabərsizliyindən istifadə etməklə təxmini müəyyən etmək olar. Burada f -femur sümüyünün, r - radius sümüyünün uzunluğudur, h isə boyu göstərir.



- a) Femur sümüyünün uzunluğu 30,25 sm olan qadının boyu hansı intervalda ola bilər?
- b) Radius sümüyünün uzunluğu $r = 25,45$ sm olan gəncin boyunun hansı intervalda olduğunu düşünmək olar?

- 4» Temperaturun Farengeyt ölçü vahidi ilə Selsi vahidi arasında əlaqə $F = \frac{9}{5}C + 32^\circ$ kimidir. Temperatur gün ərzində 65° -dən 115° Farengeyt qədər dəyişmişə, temperatur dəyişməsinə Selsi ilə ifadə edin.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

5» Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $|x - 3| < 2$

b) $|x + 1| < 5$

c) $|y - 5| \leq 1$

d) $|2x - 3| \leq 7$

e) $|7x + 5| < 16$

f) $|4x + 1| < 5$

6» a -nın hansı qiymətlərində bərabərsizliyin həlli yoxdur? a -nın elə bir qiymətini göstərin ki, bərabərsizliyin həlli olsun və bu həlli tapın.

a) $|x - 2| < a - 1$

b) $|x + 3| \leq a + 1$

7» $|3 - 2x| < 5$ bərabərsizliyinin ən böyük və ən kiçik tam həllərinin hasilini tapın.

8» Üç ardıcıl tam ədədin cəmi 63 ilə 81 arasındadır. Bu şərti ödəyən ədədlər çoxluğunu yazın.

9» Düzbucaqlı formada olan vərəqin uzunluğu enindən 2 dəfə böyükdür. Vərəqin hər tərəfindən 1 sm kəsdikdən sonra vərəqin perimetri ən çoxu 1m oldu. Kəsilmiş düzbucaqlının ən böyük ölçülərini tapın.

10» Həlli boş çoxluq olmayan bərabərsizliklərin həllini ədəd oxu üzərində təsvir edin.

$$2x + 3 > 1$$

$$2t + 7 \geq 13$$

$$-5 < 1 - 2k < 3$$

$$5x - 9 \geq 6$$

$$5t - 4 < 6$$

$$-6 \leq 5 - 3m \leq 7$$

$$|12 - x| \leq 9$$

$$|16 - x| \geq 10$$

$$-3 < 2 - \frac{d}{3} \leq -1$$

11» Metro xəttinin uzunluğu 9 km-dir. Qatar ilk və son stansiyalar arasında 6 stansiyada dayanır. Qatar dayanmalarla birlikdə bu məsafəni ən çoxu 20 dəqiqəyə qət edir. Qatarın hərəkət sürəti saatda 36 km olarsa, qatar hər stansiyada ən çoxu neçə dəqiqə dayanmış olar?

12» Ədəd oxu üzərində təsvir edin. Uyğun bərabərsizlikləri yazın.

1) -5 -dən kiçik və ya 8 -dən böyük bütün həqiqi ədədləri;

2) 3 -dən böyük və 8 -dən kiçik ədədləri.

13» Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadənin mənası vardır?

a) $\sqrt{12 - 3x}$

b) $\sqrt{2x + 15}$

c) $\sqrt{(1 - \sqrt{6})(x - 6)}$

d) $\sqrt{(3 - \sqrt{8})(8 - x)}$

e) $\sqrt{|x - 1| - 2}$

f) $\sqrt{3 - |x - 1|}$

14» c -nin hansı qiymətlərində $x^2 - 2x + c = 0$ tənliyinin:

a) iki müxtəlif həqiqi kökü var;

b) həqiqi kökü yoxdur?

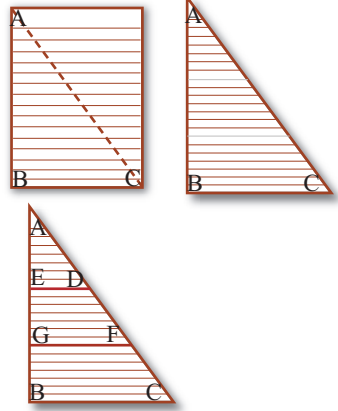
Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Praktik məşğələ. 1. Bir vərəq kağızı diaqonalı boyu qatlayın və kəsin. Alınan düzbucaqlı üçbucağı ABC adlandırın.

2. Kağızı iki dəfə elə qatlayın ki, AB tərəfinə perpendikulyar parçaların izləri alınsın. Bu izləri karandaşla çəkin.

3. D, E, F və G nöqtələrini qeyd edin. AC, AB, BC, AF, AG, FG, AD, AE və DE parçalarının uzunluqlarını xətkəslə millimetr dəqiqliyi ilə ölçün.

4. Apardığınız ölçmələr əsasında nisbətləri yazın. Nəticəni mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və cədvəli tamamlayın.



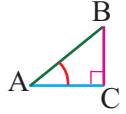
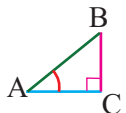
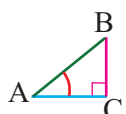
$\triangle ABC$	$\triangle AED$	$\triangle AGF$
$\frac{BC}{AC} \approx$ 	$\frac{ED}{AD} \approx$ 	$\frac{GF}{AF} \approx$
$\frac{AB}{AC} \approx$ 	$\frac{AE}{AD} \approx$ 	$\frac{AG}{AF} \approx$
$\frac{BC}{AB} \approx$ 	$\frac{ED}{AE} \approx$ 	$\frac{GF}{AG} \approx$

5. Nisbətlər haqqında fikirlərinizi ümumiləşdirin.

6. Bu üçbucaqlarda $\angle A$ haqqında hansı fikirləri söyləmək olar?

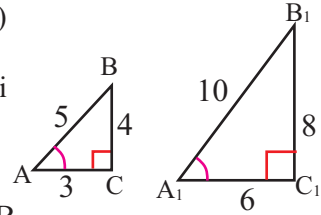
Triqonometriya qədim yunan sözüdür. **Triqonon** - üçbucaq, **metron** - ölçmə deməkdir. Yuxarıda nəzərdən keçirdiyimiz nisbətlər - düzbucaqlı üçbucaqda iki tərəfin nisbəti triqonometrik nisbətlər adlanır və bu nisbətlərin (bu halda A bucağına nəzərən) hər birinin xüsusi adı və qısa yazılışı mövcuddur: *sinus* - *sin*, *kosinus* - *cos*, *tangens* - *tg*.

Triqonometrik nisbətlər

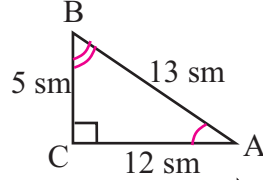
İti bucağın sinusu bu bucağın qarşısındakı katetin hipotenuza olan nisbətinə bərabərdir.	$\sin \angle A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}$	
İti bucağın kosinusu bu bucağa bitişik katetin hipotenuza olan nisbətinə bərabərdir.	$\cos \angle A = \frac{\text{bitişik katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\cos \angle A = \frac{AC}{AB}$	
İti bucağın tangensi bu bucağın qarşısındakı katetin bitişik katetə olan nisbətinə bərabərdir.	$\text{tg} \angle A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{bitişik katet}}$	$\text{tg} \angle A = \frac{BC}{AC}$	

Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

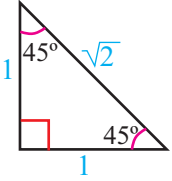
- 1» Şəkildəki $\triangle ABC$ və $\triangle A_1B_1C_1$ (TTT əlamətinə görə) oxşar üçbucaqlardır. A və A_1 bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın. Fikirlərinizi ümumiləşdirin.



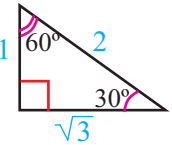
- 2» Şəklə görə a) $\sin \angle A$, $\cos \angle A$, $\operatorname{tg} \angle A$;
b) $\sin \angle B$, $\cos \angle B$, $\operatorname{tg} \angle B$ -ni hesablayın.



- 3» Bucaqları 45° ; 45° ; 90° olan üçbucağın tərəflərinin uzunluğundan istifadə etməklə 45° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.

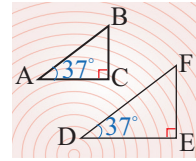


- 4» Bucaqları 30° ; 60° ; 90° olan üçbucaqdan istifadə etməklə a) 30° ; b) 60° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.



- 5» 3-cü və 4-cü tapşırığın nəticələrinə görə 30° , 45° , 60° -li bucaqların $\sin$, $\cos$, tg -ni göstərən cədvəl tərtib edin.

- 6» Səbinə deyir ki, $\triangle DEF$ -də $\angle D$ -nin sinusunu $\triangle ABC$ -də $\angle A$ -nın sinusundan böyükdür. Çünki $\triangle DEF$ üçbucağı $\triangle ABC$ üçbucağından böyükdür. Səbinənin fikrinə münasibətinizi şifahi və yazılı olaraq bildirin.



- 7» İti bucağın sinus və ya kosinusunu 1-dən böyük ola bilərmi? İti bucağın tangensini 1-dən böyük və ya kiçik, yaxud da 1-ə bərabər ola bilərmi?

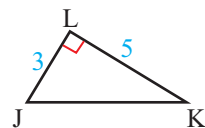
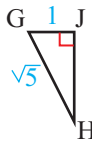
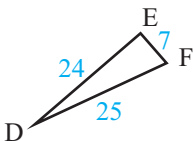
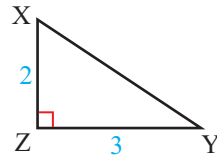
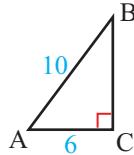
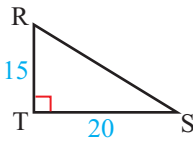
- 8» Aşağıda verilənlərə görə bucaqları qurun.

$$1) \operatorname{tg} \angle A = \frac{4}{3}$$

$$2) \sin \angle A = \frac{3}{5}$$

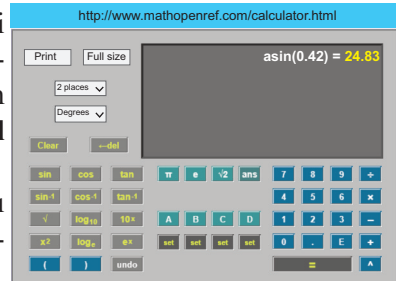
$$3) \cos \angle A = \frac{3}{5}$$

- 9» Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı üçbucağın iti bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın. Nəticəni lazım olduqda ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Verilən bucağın sinus, kosinus və tangensini hesablamaq, həmçinin verilən triqonometrik nisbətə görə bucağın dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün <http://www.mathopenref.com/calculator.html> kimi xüsusi kalkulyatorlardan istifadə edilir.



1) Şəkilə 74° -li bucağın sinusunu tapma qaydası verilmişdir. Analoji qayda ilə onun kosinus və tangensi kalkulyatorla tapılır.

2) $\sin \angle A = 0,42$ olduğuna görə $\angle A$ -nın dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün $\sin^{-1}$ ($\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$) klavişindən istifadə etmək lazımdır. Bu halda hesablama yüzdəbir dəqiqliklə aparılmışdır. Menyuda vergüldən sonrakı rəqəmlərin sayına görə hesablama dəqiqliyini seçmək olar.

Nümunə	Klaviatura düymələri	Kalkulyatorla görüntü
$\sin 74^\circ$	SIN 74 ENTER və ya =	0,9613
$\sin \angle A = 0,42$	SIN⁻¹ 0,42 ENTER və ya =	24,83

10 a) Kalkulyatorun köməyiylə yüzdəbir dəqiqliklə hesablayın.

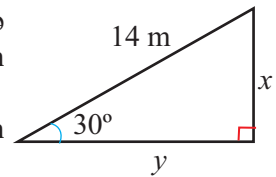
- | | | | |
|--------------------|--------------------------------|--------------------|---------------------------------|
| 1) $\cos 70^\circ$ | 3) $\operatorname{tg} 2^\circ$ | 5) $\sin 78^\circ$ | 7) $\cos 36^\circ$ |
| 2) $\cos 23^\circ$ | 4) $\cos 63^\circ$ | 6) $\sin 56^\circ$ | 8) $\operatorname{tg} 66^\circ$ |

b) Bucaqların dərəcə ölçülərini kalkulyatorla ondabir dəqiqliklə tapın.

- | | | |
|--|--|----------------------------|
| 1) $\operatorname{tg} \angle A = 0,5095$ | 3) $\operatorname{tg} \angle B = 1,4653$ | 5) $\cos \angle A = 0,25$ |
| 2) $\sin \angle A = 0,35$ | 4) $\cos \angle A = 0,135$ | 6) $\sin \angle A = 0,135$ |

11 Triqonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə düzbucaqlı üçbucağın bucaqlarını, tərəflərinin uzunluqlarını tapmaq olar.

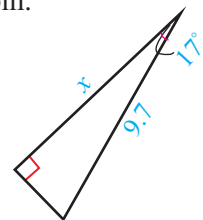
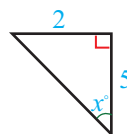
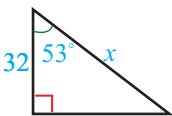
Məsələn, şəkiləki düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəflərini tapmaq.



$$\sin 30^\circ = \frac{x}{14} \quad x = 14 \cdot \sin 30^\circ = 14 \cdot 0,5 = 7 \text{ (m)}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{y}{14} \quad y = 14 \cdot \cos 30^\circ \approx 14 \cdot 0,866 = 12,124 \approx 12,1 \text{ (m)}$$

x -lə işarə edilmiş bucağı və ya tərəfi ondabir dəqiqliklə tapın.

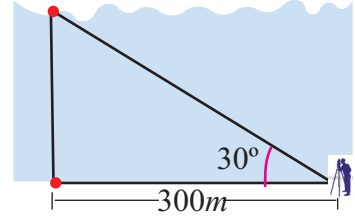


Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

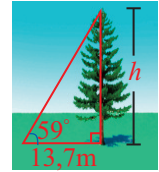
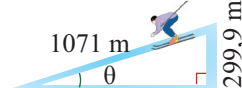
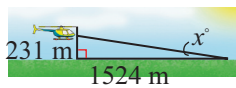
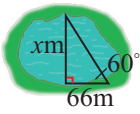
Teodolit bucaqları ölçmək üçün istifadə edilən xüsusi alətdir. Mütəxəsislər bucaqları ölçdükdən sonra trigonometriyanın köməyi ilə lazım olan uzunluqları, hündürlükləri hesablaya bilirlər.



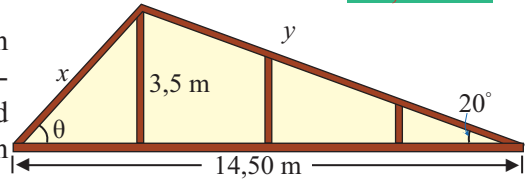
- 1) Çayın üstündən yeni körpü salınması üzərində işləyən mühəndis teodolitlə ölçmələr aparır. Mühəndis olduğu tərəfdə sahilboyu 300 m-lik məsafəni ölçdü və nişangah qoydu. O, bu nişangahın bərabərində digər sahilə yerləşən nöqtənin, dayandığı yerdən 30° -li bucaq altında göründüyünü teodolitlə ölçdü. Bu məlumatlara görə çayın enini metr dəqiqliyi ilə tapın.



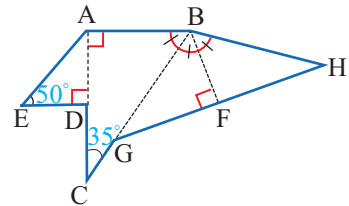
- 2) Şəildə verilənlərə görə naməlum tərəfin uzunluğunu və naməlum bucağı dərəcə ölçüsünü tapın.



- 3) Şəildə evin damının öndən görüntüsünün bir hissəsi verilmişdir. Bu konstruksiyada qeyd olunmuş x və y tərəflərinin uzunluqlarını və θ bucağını tapın.

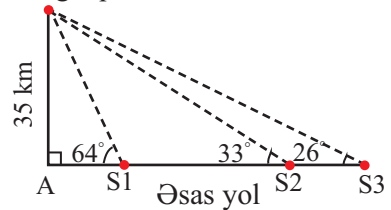


- 4) $AD = GF$, $AC = 25$ m və D nöqtəsinin AC-nin orta nöqtəsi olduğuna görə şəildəki fiqurun perimetrini tapın.



- 5) Kosmik radio dalğa ötürücüsü olan qüllə siqnalları magistral yol üzərində yerləşən S1, S2, S3 stansiyalarına ötürür. Əsas qüllədən magistral yola qədər məsafə 35 km-dir. Əsas qülləyə nəzərən stansiyaların yerləşməsi şəildə göstərildiyi kimidir. Əsas qüllədən hər bir stansiyaya qədər olan məsafələri tapın.

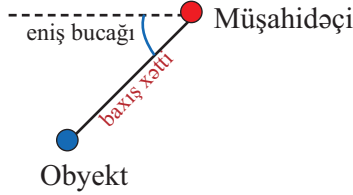
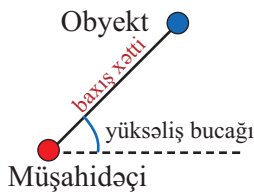
Dalğa qülləsi



Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

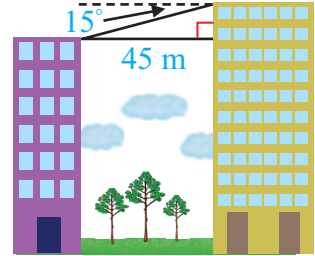
Trigonometrik nisbətlərin köməyiylə real həyatda obyektlərin hündürlüyünü, onlar arasındakı məsafəni hesablamaq mümkündür. Bu tip ölçüləri müəyyən etmək üçün **yüksəliş** və **eniş bucağından istifadə edilir**.

Yüksəliş və **eniş bucaqları** müşahidəçidən obyektə çəkilmiş baxış xətti ilə üfüqi xəttin əmələ gətirdiyi bucaqlardır.



6

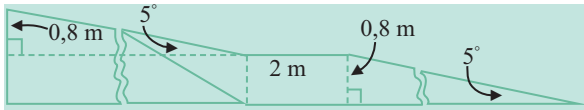
İki çoxmərtəbəli bina arasındakı məsafə 45 m-dir. Mərtəbələrinin sayı daha çox olan binanın hündürlüyü 60 m-dir. Digər binanın hündürlüyünü tapın.



7

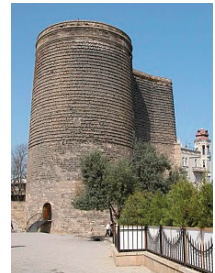
Sağlamlıq imkanları məhdud olan şəxslər üçün tikilən yola müəyyən standartlar tətbiq edilir. Bu yollarda hündürlükləri 80 sm, meyil bucağı 5° olan maili hissələrin uzunluğu 2 m olan düz hissələrlə növbələşməsi ən yaxşı variant hesab edilir. Bu tələblərin əks edildiyi plana görə məsələləri həll edin.

1) Uzunluğu 65 m olan xüsusi keçid üçün ən azı neçə hissə olmalıdır?
2) Bu yol adi yol kimi nəzərdə tutulsa, onun uzunluğu neçə metr olar?



8

Eldar Qız qalasından 8 m aralıda dayanmışdır. Eldar dayandığı nöqtədən yüksəliş bucağının 75° olduğunu ölçdü. Bu məlumatlara görə şəkil çəkin və Qız qalasının hündürlüyünü tapın.

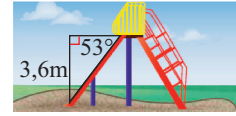


9

İti bucağının sinusu və kosinusu bərabər olan düzbucaqlı üçbucaq haqqında hansı fikirləri söyləmək mümkündür?

Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

- 10** Sürüşkənin eniş bucağı 53° , yerdən hündürlüyü isə 3,6 metrdir. Sürüşkən yolunun uzunluğunu tapın.

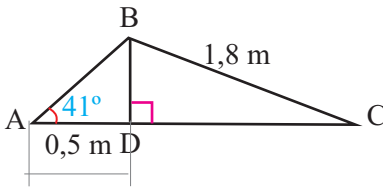


- 11** Siz 30 m hündürlüyü olan təpədən dənizdə üzən yelkənli qayıqı müşahidə edirsiniz.

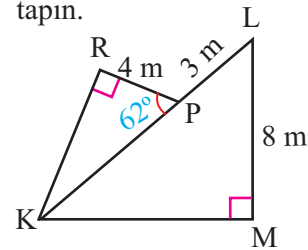
1) Məsələyə uyğun şəkil çəkin.

2) Eniş bucağı $30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ$ olan hallar üçün baxış xəttinizin uzunluğunu (hipotenuz) tapın. Nəticələri cədvəldə yerləşdirin.

- 12** $\triangle ABD$ -nin və $\triangle BDC$ -nin tərəflərinin uzunluqlarını və bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

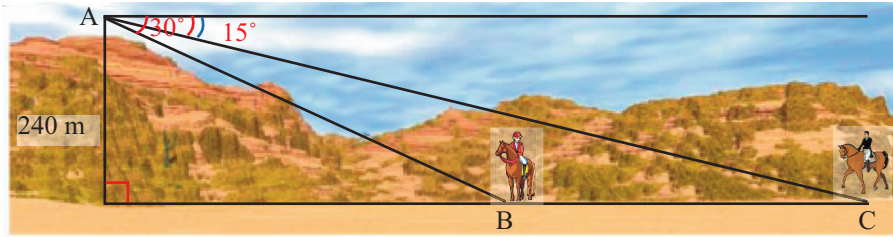


- 13** $\triangle KRP$ -nin və $\triangle KLM$ -in tərəflərinin uzunluqlarını və bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

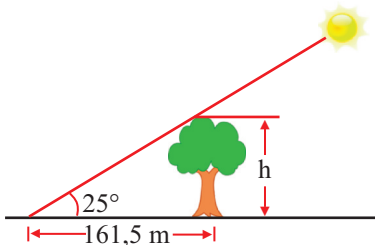


- 14** Təsəvvür edin ki, siz hündürlüyü 240 m olan dağın zirvəsindəsiniz. Buradan dağa tərəf gələn düz yolda iki atlı görürsünüz. B atlısı ilə sizin eniş bucağınız 30° , C atlısı ilə isə 15° -dir. Həmin anda:

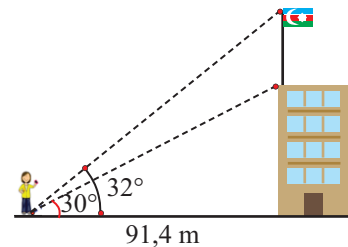
- 1) Dayandığınız nöqtədən hər bir atlıya qədər məsafə neçə metrdir?
2) İki atlı arasındakı məsafə nə qədərdir?



- 15** Şəkilə verilənlərə görə ağacın hündürlüyünü tapın.



- 16** Şəkilə verilənlərə görə binanın və bayrağın hündürlüklərini tapın.



Triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələlərə uyğun şəkillər çəkin.

17» Ticarət mərkəzindəki eskalatorun şaquli hündürlüyü 4,3 m-dir. Bu eskalatorla yuxarıya qalxdıqda üfüqi olaraq 15 m yol gedilmiş olur.

1) Eskalatorun uzunluğunu tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.

2) Məsələdə verilənləri elə dəyişin ki, məsələ triqonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə həll edilsin.

18» Kamil otelin pəncərəsindən küçədən keçən avtobusun hərəkətini müşahidə edir. Avtobus gözdən itənəcən eniş bucağı 46° -dən 18° -yə qədər dəyişir. Kamilin qaldığı otağın pəncərəsi yoldan 20 m hündürlükdə yerləşirsə, müşahidə oluna bilən yolun uzunluğunu müəyyən edin.

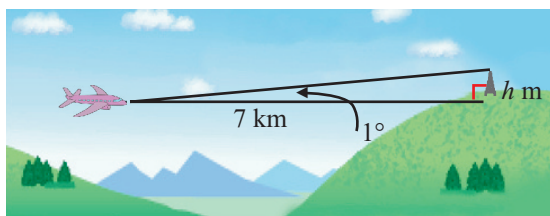
19» Əhməd uzunluğu 34 sm olan taxta çubuğu ölçüləri $12\text{ sm} \times 20\text{ sm} \times 24\text{ sm}$ olan qutuya yerləşdirmək istəyir. Bu mümkündürmü?

20» **Quşları öyrənən elm sahəsi ornitologiya, bu sahənin mütəxəsisləri isə ornitoloq adlanır.** İki ornitoloq bir düz xətt üzərində olmaqla eyni quş yuvasını müşahidə edir. Quş yuvası ilə müşahidəçilər arasındakı yüksəliş bucağı uyğun olaraq 30° və 60° , ornitoloqlar arasındakı məsafə isə 58 metrdir. Hər bir ornitoloq ilə quş yuvası arasındakı məsafə neçə metrdir?

21» Avtomobil qadağan olunmuş yerdə saxlanılmışdır. Evakuatorun kranı 2,8 m uzunluğu olan avtomobilin ön hissəsini 0,75 m yuxarı qaldırmaqla yerdən götürə bilər. Bu halda avtomobilin yerlə əmələ gətirdiyi bucaq neçə dərəcə olacaq?

22» A və B adaları bir birindən 5 km aralıdadır. C adası B adasından şimalda, A adasından isə şərqdə yerləşir. B adası A və C adaları ilə 35° bucaq altında yerləşir. C adası A adasından və B adasından hansı məsafədə yerləşir?

23» Yüksək sürətlə və minimum yüksəliş bucağı altında uçan təyyarəyə radar sistemi mümkün maneələr və maneəyə görə yüksəliş bucağı haqqında məlumatlar göndərir.



Müəyyən hündürlükdə yüksəliş bucağı 1° olmaqla uçan təyyarə 7 km aralıda qüllə olduğu haqqında signal aldı.

Təyyarə hər bir obyektin 300 m hündürlüyündən uçub keçməlidir. Bunun üçün təyyarə yüksəliş bucağını necə dəyişməlidir?

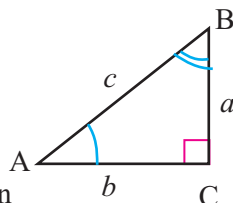
Triqonometrik eyniliklər

ABC düzbucaqlı üçbucağında iti bucaqlardan hər hansı birinin triqonometrik nisbətləri arasında aşağıdakı asılılıqlar mövcuddur.

$$\begin{aligned} 1. \sin \angle A &= \cos(90^\circ - \angle A) = \cos \angle B \\ \sin \angle B &= \cos(90^\circ - \angle B) = \cos \angle A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle A &= \sin(90^\circ - \angle A) = \sin \angle B \\ \cos \angle B &= \sin(90^\circ - \angle B) = \sin \angle A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \angle A &= \frac{a}{c} & \cos \angle A &= \frac{b}{c} \\ \sin \angle B &= \frac{b}{c} & \cos \angle B &= \frac{a}{c} \end{aligned}$$



$\sin \angle A = \cos \angle B$ və $\angle B = (90^\circ - \angle A)$ olduğundan

$$\sin \angle A = \cos(90^\circ - \angle A) = \cos \angle B$$

Burada $\angle A$ və $\angle B$ tamamlayıcı bucaqlardır.

Nümunə. $\sin 55^\circ = \cos(90^\circ - 55^\circ) = \cos 35^\circ$

55° -li bucağın sinusunu 35° -li bucağın kosinusuna bərabərdir.

$$2. \quad \operatorname{tg} \angle A = \frac{\sin \angle A}{\cos \angle A}$$

İsbatı: Tərifə görə $\sin \angle A = \frac{a}{c}$ $\cos \angle A = \frac{b}{c}$ $\operatorname{tg} \angle A = \frac{a}{b}$

Digər tərəfdən $\frac{\sin \angle A}{\cos \angle A} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b}$ Deməli, $\operatorname{tg} \angle A = \frac{\sin \angle A}{\cos \angle A}$

$$3. \quad \sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$$

İsbatı: $\sin \angle A = \frac{a}{c}$ $\sin^2 \angle A = \frac{a^2}{c^2}$ $\cos \angle A = \frac{b}{c}$ $\cos^2 \angle A = \frac{b^2}{c^2}$ tərəf-tərəfə toplasaq,

$$\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2}, \quad a^2 + b^2 = c^2 \text{ olduğundan}$$

$$\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$$

1 a) Verilən ifadələri kosinusla ifadə edin.

1) $\sin 37^\circ$ 2) $\sin 81^\circ$ 3) $\sin 29^\circ$ 4) $\sin 64^\circ$

b) Verilən ifadələri sinusla ifadə edin.

1) $\cos 59^\circ$ 2) $\cos 42^\circ$ 3) $\cos 73^\circ$ 4) $\cos 18^\circ$

2 1) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$ olduğunu hesablamalarla göstərin.

2) ABC düzbucaqlı üçbucağında $\operatorname{tg} \angle A = \frac{1}{3}$ olarsa, A bucağının və B bucağının sinus və kosinusunu hesablayın. Məsələni müxtəlif üsullarla həll edin.

3 $\triangle ABC$ bərabərtərəfli üçbucaqdır. $\triangle EFD$ isə düzbucaqlı üçbucaqdır: $\angle E = 90^\circ$, $FD = 2$, $FE = 1$. İsbat edin ki, $\sin \angle C = \cos \angle D$.

İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

Araşdırma 1) Koordinat müstəvisində A (2; 1) və B(4; 5)

nöqtələrindən keçən düz xətti çəkin.

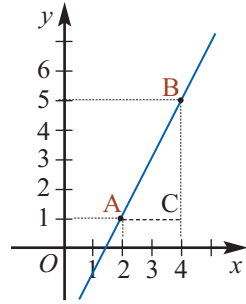
2) A nöqtəsindən absis oxuna paralel çəkin və

şəkildə göstərildiyi kimi C nöqtəsini

qeyd edin.

3) $\triangle ABC$ -də $\frac{BC}{AC}$ nisbətini k ilə işarə edin.

4) Şəklə görə AC və BC parçalarının uzunluqlarını tapın və k -nı hesablayın.



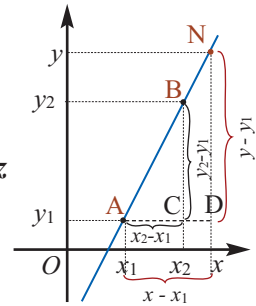
Düz xəttin tənliyi

Tutaq ki, A (x_1 ; y_1) və B (x_2 ; y_2) nöqtələri nə absis, nə də ordinat oxuna paralel olan düz xətlərin üzərində deyillər. A(x_1 ; y_1) və B (x_2 ; y_2) nöqtələrindən keçən düz xəttin üzərində ixtiyari N (x ; y) nöqtəsini qeyd edək.

$$\triangle ABC\text{-dən } k = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle AND \text{ olduğundan } \frac{ND}{BC} = \frac{AD}{AC} \text{ və ya } \frac{ND}{AD} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{Buradan, } \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} . \text{ Bu iki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyidir.}$$



Bu tənliyi $y - y_1 = k(x - x_1)$ şəklinə gətirib,

$y_1 - kx_1 = b$ işarə etməklə $y = kx + b$ şəklində yazmaq olar.

k bucaq əmsalı adlanır və $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ düsturu ilə tapılır.

Nümunə 1. A (-1; 3) və B (1; 7) nöqtələrindən keçən düz xəttin bucaq

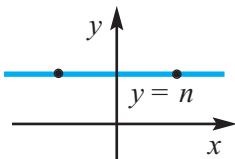
$$\text{əmsalını tapın. } k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{1 - (-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

Nümunə 2. A (-1; 4) və B (2; -5) nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyini yazın.

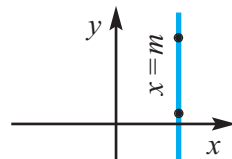
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 4}{x - (-1)} = \frac{-5 - 4}{2 - (-1)} \Rightarrow \frac{y - 4}{x + 1} = -3$$

$$y - 4 = -3(x + 1), \quad y - 4 = -3x - 3, \quad y = -3x + 1$$

Qeyd 1. A və B nöqtələrindən keçən düz xətt absis oxuna paralel olarsa, bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin ordinatı sabit qalır və onun tənliyi $y = n$ şəklində yazılır.



Qeyd 2. A və B nöqtələrindən keçən düz xətt ordinat oxuna paralel olarsa, bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin absisləri sabit qalır və onun tənliyi $x = m$ şəklində yazılır.

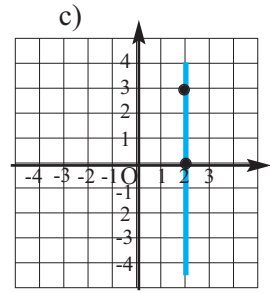
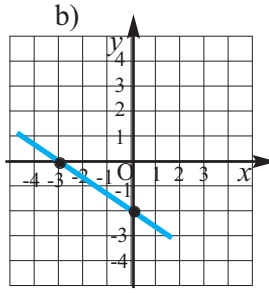
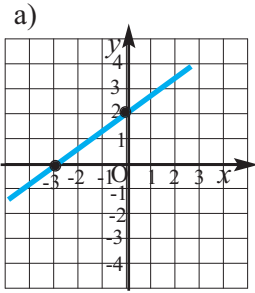


İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

Öyrənmə tapşırıqları

- 1» Aşağıda verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın.
a) A (-2; 1), B (2; 5) b) A (-1; 3), B (1; 9)
c) A (1; 1), B (2; 4) d) A (2; -3), B (4; 0)
- 2» a) k -nin hansı qiymətində $y = kx + 3$ düz xətti A(2; 7) nöqtəsindən keçir?
b) b -nin hansı qiymətində $y = 0,5x + b$ düz xətti A(-2; 3) nöqtəsindən keçir?
- 3» $y = 5x + b$ düz xətti C(-1; 2) nöqtəsindən keçirsə, b -ni tapın.

- 4» Şəkillərə görə verilmiş düz xətlərin tənliklərini yazın.



- 5» k və b -nin hansı qiymətlərində $y = kx + b$ düz xətti A(1; 8) və B(-1; 2) nöqtələrindən keçir.
- 6» A(1; 2) və B(2; 3) nöqtələrindən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın.
Bu düz xətt absis oxu ilə hansı bucaq əmələ gətirir?

- 7» Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin tənliyini yazın.

- 1) A(2; 1) və B(4; 5) 2) A(1; 4) və B(2; 1)
3) A(-1; 1) və B(1; 5) 4) A(2; -1) və B(0; 3)

- 8» 1) A(m ; 1) və B(m ; 3) nöqtələrindən düz xətt keçirin.
Bu düz xətt hansı koordinat oxuna paralel oldu?
Bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin absisləri nəyə bərabərdir?
2) C(1; n) və D(4; n) nöqtələrindən düz xətt keçirin.
Bu düz xətt hansı koordinat oxuna paralel oldu?
Bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin ordinatları dəyişirmi?

- 9» Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xətti çəkin və tənliyini yazın.
a) C(1; 3), D(1; -1) b) C(-1; 2), D(-1; 1)
c) A(3; 5), B(-1; 5) d) A(2; -2), B(5; -2)

İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

Bucaq əmsallarının qiymətinə görə düz xətlərin paralel və ya perpendikulyar olduğunu söyləmək olar. 1. Əgər iki düz xəttin tənliyində bucaq əmsalları bərabərsə, bu düz xətlər paraleldir.

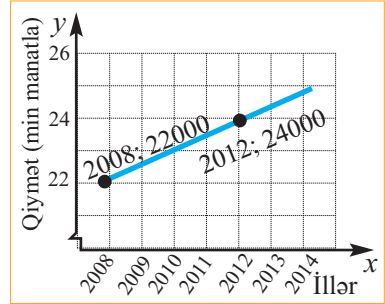
Məsələn, $y = 2x - 5$ və $y = 2x + 7$ tənlikləri ilə verilmiş düz xətlər paraleldir.

2. Bucaq əmsalları $k_1 = -\frac{1}{k_2}$ münasibətini ödəyən düz xətlər perpendikulyardır.

Məsələn, $y = 3x - 1$ və $y = -\frac{1}{3}x + 6$ düz xətləri perpendikulyardır.

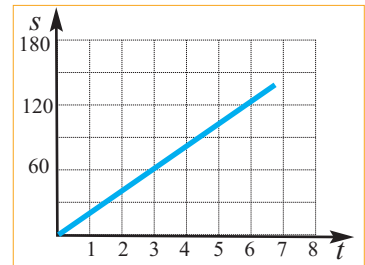
- 10** a) $y = -3x + 5$ düz xəttinə paralel olan və ordinat oxunu 4 nöqtəsində kəsən düz xəttin tənliyini yazın.
 b) $y = -\frac{1}{3}x - 2$ düz xəttinə perpendikulyar olan və absis oxunu -9 nöqtəsində kəsən düz xəttin tənliyini yazın.
- 11** l düz xətti koordinat başlanğıcından keçir və $(-2;3)$, $(4;5)$ nöqtələrindən keçən düz xəttə paraleldir. l düz xəttinin bucaq əmsalını tapın.
- 12** Təpə nöqtələri $A(-6;1)$, $B(-2;-1)$, $C(0;3)$, $D(4;1)$ olan ABCD dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu əsaslandırın.

- 13** Zavod D markalı avtomobilin satış qiymətini 2008-ci ildə 22000 manat, 2012-ci ildə 24000 manat müəyyən etdi. Şəkildəki qrafiki araşdırın, bucaq əmsalını müəyyən edin və 2025-ci ildə bu avtomobilin qiyməti haqqında proqnoz verin.



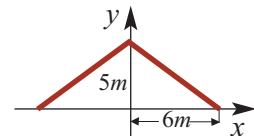
- 14** Üçbucağın təpələri $A(5;0)$, $B(0;5)$ və $C(3;6)$ nöqtələrindədir. Bu üçbucağın düzbucaqlı üçbucaq olub-olmadığını yoxlayın.
- 15** $C(1;4)$, $D(-1;12)$ nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyini yazın. Bu düz xəttin koordinat oxları ilə kəsişməsindən alınan üçbucağın sahəsini tapın.

- 16** Velosipedçinin getdiyi yolun (s), zamandan (t) asılılığı qrafikdə verilmişdir. Düz xəttin bucaq əmsalını tapmaqla hansı kəmiyyəti müəyyən etmək olar?



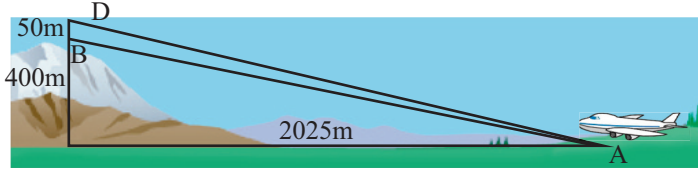
- 17** Elşən işlədiyi hər saat üçün 3,5 manat, üstəlik hər həftə 20 manat əlavə alır. Elşənin həftəlik maaşını işlədiyi saatların miqdarından asılı olaraq hansı düsturla hesablamaq olar?

- 18** Şəkildə evin simmetrik formada olan damının öndən görünüşü verilmişdir. Görünüşün rəngli hissəsinə uyğun düz xətlərin tənliklərini yazın.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Təyyarənin dağın üzərindən 50 m yüksəklikdə uçması üçün yüksəliş bucağı neçə dərəcə olmalıdır?

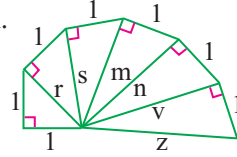


- 2) Diametri 45 sm olan tiri şəkildə göstəriləyi kimi ön və arxa üzü kvadrat olan düzbucaqlı prizma şəklində formaya salmaq istəsələr, bu taxtaların eni ən çoxu neçə santimetr olacaq?



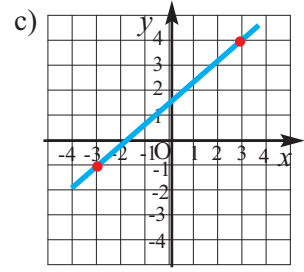
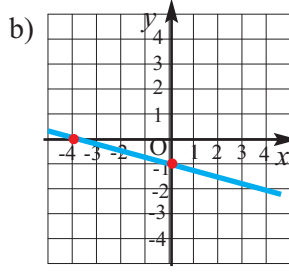
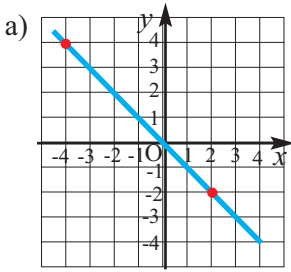
- 3) Şəkildə verilənlərə görə tələb olunan ölçüləri tapın.

- a) r b) s
c) m d) n
e) v f) z



- 4) 1) 45° ; 45° ; 90° dərəcəli bucaqları olan üçbucaq çəkin. Çəkmə üsulunuzu addım-addım şifahi və yazılı olaraq təqdim edin.
2) 30° ; 60° ; 90° dərəcəli bucaqları olan üçbucaq çəkin. Çəkmə üsulunuzu addım-addım şifahi və yazılı olaraq təqdim edin.

- 5) Qrafiklərə görə düz xətlərin bucaq əmsallarını müəyyən edin və uyğun tənlikləri yazın.



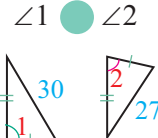
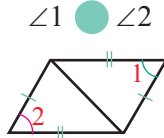
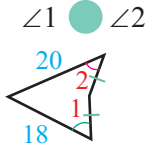
- 6) Verilmiş iki nöqtədən keçən düz xətlərin bucaq əmsallarını tapın və hansı düz xətlərin paralel, hansıların perpendikulyar olduğunu müəyyən edin.

- a) $A(-3, 3)$ və $B(3; -1)$ b) $M(-2, -3)$ və $N(2, 3)$
c) $C(-3, 1)$ və $D(3, 4)$ e) $E(-4, -3)$ və $F(4, 1)$

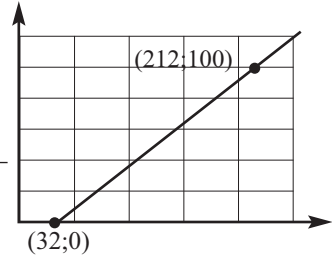
- 7) Təsəvvür edin ki, siz həftə sonu gəzintiyə çıxmısınız. Riyaziyyat müəlliminiz burada sizin bucaq əmsalını düzgün başa düşdüyünüzü yoxlamaq istəyir və sizə belə bir tapşırıq verir. İndi siz $(3; 2)$ nöqtəsindəsiniz, 2 vahid sağa, 4 vahid aşağı, 3 vahid sola, 6 vahid yuxarı, 7 vahid sağa getsəniz, kanat yolunun kassasına çıxarsınız. a) Kassa hansı koordinatlara uyğun nöqtədə yerləşir? b) Sizin indi olduğunuz yer və kassa bucaq əmsalı neçə olan düz xəttin üzərindədir?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 8» Şəkilə verilənlərə görə rəngli xanaların yerinə $<$, $>$, $=$ işarələrindən uyğun gələnini yazın. Fikirlərinizi əsaslandırın.

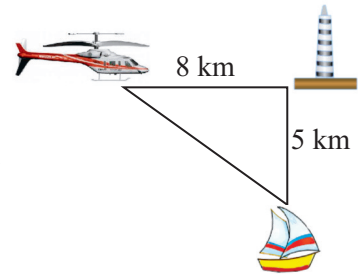


- 9» Su 32°F və ya 0°C -də donur, 212°F və ya 100°C -də qaynayır. Bu məlumatlara görə temperaturun farenqeyt və Selsi ölçüləri arasındakı əlaqəni göstərən xətti tənliyi yazın. **Göstəriş:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ və $y - y_1 = k(x - x_1)$ düsturlarından istifadə edin.

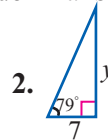
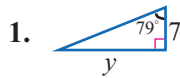


- 10» Təpələri $(-4;4)$, $(-1;-2)$, $(0;6)$, $(3;0)$ nöqtələrində olan paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu yoxlayın.

- 11» Dəniz fənəri qülləsindən 5 km cənubda olan gəmi köməyə ehtiyacı olduğu haqda qülləyə SOS siqnalları göndərdi. Siqnal qüllədən 8 km qərbdə olan vertolyota ötürüldü. Vertolyot gəmiyə çatmaq üçün hərəkət istiqamətini neçə dərəcə bucaq altında dəyişməlidir?



- 12» 2-ci şəkiləki üçbucaq 1-ci şəkiləkindən hansı hərəkətlərin nəticəsində alınmışdır?



- 13» Tərəfləri 18 sm, 22 sm, 28 sm olan üçbucağın ən kiçik bucağının tən bölməni çəkildiyi tərəfi hansı uzunluqda iki parçaya bölür?

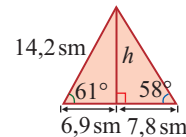
- 14» Hansı bərabərlikdən şəkiləki üçbucağın hündürlüyünü tapmaq üçün istifadə etmək olar?

a) $\cos 58^{\circ} = \frac{h}{7,8}$

c) $\operatorname{tg} 61^{\circ} = \frac{h}{14,2}$

b) $\operatorname{tg} 58^{\circ} = \frac{h}{7,8}$

d) $\operatorname{tg} 61^{\circ} = \frac{h}{6,9}$



- 15» Aşağıdakı məlumatlara uyğun şəkil çəkin. Nərdivanın ayaqları divardan 2,5 m aralı olmaqla 55° -li bucaq altında divara söykədilmişdir. Nərdivanın ən yüksək nöqtəsi evin pəncərəsinin bərabərindədir. Pəncərə yerdən neçə metr hündürlükdədir? Nərdivanın uzunluğu neçə metrdir?

Çoxluqlar üzərində əməllər

Praktik məşğələ. Şəkildə verilmiş Venn diaqramının elementlərini kağızdan kəsib hazırlayın. Çoxluqların kəsişməsi və birləşməsinə aid tapşırıqları yerinə yetirin.

a) $(A \cup B) \cap C$

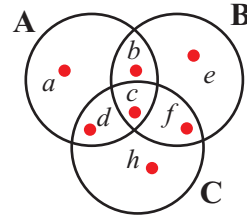
$(A \cup C) \cap B$

$(B \cup C) \cap A$

b) $(A \cap B) \cup C$

$(A \cap C) \cup B$

$(B \cap C) \cup A$



Çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi. Elementlərin sayı

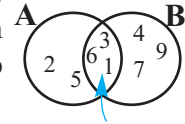
$A \cap B \neq \emptyset$ olduqda, bu çoxluqların birləşməsinə daxil olan elementlərin sayı onların ayrı-ayrılıqda elementləri sayının cəmi ilə ortaq elementlərinin sayı fərqinə bərabərdir.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B).$$

Bu qayda cəm qaydası adlanır.

Nümunə. $A = \{1, 2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 9\}$ verilmişdir.

A çoxluğunun elementlərinin sayı $n(A)$, B çoxluğunun elementlərinin sayı $n(B)$ olsun. Onda $n(A) = 5$, $n(B) = 6$ və $n(A \cap B) = 3$ olduğundan, $n(A \cup B) = 5 + 6 - 3 = 8$



1 Verilənlərə görə tələb olunan çoxluqların elementlərinin sayını tapın.

$$n(A) = 8, n(B) = 13$$

$$n(A \cup B) = 18,$$

$$n(A \cap B) = ?$$

$$n(A) = 8, n(A \cup B) = 17$$

$$n(A \cap B) = 4, n(B) = ?$$

$$n(A) = 10, n(A \cup B) = 15$$

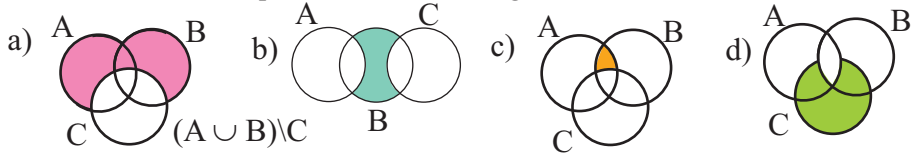
$$A \cap B = \emptyset, n(B) = ?$$

2 $n(A) = 12$, $n(B) = 7$ olduğuna görə: a) $n(A \cup B)$ ən azı neçə ola bilər?

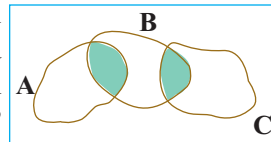
b) $n(A \cup B)$ ən çoxu neçə ola bilər?

3 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 4, 5\}$ olduğuna görə $(B \setminus C) \cup (A \setminus C)$ çoxluğunun elementlərini müəyyən edin.

4 Rəngli hissələr çoxluqlar üzərində hansı əməllərin yerinə yetirildiyini ifadə edir? Nümunə olaraq birinci bəndin həlli göstərilmişdir.



5 Şəkildəki A , B , C yaşayış məntəqələrinin sahələri uyğun olaraq 12 km^2 , 17 km^2 və 24 km^2 -dir. Qonşu ərazilərin hər birinə aid olan göllərin sahələri cəmi 9 km^2 olarsa, üç bölgənin ümumi sahəsi nə qədərdir?



6 Elmi konfransda iştirak edən qonaqlar alman, ingilis və fransız dillərini bilirlər. Alman dilində 12, ingilis dilində 21, fransız dilində isə 8 nəfər danışır. Alman və ingilis dillərini bilənlər 6, alman və fransız dillərində danışanlar 4, ingilis və fransız dillərində danışanlar 3 nəfər, hər üç dildə danışanlar isə 2 nəfər olarsa, elmi konfransda neçə nəfər iştirak edirdi?

Külliyyat, seçim

Tədqiq olunan obyektə geniş diapazonda dəyişən məlumat xas olduqda tədqiqat bu obyektə aid kiçik qruplar üzərində aparılır. Biz geniş diapazonda dəyişən məlumata **külliyyat** (və ya populyasiya), külliyyatdan seçilmiş kiçik qrupa isə **seçim** deyəcəyik. Seçim nümunələrə görə aparılmış tədqiqatın nəticələri külliyyata (populyasiyaya) tətbiq edilir, nəticə çıxarılır və proqnoz verilir.



Kiçik qrupdan - seçimdən məlumatlar toplanır.

Külliyyata tətbiq edilir və nəticə çıxarılır.

Seçim nümunələrinin külliyyatı düzgün təmsil etməsi aparılan tədqiqatın keyfiyyətini müəyyən edir. Məsələn, aşağıda verilən hallardan hansında seçim nümunəsinin külliyyatı həqiqətən təmsil etdiyini araşdıraraq.

1) Fabrikdə istehsal edilən yaddaş çiplərinin keyfiyyətini yoxlamaq üçün hər 100 çipdən biri seçilmişdir.

Külliyyat: fabrikdə istehsal edilən bütün çiplər. **Seçim:** hər 100 çipdən biri, Seçim külliyyatı təmsil edir.

2) Müəllim ev tapşırıqlarının hansı səviyyədə yerinə yetirildiyini yoxlamaq üçün birinci partalarda oturan 3 şagirdin dəftərini yoxladı.

Külliyyat: sinifdəki bütün şagirdlər. **Seçim:** birinci partalarda oturan 3 şagird. Bu halda seçim külliyyatı təmsil etmir.

Seçimlər **sadə təsadüfi seçim** və ya **sistemli təsadüfi seçim** ola bilər.

1) Yeni ətir haqqında fikir toplamaq üçün mağaza işçiləri müştərilərə kiçik qabda ətir verir və fikirlərini soruşur (sadə təsadüfi seçim).

2) Nahar zamanı yeməxanaya daxil olan hər 5 nəfərdən birindən xahiş olunur ki, xidmət keyfiyyətini yoxlamaq üçün tərtib edilmiş sorğu vərəqini doldursun (sistemli təsadüfi seçim).

1 Seçim nümunəsi tədqiqat aparılan obyekt haqqında daha düzgün proqnoz verməyə imkan verirmi? Seçimin növünü müəyyən edin.

1) Müştərilərinin əsas hissəsini tələbələr təşkil edən yeməxana hər 15 tələbənin birindən sevdiyi 4 növ tərəvəzin şəklini sıra ilə divara yapışdırmağı xahiş edir.

2) Müştərilərin nahar zamanı yeməxanada neçə dəqiqə oturduqlarını yoxlamaq üçün hər 10 müştəridən birinin sifariş qəbzinə işarə qoyuldu.

3) İnşa ediləcək yeni futbol meydançasının yerini müəyyən etmək üçün bir futbol komandasının oyunçularının fikri soruşulmuşdur.

4) Şəhər bələdiyyəsi itlərin gəzinti üçün parklara çıxarılmasının əhalinin xoşuna gəlib-gəlmədiyini öyrənmək istəyir. Bunun üçün evində it saxlayan 50 nəfərin fikri soruşulmuşdur.

Məlumatın toplanması

- 2» Tədqiqatın nəticələrinə görə məsələləri həll edin.

İnstitutda oxuyan bütün tələbələrin fikri soruşulsaydı, neçə nəfərin “Bəli” cavabını verəcəyini düşünmək olar? Məsələni tənasüb qurmaqla həll edin.

Külliyyat: 2000 tələbə

Təsadüfi seçim: 40 tələbə

Sual: İnstitutda bədən tərbiyəsi dərsinə ehtiyac varmı?

Nəticələr: 12 Bəli; 28 Yox

Qərar: Tələbələrin çoxu bədən tərbiyəsi dərsinə ehtiyac olmadığını fikirləşir.

- 3» Şəhərdə 10000 nəfər səsvermə hüququ olan şəxs var. Seçkidən əvvəl təsadüfi seçmə ilə müəyyən edilmiş 500 nəfər arasında sorğu aparılmışdır. Onlardan 180 nəfəri “Yox” cavabı vermişdir. Bu sorğunun nəticələrinə görə bütün seçicilərin neçə faizinin indiki merin yenidən seçilməsinə razı olduğunu düşünmək olar?

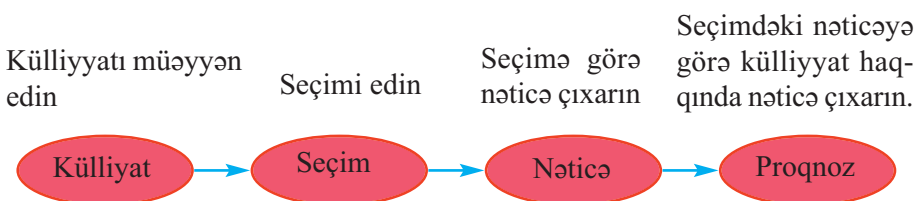
- 4» Aşağıdakı məsələlərdə külliyyat və seçimi göstərin. Seçimin külliyyatı təmsil edib-etmədiyini müəyyən edin və sualları cavablandırın.

1) Rayon mərkəzindəki liseyin 800 şagirdi arasında aparılan sorğunun nəticəsinə görə onların 75%-i “Sizin şəxsi otağınız varmı?” sualına “Bəli” cavabını vermişdir. “Bu rayondakı bütün şagirdlərin 75%-nin şəxsi otağı var” fikri doğrudurmu?

2) Rayon əhalisi arasında hər 10 evdən birinə telefonla zəng edilərək “evinizdə neçə televizor var” sualı ilə aparılmış sorğunun nəticələrinə görə məlum olmuşdur ki, bu rayonda hər 10 evdən 2-də iki televizor var. Bu nəticəyə görə rayon üzrə hər 100 evdən neçəsində iki televizor olduğunu düşünmək olar?

3) Telefon kitabçasından seçmə ilə müəyyənləşdirilmiş 100 nəfərdən rabitə qovşağının internet xidmətinin keyfiyyəti haqqında fikir soruşulmuşdur. Hər 4 nəfərdən 3-ü bu xidmətdən razı olmadığını bildirmişdir. Müştərilərin neçə faizi xidmətdən narazıdır? Bu rabitə qovşağının 155000 istifadəçisi varsa, onların neçə nəfərinin narazı olduğunu düşünmək olar?

- 5» Bir araşdırma mövzusu fikirləşin. Külliyyat və seçimi müəyyənləşdirin. Seçiminizin külliyyatı həqiqətən təmsil etdiyini əsaslandırın.



Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

- 1) Meşənin müxtəlif hissələrində təsadüfi seçmə ilə ağacların gövdəsinin çevrə uzunluğu ölçülmüşdür. Nəticələr aşağıdakı cədvəldə verilmişdir. Cədvələ görə histqram qurun və tapşırıqları yerinə yetirin.

“Ceyrankeçməz” meşəsindən seçim nümunələri		
Gövdəsinin çevrə uzunluğu (sm)	Tel	Sayı
21 - 30		8
31 - 40		28
41 - 50		35
51 - 60		16
61 - 70		8
71 - 80		5

- 1) Təsadüfi seçim yolu ilə müəyyənləşdirilmiş ağacların neçə faizinin çevrəsinin uzunluğu 41-50 sm arasındadır?
- 2) Meşənin ümumi sahəsi 550 ha olarsa və təxminən hər 10 m² sahədə 3 ağac varsa, meşədə çevrəsinin uzunluğu 71-80 sm olan neçə ağac olduğunu düşünmək doğru olardı?
- 3) Bu cür araşdırma aparmalı olsanız, məlumatı necə toplayar və qeyd edərdiniz? Burada nə üçün tellə qeyddən istifadə olunduğunu düşünürsünüz?

- 2) Bir ailənin aylıq xərcləri cədvəldə göstərildiyi kimidir. Cədvələ görə dairəvi diaqramı verilən qayda ilə qurun.

1. Hər bir məlumata uyğun dairə hissəsini müəyyən edin.

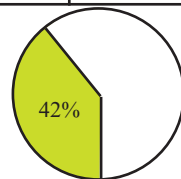
Məsələn, 42% 360°-nin 0,42 hissəsini təşkil edir:
 $0,42 \cdot 360^\circ = 151,2^\circ \approx 151^\circ$

Xərclərin adı	Büdcədə %-i
Yemək	42%
Geyim	13%
Nəqliyyat	6%
Xidmət	17%
Digər	22%

2. Dairəni və onun radiusunu çəkin.

Transportirlə uyğun bucaqları qurun.

3. Hissələrə uyğun sözlü və ədədi məlumatları qeyd edin.



1) Ailənin aylıq büdcəsi 850 manatdır. Hansı iki xərc ümumi büdcənin təxminən $\frac{2}{3}$ hissəsini təşkil edir? Bu, neçə manata uyğundur?

2) Ailə bu ay yeməyə nəzərdə tutulduğundan 15% çox pul xərcləmişdir. Bu pulun 10%-i digər xərclərdən, 5%-i isə geyimdən qənaət edilmişdir. Verilən cədvəli dəftərinizə köçürün və ona məbləğləri manatla ifadə edən sütun əlavə edin.

3» Binanın həyatında avtomobil dayanacağı-
nın ləğv edilməsi barədə qərar vermək
üçün bina sakinləri müzakirələrə yığış-
dılar. Sakinlərin yaşı və sayı haqqında
məlumat histoqramla verilmişdir. Histo-
qrama görə aşağıdakı addımlarla dairəvi
diaqram qurun.

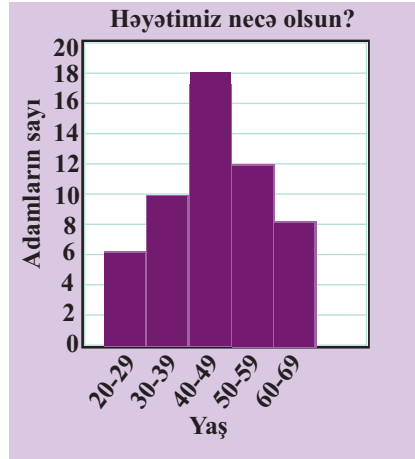
1. Müzakirədə iştirak edənlərin ümumi
sayını tapın. $6 + 10 + 18 + 12 + 8 = 54$

2. Hər bir yaş qrupunun bütün
iştirakçıların sayına olan nisbətini
tapın. 20-29 yaşlılar: $6 : 54 \approx 0,11$

3. Bu nisbətdən uyğun dairə hissəsinin tapılması üçün istifadə edin.
 $0,11 \cdot 360^\circ = 39,6^\circ \approx 40^\circ$

4. Məlumatı dairəvi diaqramla təqdim edin. Hissələrə uyğun sözlü və ədədi
məlumatları qeyd edin.

5. Müzakirənin nəticələri cədvəldə
göstərilirdi kimidir:
Cədvəldə verilmiş məlumatları hansı
qrafik formada təqdim etmək əlveriş-
lidir? Məlumatı əlverişli hesab et-
diyiniz qrafik formada təqdim edin.



Yaş	Qalsın	Sökülsün
20-29	35%	65%
30-39	55%	45%
40-49	60%	40%
50-59	52%	48%
60-69	50%	50%

4» Nazimin kitabxanasında 250 bədii, 125 elmi-kütləvi ədəbiyyat, 25 ensiklo-
pediya və lüğət var. 1) Bu məlumata uyğun dairəvi diaqram qurun.

2) Həyatı situasiyaya uyğun bir məsələ yazın və dairəvi diaqramla təqdim
edin.

5» Düzgün hesab etdiyiniz cavabı seçin. Fikrinizi əsaslandırın.

1) Məktəb yeməxanasının müdiri şagirdlərin ən çox hansı yeməyi sevdiyini
araşdırmağı planlaşdırır. Hansı qrupdan seçim edilsə, sorğunun nəticələrinə
görə düzgün qərar vermək olar:

- a) müəllimlərin; b) yeməxanada nahar edən şagirdlərin;
c) yeməyini evdən gətirən şagirdlərin; d) məktəb rəhbərliyinin?

2) Həmkarlar ittifaqı təşkilatı uşaqlara qayğıını əhatə edən yeni layihənin
işlənməsi üçün işləyən valideynlərin fikirlərini araşdırmağı planlaşdırır.
Araşdırma hansı yaş qrupu arasında aparılsa, effektiv olar?

- a) 20-40 yaş b) 40-60 yaş c) təqaüd yaşlı

İki parametrlə görə məlumatın təhlili

Bir çox hallarda bir obyektə aid iki məlumatın araşdırılması tələb edilir. Bu halda məlumatı cədvəllə təqdim etmək əlverişlidir.

İki dəyişən məlumata görə cədvəlin qurulması qaydasını aşağıdakı nümunə üzərində göstərək:

Nümunə 1. Araşdırma qrupu 100 nəfər arasında yayın hansı ayında və hara istirahətə getdikləri haqqında sorğu aparmışdır. Nəticələr aşağıdakı kimi ikiparametrlilik cədvəllə təqdim edilmişdir.

1. Parametrlər: Ölkə və aylar
2. Parametrlərdən biri - aylar sətirlər boyu, digəri - ölkələrin adları isə sütunlarla yazılır.
3. Uyğun sətir və sütunların kəsişdiyi xanada hər iki parametərə görə ədədi məlumat yerləşdirilir. Məsələn, cədvəldəki 18 ədədi iyun ayında Türkiyədə məzuniyyətini keçirən şəxslərin sayını göstərir.
4. Hər bir ay və hər bir ölkə üzrə ümumi məlumat - ədədi məlumatlar toplanmaqla uyğun "cəmi" xanasında yazılır.

		Ölkələr			Aylar üzrə istirahət edənlərin sayı:
		Türkiyə	Avropa ölkələri	Rusiya	
Ay	İyun	18	6	5	29
	İyul	10	2	19	31
	Avqust	15	15	10	40
	Cəmi	43	23	34	100

3 ay ərzində istirahət edənlərin sayı
 ↑ Türkiyə ↑ Avropa ölkələri ↑ Rusiya

- 1) Rəyi soruşulanların neçə faizi öz məzuniyyətini iyun ayında götürür?
- 2) Rəyi soruşulanların neçə faizi öz məzuniyyətini Türkiyədə keçirir?
- 3) Bu sorğuya görə 1250 nəfərdən təxminən neçəsinin öz məzuniyyətini Avropada keçirəcəyini düşünmək doğru olardı?

6 Sürücülük vəsiqəsi almaq üçün imtahan verən qadın və kişilər arasında ilk imtahanda topladıqları balların vəsiqə almaq üçün yetərli olub-olmadığı haqqında sorğu aparılmışdır. Sorğu 22-si qadın olmaqla ümumilikdə 50 nəfər arasında keçirilmişdir. Qadınlardan 16 nəfəri ilk imtahanda vəsiqə ala bilmədiklərini, kişilərin isə 18 nəfəri elə ilk cəhddən imtahanı uğurla verdiyini bildirmişdir. Bu məlumatlara görə iki parametrlilik cədvəl qurun.

Parametrlər:

1. Gender - kişilər, qadınlar.
2. İlk imtahan - vəsiqə almışdır, vəsiqə almamışdır.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

İki parametrinə görə məlumatı təqdim etmək üçün hissələrə bölünmüş barqrafdan da istifadə edilir.

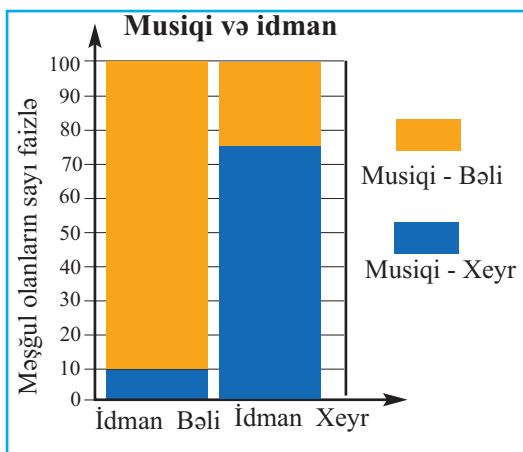
Nümunə 2. 54 nəfər şagird arasında idmanla, yoxsa musiqi ilə məşğul olduqları haqqında araşdırma aparılmışdır. Araşdırmanın nəticələri cədvəllə təqdim edimişdir.

Şagirdlərin musiqi və idmanla məşğul olmaları				
		Musiqi		
İdman		Bəli	Xeyr	Cəmi
	Bəli	27	3	30
	Xeyr	6	18	24
	Cəmi	33	21	54

1) Rəyi soruşulanların neçə faizi həm idmanla, həm də musiqi ilə məşğul olur.

2) Neçə faiz şagird musiqi ilə məşğul olur, idmanla məşğul olmur.

3) Uyğun məlumatı barqrafla (faizlə) şəkildəki kimi təqdim etmək olar. Barqrafda verilmiş məlumatla cədvəldə verilmiş məlumatın eyni olduğunu barqrafın rəngli hissələrinə görə təqdim edin.



7 İbtidai siniflərdə şagirdlərin ev tapşırıqlarını yerinə yetirmək üçün kimdən - valideynlərindən, yoxsa xüsusi müəllimlərdən kömək aldıkları haqqında araşdırma aparılmışdır.

	Valideyn - bəli	Valideyn - xeyr	Cəmi
Xüsusi müəllim - bəli	24	16	
Xüsusi müəllim - xeyr	48	12	
Cəmi			100

1) Ev tapşırıqlarını xüsusi müəllimlə məşğul olan şagirdlərdən neçə faizinin valideynləri övladlarının dərsi ilə məşğul olmur?

2) Neçə faiz şagird ev tapşırığını valideynlərin köməyi ilə yerinə yetirir, xüsusi müəllimə ehtiyacı yoxdur?

3) Cədvəli tamamlayın və nümunə 2-də olduğu kimi hissəli barqraf qurun.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

Səpələnmə diaqramı

Səpələnmə diaqramı iki kəmiyyətin bir-birindən necə asılı olduğunu təqdim etmək üçün istifadə olunur. Kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin dəyişməsi ilə digərinin qanunauyğun dəyişməsi baş verirsə, onlar arasındakı qarşılıqlı əlaqə **korrelyasiya** adlanır.

Müsbət korrelyasiya - kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin artması digərinin də artması ilə müşayiət olunur.

Mənfi korrelyasiya - kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin artması digərinin azalması baş verdikdə olur.

Həmçinin, korrelyasiyanın olmadığı hal da mümkündür.

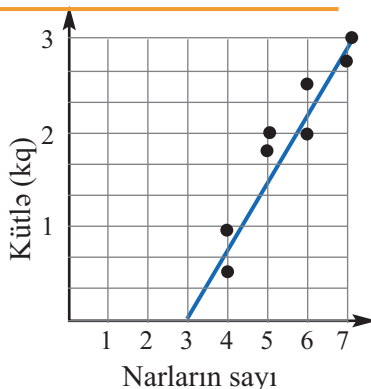
Nümunə 1

Bağlamanın kütləsinin bağlamadakı narların sayından asılılığı səpələnmə diaqramında verilmişdir.

Absis oxu üzərində narların sayını, ordinat oxu üzərində bağlamaların kütlələrini qeyd etməklə cədvələ görə səpələnmə diaqramı qurulmuşdur. Diaqramdan görünür ki, eyni sayda narların müxtəlif kütlələri ola bilər. Başqa sözlə desək, bu dəyişənlər arasında birqiymətli asılılıq yoxdur. Lakin diaqramda narların sayı artdıqca bağlamanın kütləsinin artdığı görünür.

Müsbət korrelyasiya

Narların sayı	Kütləsi (kq)
4	0,5
4	1
5	1,8
5	2
6	2
6	2,5
7	2,8
7	3

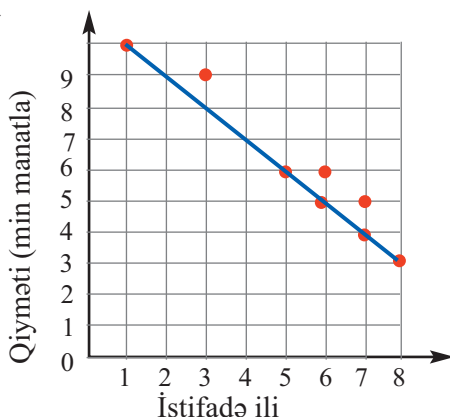


Nümunə 2

Cədvəl və diaqramda avtomobillərin istifadə müddəti ilə qiymətləri arasındakı əlaqə verilmişdir.

Mənfi korrelyasiya

İstifadə müddəti	Qiyməti (min manatla)
1	10
3	9
5	6
6	6
6	5
7	5
7	4
8	3



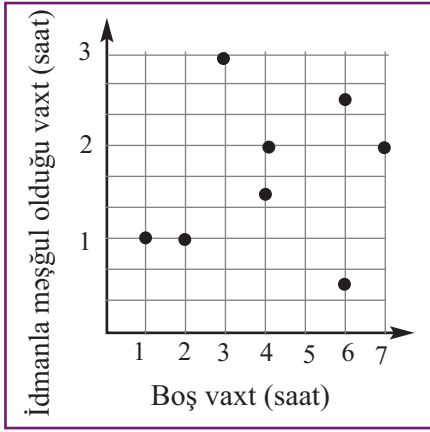
Avtomobillərin istifadə müddəti artdıqca onların qiyməti azalır. Bu iki dəyişən arasındakı əlaqə mənfi korrelyasiyadır.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

Nümunə 3

Cədvəl və səpələnmə diaqramı Nəsinin boş vaxtını və idmanla məşğul olduğu vaxtı göstərir.

Əlaqəsi olmayan (korrelyasiya olmayan)



Boş vaxtı	İdmanla məşğul olduğu vaxt
1	1
2	1
3	3
4	2
4	1,5
6	0,5
6	2,5
7	2

Nümunə 1, 2 və 3-də verilmiş cədvəllərdəki məlumatları dəyişdirin və uyğun səpələnmə diaqramlarını siz də qurun.

8

Səpələnmə diaqramında qızların yaşları və məşq zamanı üzə bildikləri məsafələr verilmişdir. Diaqrama görə suallara cavab verin.

1) 300 m məsafəyə üzmüş yaşca ən kiçik olan kimdir?

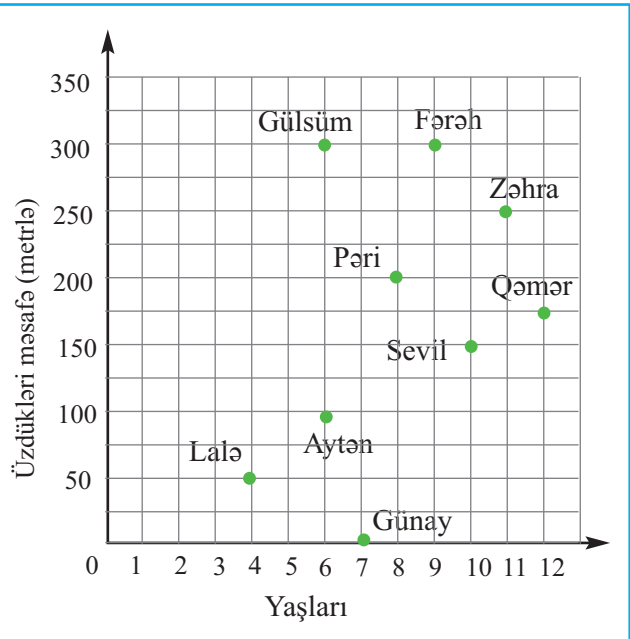
2) Kim üzməyi bacarmır?

3) Qızlardan yaşca ən kiçiyi kimdir?

4) Altıyaşlılardan kim daha yaxşı üzür?

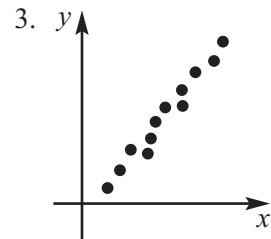
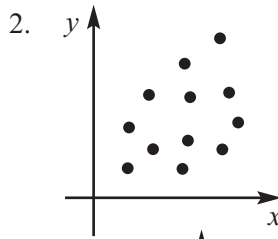
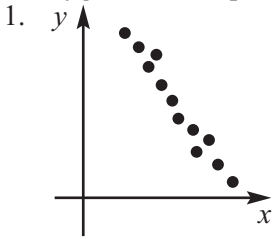
5) Kim daha uzağa üzə bilmişdir: Zəhra, Lalə yoxsa Pəri?

6) Qızların yaşları ilə üzdükləri məsafə arasında əlaqə varmı?

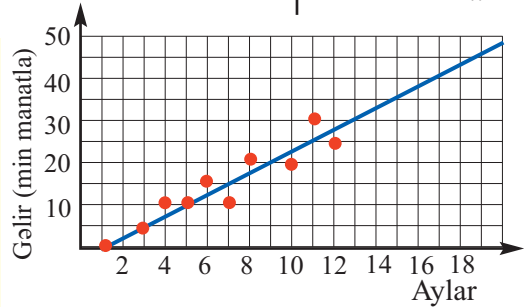


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1» Hər bir səpələnmə diaqramında korrelyasiyanın növünü müəyyən edin. Uyğun məsələ qurun.



- 2» Səpələnmə diaqramı yeni yaradılmış şirkətin ilk bir il ərzindəki gəlirini əks etdirir. Bu diaqrama görə şirkətin 16-cı ayda gəlirinin ən azı neçə manat olacağını düşünmək daha doğru olardı?



- 3» Fəsil dəyişməsi ilə bağlı mağazadakı qalıq mallar haqqında məlumat cədvəldə verilmişdir. Cədvəli tamamlayın və tapşırıqları yerinə yetirin. 1) Mağazada neçə yaşıl rəngli idman köynəyi qalmışdır?

2) Növbəti fəsil üçün hansı ölçülərdə köynəklərin daha çox sifariş verilməsi doğru olardı?

3) Köynəklər üst-üstə qarışıq olaraq yığılmışdır. Bir köynək çıxarsanız, onun L ölçüdə və mavi rəngdə olması ehtimalı nə qədərdir?

		Ölçü					
Rəng		S	M	L	XL	XXL	Cəmi
	Ağ	3	1	2	1	3	
	Mavi	2	0	2	1	2	
	Yaşıl	3	1	3	0	2	
	Qara	1	0	1	0	1	
	Cəmi						

- 4» 8-ci sinif şagirdləri faiz və nisbət mövzusunda aid 2 dəfə test tapşırıqları yerinə yetirdilər. 10 şagirdin topladığı ballar aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdir.

1) 2-ci test tapşırıqlarında 1-ci testə görə ən azı 5% daha yaxşı nəticə göstərən şagirdlərin sayı neçə nəfərdir?

2) Ən çox bal toplayan şagird mümkün ən yüksək balın neçə faizini toplamışdır?

3) Bu nəticələrin ümumilikdə yaxşı və ya pis olduğunu ədədi orta, moda və mediandan istifadə etməklə təqdim edin.

Adı	Mümkün ən yüksək bal: 50	
	1-ci test	2-ci test
Əli	38	35
Lalə	34	38
Aytən	42	46
Ayan	26	30
İsa	30	28
Samir	18	19
Nailə	21	24
Kərim	45	40
Tahir	48	44
Günəl	38	36

Mərkəzə meyilli ölçülər və ən böyük fərq

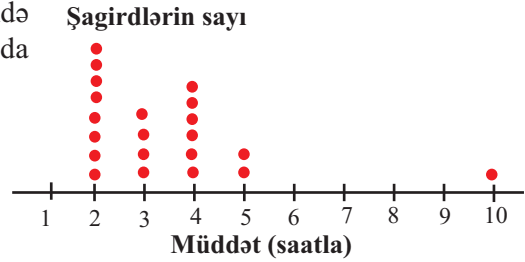
Araşdırma. Diaqram şagirdlərin gündə neçə saat televizora baxdıqları haqqında sorğunun nəticələrini əks etdirir.

1 • = 1 şagird

1) Ədədi orta, moda, median və ən böyük fərqi tapın.

2) 10 saata uyğun məlumatı nəzərə almadan ədədi ortanı tapın.

3) Diaqrama görə məlumatın sıx toplandığı intervalı, məlumatın olmadığı intervalı və kənaraçıxan məlumatı müəyyən edin.



Mərkəzə meyilli ölçülər və ən böyük fərq

Statistik məlumatların təhlilində ədədi orta, moda, median və ən böyük fərq kimi ölçülərdən geniş istifadə edilir. Ədədi orta, moda, median mərkəzə meyilli ölçülərdir. Hansı statistik ölçüdən hansı hallarda istifadə etmək daha əlverişlidir?

Ədədi orta: kəskin kənara çıxma olmadığı halda

Median: kəskin kənaraçıxmalar olduqda

Moda: eyni məlumatların sayı çox olduqda

Ən böyük fərq: məlumatın dəyişmə intervalını müəyyən etdikdə

1» Seçilmiş statistik göstəricilərin doğruluğunu əsaslandırın.

1) Bir qrupdakı 6 nəfərin yaşı: 11, 14, 12, 12, 11, 32. **Median**

2) 6 ay ərzində aylıq gəlir (manatla): 325, 320, 300, 325, 325, 4000. **Moda**

3) Samirin 5 gün ərzində gündəlik qaçışı (km): 3, 5, 4, 5, 6. **Ədədi orta**

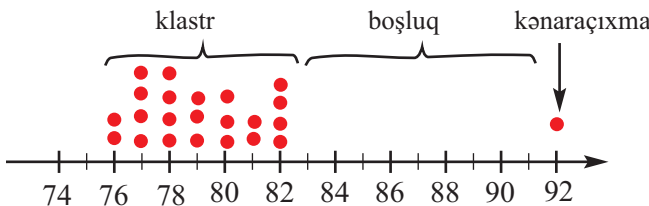
Klastr, boşluq, kənaraçıxma

Məlumatlar bəzən kiçik intervalda toplanır. Bu interval **klastr** adlanır.

Məlumatın olmadığı intervalı **boşluq** adlandıracağıq.

Ədədi qiymətinə görə mövcud məlumatlardan çox böyük və ya çox kiçik olan məlumat **kənaraçıxma** kimi qəbul edilir.

Şagirdlərin topladığı ballar



Məsələn, diaqramdan görünür ki, şagirdlərin çoxunun topladığı bal 76-82 intervalındadır. Bu interval klastrdir. 83-91 intervalı boşluqdur, 92 bal isə kənaraçıxmadır.

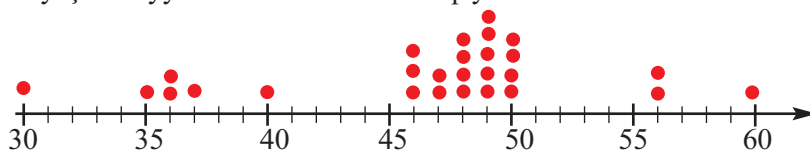
Mərkəzə meyilli ölçülər və ən böyük fərq

- 2» Aşağıda bir sinifdəki şagirdlərin il boyu dərəcə gəlmədikləri günlərin sayı verilmişdir.

4, 3, 2, 5, 4, 6, 3, 5, 7, 5, 18, 4, 3, 6, 3, 6, 2, 5

Məlumatları ədəd oxu üzərində qeyd etməklə araşdırma tapşırığında verilmiş diaqrama oxşar diaqram qurun. Məlumatlara uyğun: a) ədədi orta, moda və medianı tapın. b) Klastır, boşluq intervalını və kənara çıxmanı göstərin.

- 3» Diaqramda şirkətin işçilərinin yaşları verilmişdir. Bu məlumatlara görə işçilərin orta yaşını müəyyən edin. Məlumatın ən sıx olduğu intervala görə orta yaş müəyyən edin. Nəticələri müqayisə edin.



- 4» Aşağıda işçilərin hər birinin həftə ərzində neçə saat işlədiyi verilmişdir.

25, 36, 18, 43, 40, 38, 39, 40, 16, 30, 24, 29, 30, 45, 42, 15, 20, 28

a) Məlumatları 16-20, 21-25, 26-30, 31-35, 36-40, 41-45 intervallarına ayırmaqla cədvəl qurun. b) Median hansı intervala düşür? c) Ədədi orta hansı intervala düşür?

- 5» 1) Median 16-dır və aşağıdakı ədədlər məlumatlar çoxluğuna əlavə edilir. Yazılı hesablamalar aparmadan hər bir hal üçün medianın dəyişib-dəyişmədiyini müəyyənə bilərsiniz.

a) 15 və 17 b) 14 və 18 c) 18 və 21 d) 13 və 12

2) Ədədi orta 16-dır. Aşağıdakı iki məlumat əlavə edildikdə ədədi ortanın dəyişib-dəyişmədiyini müəyyənə bilərsiniz.

a) 15 və 17 b) 14 və 18
c) 18 və 21 d) 13 və 12

- 6» Cədvəldə bəzi quşların yumurtadan bala çıxarma - inkubasiya dövrü verilmişdir.

a) Inkubasiya dövrləri üçün ədədi ortanı, moda, median və ən böyük fərq tapın.

b) Ədədi ortanın hər bir quşun inkubasiya dövrü ilə fərqi müəyyən edin və cədvəli dəftərinizdə tamamlayın.

c) Dəvəquşu və Göyərçinin bala çıxarma dövrünü müqayisə etmək üçün ən böyük fərqdən istifadə edin.

Quşların adı	İnkubasiya müddəti (günlə)	Ədədi orta ilə fərqi
Toyuq	21	
Ördək	28	
Qaz	28	
Dəvəquşu	40	
Tutuquşu	24	
Qırqovul	24	
Göyərçin	15	
Bildirçin	19	
Durna	34	
Hind toyuğu	28	

Ehtimalın hesablanması

Nəzəri ehtimalın istifadəsi

Nümunə 3. Çərxi-fələk taxtasını fırladarkən 1000 manatlıq pul uduşu şansı $\frac{1}{10}$ -dir. Taxtanın üzərindəki 3 bölgüdə 1000 manatlıq uduş varsa, taxtanın cəmi neçə bölgüsü var?

Həlli: Bölgülərin ümumi sayını n qəbul edək.

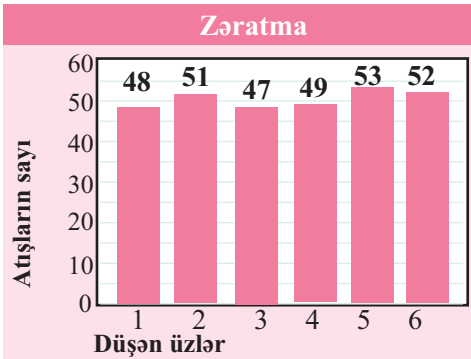
$$P(\text{priz}) = \frac{\text{Uduşların olduğu hissələrin sayı}}{\text{Bütün hissələrin sayı}} = \frac{1}{10} ; \frac{1}{10} = \frac{3}{n} ; n = 30$$

Nəzəri və təcrübi ehtimalın müqayisəsi

Nümunə 4. Barqarf 300 dəfə zər atmanın nəticəsini əks etdirir. Tək ədədin düşmə ehtimalını tapın.

$$P(\text{tək ədəd}) = \frac{148}{300} = \frac{37}{75} \approx 0,49$$

Tək ədədlərin düşmə hallarının sayı
Sınaqların sayı



Təcrübi olaraq tapılmış ehtimalla nəzəri tapılmış ehtimalı müqayisə edək.

Nəzəri ehtimal: $P(\text{tək ədəd}) = 50\%$

Təcrübi ehtimal: $P(\text{tək ədəd}) = 49\%$

Bu təcrübi ehtimalı Nümunə 1-dəki təcrübi ehtimalla müqayisə edək.

Sınaqların sayı artdıqca təcrübi ehtimal nəzəri ehtimala yaxınlaşır. Sınaqların sayını 50-dən 300-ə çatdırdıqda təcrübi ehtimal da 48%-dən 49%-ə qədər artaraq 50%-lik nəzəri ehtimala daha çox yaxınlaşmışdır.

- 1 Nümunə 4-dəki barqrafa görə 4-dən kiçik ədədlərin düşməsinin təcrübi ehtimalını hesablayın. Bu nəticəni nəzəri ehtimalla müqayisə edin.
- 2 Novruz bayramı üçün alınmış 50 dənə açıqcadan Lalə təsadüfi seçimlə 4-nü götürdü. Onlardan 2-nin üzərində gül şəkli var idi. 50 açıqcadan neçəsində gül şəkli olduğunu düşünmək doğru olardı?
- 3 Şirə istehsal edən şirkət keçirdiyi reklam-şouda şirə qutularının etiketində pul və ya hədiyyə uduşları yerləşdirmişdir. Pul uduşu ehtimalı $\frac{3}{10}$ -dür. Uduş 9 ədəd pul uduşlu şirə qutusu qoyulmuşsa, şouya cəmi neçə uduşlu şirə qutusu çıxarılmışdır?
- 4 İki metal pulun atılması sınağını aparın. Xəritə və ya rəqəm üzünün düşməsinə qeyd etməklə nəticələri cədvəldə yazın.

Nəzəri ehtimal	Sınaqların sayı	Gözlənilən nəticə	Həqiqi nəticə	Təcrübi ehtimal
	20			

Hadisələrin mümkün sayı

Hadisələrin mümkün sayı

Hadisə iki və ya bir neçə elementar hadisənin baş verməsi ilə müşayiət edilirsə, bu hadisələr mürəkkəb hadisələr adlanır. Məsələn, iki metal pulun eyni vaxtda atılması mürəkkəb hadisədir. Mürəkkəb hadisələrdə mümkün halların sayını: 1) şəxələnmə diaqramından; 2) siyahı tutmadan; 3) cədvəldən; 4) vurma qaydasından istifadə etməklə tapmaq olar.

Vurma prinsipi: a elementini n üsulla seçmək və hər bir belə seçimə qarşı b elementini m üsulla seçmək mümkündürsə, (a, b) cütünü $n \cdot m$ üsulla seçmək olar.

Nümunə 1. Cədvəl qurmaqla.

Bir zər və bir metal pul birlikdə atıldıqda mümkün hadisələrin sayı: 12 hadisə.

Vurma prinsipinə görə: metal pulla 2 hadisənin ($m = 2$), zərlə 6 hadisənin ($n = 6$) baş verməsi mümkündür.

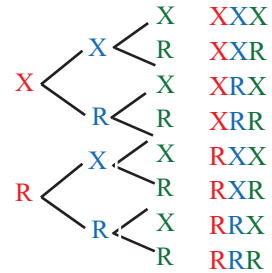
Mümkün hadisələrin sayı: $2 \cdot 6 = 12$

4 5	1	2	3	4	5	6
	1R	2R	3R	4R	5R	6R
	1X	2X	3X	4X	5X	6X

Nümunə 2. Şəxələnmə diaqramı qurmaqla.

Üç metal pulu atdıqda mümkün hadisələrin sayı: 8

Vurma qaydasın görə: Hər bir metal pulla 2 hadisə: Mümkün hadisələrin sayı: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$



- 1) Şəkildəki çarxların hər birini bir dəfə fırlatdıqda mümkün hadisələrin sayını tapın.
2) Oxlardan birinin ulduz şəkli, digərinin isə 5 rəqəmi üzərində dayanma ehtimalını hesablayın.



- 2) Vurma prinsipindən istifadə etməklə musiqi mərkəzinin mümkün seçim sayını hesablayın.

MP3 musiqi mərkəzi	
Yaddaş	8 GB, 12 GB, 16 GB, 24 GB
Rəngi	gümüşü, qızılı, qara, qəhvəyi

- 3) 0,1,2,3,4 rəqəmlərindən istifadə etməklə neçə: a) dörd rəqəmli ədəd; b) rəqəmləri müxtəlif olan dörd rəqəmli ədəd; c) heç olmasa iki rəqəmi eyni olan dörd rəqəmli ədəd yazmaq olar?

- 4) Sınıfdə 15 şagird var. Sınıf nümayəndəsini və onun müavini seçməyin neçə mümkün variantı var?

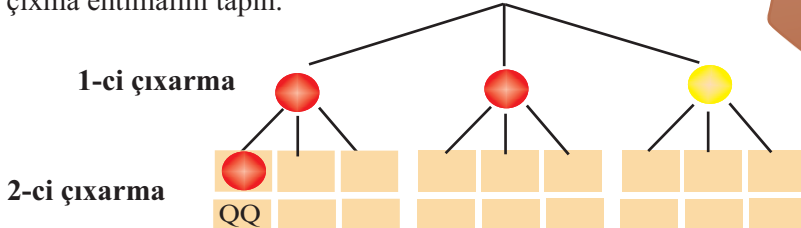
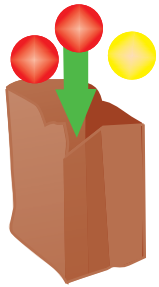
- 5) Zərri bir dəfə atdıqda, çərxi-fələk taxtasını bir dəfə fırlatdıqda zərin 5 rəqəmi olan üzünün, oxun isə qırmızı rəngli hissə üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın. Bu hadisənin baş verməməsi ehtimalını da tapın.



Asılı olmayan və asılı hadisələr

Təcrübə 1.

Torbada 2 qırmızı, 1 sarı kürə var. Təsəvvür edin ki, siz torbadan dalbadal iki kürə çıxarmalısınız. Hər dəfə çıxarılan kürənin rəngini qeyd edin və kürəni yenidən torbaya qaytarın. Rənglərin baş hərfi ilə qeyd etməklə mümkün hadisələrin sayını tapmaq üçün şaxələnmə diaqramını tamamlayın. Dalbadal qırmızı kürənin çıxma ehtimalını tapın.



İkinci çəkimdə çıxan kürənin rəngi birinci çəkimdə çıxan kürənin rəngindən asılıdır mı?

Asılı olmayan hadisələr

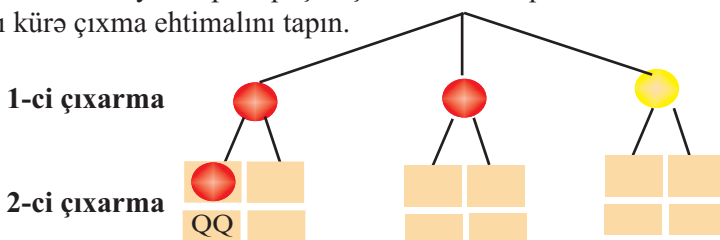
Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsi imkanlarına təsir etmirsə, belə hadisələrə **asılı olmayan hadisələr** deyilir. Məsələn, zər və qəpik pul eyni zamanda atıldıqda zərdə hansı üzün düşməsi qəpik pulun xəritə və ya rəqəm üzünün düşməsi hadisəsindən asılı deyil.

Asılı olmayan iki və daha çox hadisənin ehtimalı bu hadisələrin ehtimalları hasilinə bərabərdir: $P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$ düsturunu $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ kimi də yazılır. Oxşar qayda ilə üç asılı olmayan hadisə üçün:

$$P(A, B \text{ və } C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Təcrübə 2.

Təsəvvür edin ki, torbada yenə də 2 qırmızı və 1 sarı kürə var. Siz hər dəfə torbadan bir kürə çıxarıb rəngini qeyd edirsiniz, lakin kürəni torbaya qaytarmırsınız. Rənglərin baş hərfi ilə qeyd etməklə mümkün elementar hadisələrin sayını tapmaq üçün şaxələnmə diaqramını tamamlayın. Dalbadal qırmızı kürə çıxma ehtimalını tapın.



İkinci çəkimdə çıxan kürənin rəngi birinci çəkimdə çıxan kürənin rəngindən asılıdır mı?

Asılı hadisələr

Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsi imkanlarına təsir edirsə, bu hadisələrə **asılı hadisələr** deyilir. Məsələn, torbadakı 100 kartdan 10 kart hədiyyəlidirsə, 1-ci cəhddən bir nəfərin hədiyyəli kartı çıxarması, digər şəxsin hədiyyəli kartı çıxarma hadisəsinə təsir edir.

İki asılı A və B hadisəsinin ehtimalı A hadisəsinin ehtimalı ilə A hadisəsi baş verdikdən sonra B hadisəsinin baş verməsi ehtimalı hasilinə bərabərdir.

$$P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(A \text{ hadisəsindən sonra } B\text{-nin baş verməsi})$$

Asılı olmayan və asılı hadisələr

Nümunə 1. Asılı olmayan hadisə. Metal pul və zər birlikdə atılır. Metal pulun xəritə üzünün, zərin isə sadə ədəd yazılan üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalını hesablayın.



Metal pulun xəritə üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalı:

$$P(\text{xəritə}) = \frac{1}{2}; \text{ zəri atdıqda sadə (2, 3, 5) ədədin düşməsi ehtimalı:}$$

$$P(\text{sadə}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad P(\text{xəritə və sadə}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4};$$

Xəritə və sadə ədədin düşməsi ehtimalı $\frac{1}{4}$, 0,25 və ya 25% -dir.

Nümunə 2. Asılı hadisə. Teleşou üçün oyunçular 100 nəfər tamaşaçı arasından təsadüfi seçilir. Teymurun 5 qohumu və 9 nəfər sinif yoldaşı verilişi studiyada seyr edir. İlk seçimdə Teymurun qohumlarından birinin, ikinci seçimdə isə sinif yoldaşlarından birinin seçilmə ehtimalı nə qədərdir?

$$\text{İlk seçimdə qohumların seçim ehtimalı: } P(\text{qohum}) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\text{İkinci seçimdə dostlarının seçim ehtimalı: } P(\text{qohumdan sonra dost}) = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

İki asılı hadisənin ehtimalını hesablama düsturundan istifadə etməklə Teymurun qohumunun və sinif yoldaşının seçilənlər arasında ilk olaraq dalbadal çağırılma hadisəsinin ehtimalını hesablaya bilərik.

$$P(\text{qohum və dost}) = P(\text{qohum}) \cdot P(\text{qohumdan sonra dost})$$

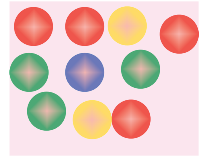
$$P(\text{qohum və dost}) = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{220}$$

1 Aşağıdakı hadisələrdən hansılar asılı olmayan, hansılar asılı hadisələrdir?

a) Metal pulu iki dəfə dalbadal atdıqda hər dəfə xəritə üzünün düşməsi;

b) Qutudakı kartlardan geriye qaytarmamaq şərtlə ardıcıl iki kart çıxardıqda bu kartların eyni rəngdə olması.

2 Torbada 4 qırmızı, 3 yaşıl, 2 sarı və 1 mavi kürə var. Siz dalbadal iki kürə çıxardınız. Aşağıdakı şərtlərə görə ehtimalı hesablayın. Hansı halda hadisələr asılı, hansı halda asılı olmayandır?



- 1) Yerinə qaytarmadan P (qırmızı və yaşıl)
- 2) Yerinə qaytarmaqla P (sarı, sarı)
- 3) Yerinə qaytarmadan P (qırmızı və mavi)
- 4) Yerinə qaytarmaqla P (yaşıl və qırmızı)
- 5) Yerinə qaytarmadan P (mavi və yaşıl)
- 6) Yerinə qaytarmaqla P (qırmızı, qırmızı)

3 Hər iki çərxi-fələk taxtası fırladıldı. Hər iki oxun cüt ədəd göstərməsi ehtimalını tapın.



Asılı olmayan və asılı hadisələr

- 4» Uduş qazanmaq üçün birinci Fidan cəhd etdi. Onun kinoya bilet qazanması ehtimalını tapın. Sonra Ülkər cəhd etdi. Həm Fidanın həm də Ülkərin kinoya bilet qazanması ehtimalını tapın.

Prizlər	Sayı
Kinoya bilet	4
İdman köynəyi	8
Musiqi CD-ləri	5

- 5» Üzərində müxtəlif ədədlər yazılmış kartlar masa üzərində üzüəşığı yığılmışdır. Kartlardan əvvəlcə birini, sonra isə digərini götürsəniz:
a) hər iki kartda cüt ədədin olması ehtimalını;
b) kartlardan birində 6-dan böyük, digərində isə 6-dan kiçik ədədin olması ehtimalını tapın.



- 6» Üzərində A, B, C, D, E hərfləri yazılmış çərxi-fələk taxtasını 50 dəfə fırlatmanın nəticələri (oxun hər bir hərfin üzərində neçə dəfə dayandığı) verilmişdir.
a) Hər bir hadisə üçün təcrübi ehtimalı tapın.
1) $P(E)$; 2) $P(A \text{ və ya } B)$; 3) $P(D\text{-də dayanmama})$
4) $P(\text{samit})$ 5) $P(A \text{ və ya } C\text{-də dayanmama})$
b) Oxun E hərfinin üzərində dayanmasının nəzəri ehtimalı neçədir? Təcrübi və nəzəri ehtimalı müqayisə edin.

Hərflər	Tezlik
A	8
B	12
C	10
D	9
E	11

- 7» Leyla, Günel, Ülkər və Günay zər atmaqla öz aralarından kimin kitab rəfini qaydaya salacağını müəyyən etməyi şərtləşdilər. Kimdə ən böyük xal düşərsə, kitab rəfini o yığışdıracaq, ən böyük xallar eyni olduqda isə işi birlikdə görəcəklər. Günel, Ülkər və Günay uyğun olaraq 5, 3 və 4 atmışlar.
1) Rəfi: a) qaydaya salan; b) qaydaya salmayan şəxsin və ya şəxslərdən birinin Leyla olması ehtimalı nə qədərdir? 2) Leyla və Günelin birlikdə bu işi görməsi ehtimalı nə qədərdir?

- 8» Müəllim sinfi iki qrupa ayıraraq təsadüfi seçimlə şagirdlər arasından hər qrupa bir lider seçməlidir. Leylanın qrup lideri olması şansı $\frac{1}{15}$ -dir. Həm Leylanın, həm də onun ən yaxın rəfiqəsinin seçilməsi ehtimalı isə $\frac{1}{165}$ -dir.
1) Leylanın rəfiqəsinin lider seçilməsi ehtimalını tapın.
2) Leylagilin sinfində neçə şagird var?

- 9» Bir dayanacaqda 200 avtomobildən 120-nin işıqlandırma sistemində, digərində isə 150 avtomobilin 80-nin mühərrikində nasazlıq var. Dayanacaqların hərəsindən bir avtomobil seçilir. Seçilmiş avtomobillərdən birinin mühərrikində, digərinin isə işıqlandırma sistemində nasazlıq olma ehtimalı nə qədərdir?

- 10» **Açıq tipli sual.** Torbada 3 müxtəlif rəngdə olmaqla 9 kürə var. Təsadüfi olaraq yerinə qaytarılmadan dalbadal 2 kürə götürülməsi hadisəsinə aid elə məsələ yazın ki, bu hadisənin baş verməsi ehtimalı $\frac{1}{6}$ olsun.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1» Cədvələ görə bir şorba, bir xörək və bir desertdən ibarət nahar yeməyi seçimi üçün mümkün variantların sayını müəyyən edin.

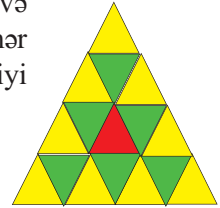
Şorbalər	Xörəklər	Desert
Toyuq şorbası Ət şorbası	Kotlet Qızarmış balıq Dolma	Kətə Paxlava

- 2» Cədvəldə məktəb kitabxanasındakı kitablar haqqında məlumat verilmişdir. Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını tapın.

- 1) Təsadüfən seçilmiş kitabın bərk cildə, rəngli, hekayə kitabı olması;
- 2) Təsadüfən seçilmiş kitabın ağ-qara, şeir kitabı olması;
- 3) Təsadüfən seçilmiş kitabın yumşaq cildə olması.

		Rəngli	Ağ-qara
Bərk cild	Hekayə	120	350
	Şeir	90	230
Yumşaq cild	Hekayə	450	500
	Şeir	220	280

- 3» Üçbucaqşəkilli hədəf konqruyent üçbucaqlara bölünmüş və şəkilləki kimi rənglənmişdir. Atıcı dalbadal iki atəş açdı və hər ikisində hədəfi vurdu. 1-ci və 2-ci atəşdə güllənin dəydiyi üçbucağın rənginə görə mümkün halları sadalayın. Ehtimalı hesablayın:



- a) P (sarı, sarı); b) P (sarı, qırmızı); c) P (sarı, yaşıl).
- 4» Anar aşağıdakı test suallarının cavabını bilmir və təsadüfi seçmə ilə cavablarından birini işarələdi. Hər sualın 4 cavab variantı vardır. Anarın:
- a) hər üç suala düzgün cavab verməsi ehtimalı;
 - b) hər üç suala səhv cavab verməsi ehtimalı;
 - c) bir suala doğru, digər ikisinə isə səhv cavab verməsi ehtimalı;
 - d) iki suala doğru, birinə isə səhv cavab verməsi ehtimalı nə qədərdir?

Bu suallara siz də cavab verin.

1) Azərbaycan Respublikası müstəqilliyini ilk dəfə neçənci ildə qazanmışdır?

- a) 1928 b) 1905 c) 1918 d) 1920

2) Fətəli xan Xoyskiyə aid olmayan hansıdır?

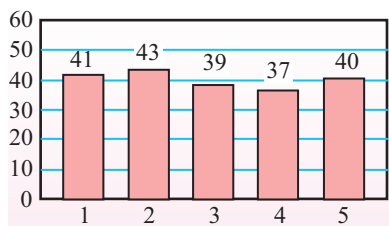
- a) Azərbaycan Demokratik Respublikasının maliyyə naziri
- b) Azərbaycan Demokratik Respublikasının xarici işlər naziri
- c) Azərbaycan Demokratik Respublikasının daxili işlər naziri
- d) Rus Dövlət Duması deputatı

3) “Ölkəm” romansının bəstəkarı kimdir?

- a) Cahangir Cahangirov b) Asəf Zeynallı c) Niyazi d) Fikrət Əmirov

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 5) 1) Şəkiləki çərxi-fələk taxtası 200 dəfə fırladılmış, nəticələr barqrafda verildiyi kimi olmuşdur. Bu nəticələrə görə aşağıdakı hadisələrin nəzəri və təcrübi ehtimalını müqayisə edin.



- 1) 5-in üzərində dayanma;
 2) 2-nin üzərində dayanma;
 3) 3-dən böyük ədəd üzərində dayanma



Təcrübi və ya nəzəri ehtimaldan istifadə etməklə 20 000 dəfə aparılmış sınaq üçün 3-ün üzərində dayanma sayları haqqında proqnoz verə bilərsinizmi?

- 6) Verilənlərə görə tələb olunan çoxluqların elementlərinin sayını tapın.
 a) $n(A \setminus B) = 6$, $n(B \setminus A) = 7$, $n(A \cup B) = 17$ olarsa, $n(A \cap B) = ?$
 b) $n(A) = 10$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 18$, $n(B \setminus A) = ?$

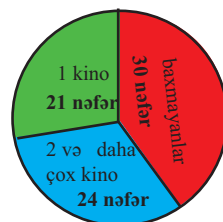
- 7) Hansı ədədlər cütü bir hadisənin baş verməsi və verməməsi ehtimalını əks etdirmir?

- 1) $\frac{5}{8}$ və $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{4}{6}$ və $\frac{1}{3}$ 3) 0,875 və $\frac{1}{8}$ 4) 0,65 və 0,55

- 8) Məktəbdə təsadüfi seçilmiş şagirdlər arasında “Həftədə neçə kinoya baxırsan?” sualı ilə araşdırma aparıldı. Nəticə dairəvi diaqramda verildiyi kimi oldu.

a) Bu məktəbdə 1500 şagird oxuyursa, həftədə 1 kinoya baxmış şagirdlərin sayı neçə nəfər ola bilər?

b) 75 şagirddən təsadüfi seçilmiş iki nəfərdən birinin 1 kinoya, digərinin isə 2 və daha çox kinoya baxmış olmasının ehtimalını tapın.



- 9) Qutuya baxmadan Aslan bir qələm götürdü. Aslandıqdan sonra Emin də bir qələm götürdü. Hər ikisinin göy rəngli qələm götürməsi ehtimallarını hesablayın.

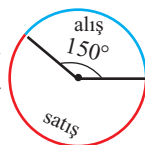


- 10) Ədədi orta 14-ə bərabərdir. Elə iki ədədi məlumat əlavə edin ki, ədədi orta dəyişməsin.

- 11) Bir dükanda çalışanların maaşı aşağıdakı kimidir: 250 ₼; 200 ₼; 240 ₼; 2500 ₼. Aylıq orta maaş neçə manatdır? Bu göstərici bütün işçilərin maaşı haqqında düzgün məlumat verirmi?

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Dairəvi diaqram çantanın mağaza üçün alış və satış qiyməti arasındakı (münasibəti) fərqi göstərir. Diaqrama görə 80 manata alınmış bir çantadan neçə manat gəlir əldə edilmişdir.



- 2) Tam kvadrat ayırmaqla tənlikləri həll edin.

$$1) x^2 + 17x - 200 = 13x - 60$$

$$5) 2x^2 - 12x + 14 = 0$$

$$2) x^2 + 1,8x - 0,4 = 0$$

$$6) -4x^2 + 21x = x + 11$$

$$3) x^2 + 1\frac{1}{3}x = 2x + 1\frac{7}{9}$$

$$7) 0,4x^2 + 0,7x = 0,3x - 0,2$$

$$4) x^2 + 1,2x - 0,13 = 0$$

$$8) \frac{x^2}{24} - \frac{x}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

- 3) Əvvəlcə tənlikləri nəzərdən keçirin. Seçdiyiniz həll üsuluna görə aşağıdakı qruplara ayırın və həll edin.

1) vuruqlarına ayırmaqla 2) tam kvadrat ayırmaqla

$$x^2 + 12x + 35 = 0$$

$$0,01x^2 - 0,22x + 0,9 = 0$$

$$x^2 - 6x - 15 = 0$$

$$4x^2 - 36 = 0$$

$$4(x + 8)^2 = 144$$

$$3x^2 - 2x = 6 - x$$

$$2x^2 + 9x + 7 = 0$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{4x^2}{20} = 5$$

$$3x^2 + 10x + 3 = 0$$

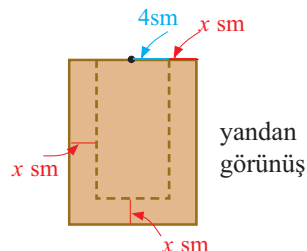
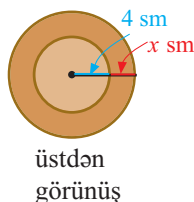
$$9(x - 3)^2 = 225$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{4x^2}{20} = 5$$

$$7x^2 - 10x - 55 = 100 + 2x^2$$

- 4) Turistlər bazalarından 8 km şimala, 9 km şərqə, 4 km yenidən şimala doğru hərəkət etdikdən sonra yeni düşərgə saldılar. Turistlərin bazası ilə yeni düşərgə arasındakı birbaşa yol neçə kilometrdir?

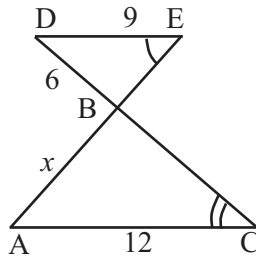
- 5) Texnologiya dərində qələmdən düzəltmək üçün hər bir şagirdə həcmi 300 cm^3 olan bir topa gil verildi. Şagirdlər bütün gildən istifadə etməklə hündürlüyü 10 sm, daxili radiusu 4 sm olan silindr formalı qələmdən düzəltmək istəsələr, onun divarının qalınlığı təxminən neçə santimetr olacaq? Göstəriş: Əvvəlcə şəkilləri dəftərinizdə çəkin, gilin həcmnin hansı iki silindrin həcmələri fərqi ilə bərabər olduğunu müəyyən edin.



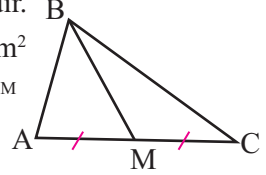
- 6) Fermada A cinsindən 120, B cinsindən 180 inək var. Fermer inəklərin südünün yağlılığını yoxlamaq üçün 50 inək seçməlidir. O, hər cinsdən neçə inək seçsə, daha düzgün nəticəyə gələr?

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 7» Verilir:** $\angle C \cong \angle E$
 $AC = 12$
 $DE = 9, DB = 6$
Tapın: AB



- 8» Verilir:** $\triangle ABC$
 BM mediandır.
 $S_{\triangle ABC} = 48 \text{ sm}^2$
Tapın: $S_{\triangle ABM}$



- 9» İfadələrin qiymətini tapın.**

a) $\frac{4^2 \cdot 4^{-1} \cdot 5^{-2}}{4^3 \cdot 5^{-3} \cdot 5^0}$ b) $\frac{8^{-3} \cdot 9^{-2} \cdot 4^0}{3^{-4} \cdot 8^{-5} \cdot 4^{-1}}$ c) $\frac{0,1^{-3} \cdot 0,01^{-2}}{0,1^{-6} \cdot 0,01^3}$ d) $\frac{0,2^{-3} \cdot 0,3^{-2}}{0,04^{-1} \cdot 0,09^3}$

- 10» 1)** $a = \sqrt{b} = 2$, olarsa, $\left(\frac{b\sqrt{b}}{a^4}\right)^{-a}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

2) $a = \frac{2}{3}$ və $b = 9$ olarsa, $(a\sqrt{b})^{-ab}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

- 11»** Trapesiya yalnız iki qarşı tərəfi paralel olan dördbucaqlıdır. Təpələri koordinat müstəvisi üzərində $A(1;-3)$, $B(2;7)$, $C(3;9)$, $D(5;5)$ nöqtələrində yerləşən ABCD dördbucaqlısının trapesiya olduğunu yoxlayın.

- 12»** Verilmiş nöqtələrdən keçən iki düz xətdən hansılarının paralel, hansılarının perpendikulyar olduğunu müəyyən edin.

- a) Düz xətt 1. $A(-1, 9)$ və $B(-6, -6)$ b) Düz xətt 1. $A(4, -3)$ və $B(-8, 1)$
 Düz xətt 2. $C(-7, -23)$ və $D(0, -2)$ Düz xətt 2. $C(5, 11)$ və $D(8, 20)$
- c) Düz xətt 1. $A(3, -10)$ və $B(2, -10)$ d) Düz xətt 1. $A(0, 3)$ və $B(0, -7)$
 Düz xətt 2. $C(-6, 8)$ və $D(2, 12)$ Düz xətt 2. $C(-6, -4)$ və $D(12, -4)$

- 13»** Mağazada eyni ərzaq üçün aşağıdakı kimi 4 müxtəlif təklif var. Bu təkliflərdən hansında qiymət ən bahadır?

1) İkisini al,
birini ödə

3) İkisini al, üçüncü
havayı olsun

2) Birini al, ikincisinə
25% endirim qazan

4) İkisini alan,
üçüncüsünü 50%
endirimlə ödəyəcək

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

14» Verilir: $\triangle ABC$

$EF \parallel AC$

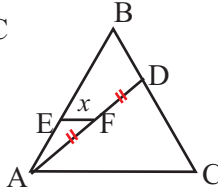
$AF \cong FD$

$BD = \frac{2}{3}DC$

$AC = 10$ sm

Tapın: $EF = ?$

Həll üçün plan: Üçbucağın orta xəttini çəkməklə, üçbucaqların oxşarlığından istifadə etmək olar.



15» Verilir: $\triangle ABC$

$DEFH$ düzbucaqlı

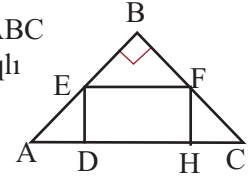
$DH = 2 \cdot HF$

$AB = 3$ sm

$BC = 4$ sm

Tapın: $EF = ?$

Həll üçün plan: Düz bucaq təpəsindən hündürlüyü çəkmək və oxşarlıqdan istifadə etmək olar.



16»

A nöqtəsi ədəd oxu üzərində $\sqrt{205}$ -dən kiçik ən böyük tam ədədə, B nöqtəsi $\sqrt{45}$ -dən böyük ən kiçik tam ədədə uyğundur. A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

17»

Lalə siniflərində 10 nəfər arasında kimin pişiyi, kimin iti olduğu haqqında sorğu aparmışdır. Sorğuda iştirak edənlərin 40%-nin pişiyi, 30%-nin iti, 10%-nin həm pişiyi, həm də iti var. Bu məlumatlara görə cədvəli doldurun.

	İti var	İti yoxdur	Cəmi
Pişiyi var	☐	☐	☐
Pişiyi yoxdur	☐	☐	☐
Cəmi	☐	☐	☐

18»

Bərabərliyin doğruluğunu göstərin.

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

19»

Detalın 1:25 miqyası ilə çəkilmiş şəkildəki ölçüsü 18 sm-dir. Detalın həqiqi ölçüsünü tapın.

20»

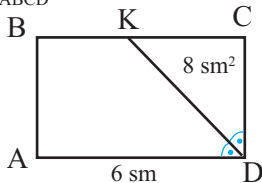
Verilir: ABCD düzbucaqlıdır.

DK tənböləndir ($\angle D$ -nin)

$AD = 6$ sm

$S_{\triangle DCK} = 8$ sm²

Tapın: S_{ABCD}



21»

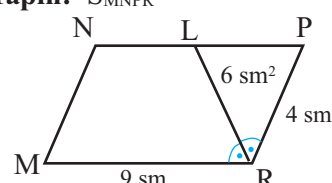
Verilir: MNPR paraleloqram.

RL tənböləndir ($\angle R$ -in)

$MR = 9$ sm, $RP = 4$ sm

$S_{\triangle LPR} = 6$ sm²

Tapın: S_{MNPR}

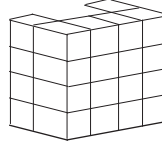
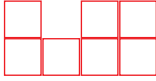


Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

22» Torbada 18 sarı, 8 qırmızı kürə var. Torbadan təsadüfən 1 kürə çıxarıldı və yerinə qaytarılmadı. Daha bir kürə çıxarılsa, kürələrin hər ikisinin:
a) sarı; b) qırmızı rəngdə olması ehtimalını tapın.

23» Şəkildəki fiqurun üstdən görünüşünün mümkün 4 variantını çəkin. Mümkün bir görüntü nümunə üçün verilmişdir. Fiquru təşkil edən hər bir kiçik kubun həcmi 1 kub vahiddir. a) Fiqurun ən böyük və ən kiçik həcmi kub vahidlərlə yazın. b) Fiqurun tam səthinin ən böyük və ən kiçik qiymətlərini kvadrat vahidlərlə ifadə edin.

Yuxarıdan görüntü -1



24» Gülarə Yeni il şənliyində iştirak edəcək 80 nəfər iştirakçı üçün ilin rəmzi olan heyvanın fiqurunu almalıdır. Fiqurlar hər birində 18 ədəd olmaqla qutularda satılır. Gülarənin alacağı qutuların sayını n ilə işarə edin və uyğun bərabərsizliyi yazın.

25» Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{3}{x+5} = \frac{2x}{x^2-x}$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{2}$

c) $x^2 + x + 1 = \frac{5}{x^2 + x + 1}$

26» Aşağıdakı ifadələrdən hansı çoxhədlidir?

$\frac{5}{x-1} - \frac{1}{x^2} - 3$

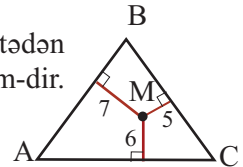
$\frac{\sqrt{x-1}}{5} - \frac{1}{x^2} - 3$

$\frac{x-1}{5} - x^2 - 3$

$\frac{x-1}{5} - \sqrt{x} - 3$

27» İnternet provayderinin verdiyi məlumata görə il ərzində $1,2 \cdot 10^8$ sayda e-mail ötürülmüşdür. Bu 5 il əvvəlki e-maillərin sayı ilə müqayisədə 100 dəfə çoxdur. 5 il əvvəl neçə e-mail ötürülmüşdür? Artım bu sürətlə davam edərsə, 2 il sonra şirkət neçə e-mail ötürər?

28» Bərabərtərəfli üçbucağın daxilində götürülmüş nöqtədən üçbucağın tərəflərinə qədər olan məsafələr 5 m, 6 m, 7 m-dir. Bu üçbucağın sahəsini tapın.



29» Verilən ədədlər arasından ən kiçiyini seçin.

a) $0,02 \cdot 10^4$

b) $0,2 \cdot 10^3$

c) $2,0 \cdot 10^{-2}$

d) $20,0 \cdot 10^2$

e) $0,002 \cdot 10^5$

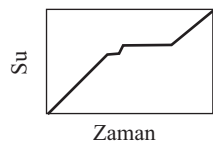
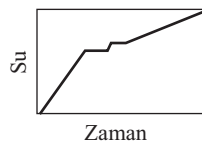
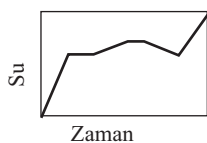
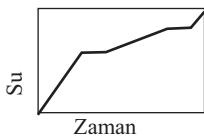
Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

30 Uzunluğu 2000 m olan dairəvi qaçış yolunda iki idmançı eyni istiqamətdə hərəkət edərlərsə, 20 dəqiqədən bir, əks istiqamətlərdə hərəkət edərlərsə, 6 dəqiqədən bir görüşərlər. Bu idmançıların hər birinin sürəti dəqiqədə neçə metrdir?

31 Qaçış yolunun kənarında hər 20 metrdən bir dirəklər basdırılmışdır. Qaçışa 1-ci dirəyin yanından başlayan idmançı 4-cü dirəyin yanına 9 saniyəyə çatarsa, 6-cı dirəyə qədər məsafəni neçə saniyəyə qət edər?

32 Cəmil həyətlərindəki hovuzu su ilə doldurdu. Verilən məlumatlara görə hansı qrafik hovuzə tökülən suyun həcmi ilə hovuzun dolması müddəti arasındakı asılılığı düzgün ifadə edir?

- əvvəlcə vahid zamanda eyni miqdarda olmaqla müəyyən müddət su axıtdı;
- bir müddət kranı bağladı;
- kranı açdı, lakin əvvəlkindən daha az miqdarda olmaqla su axıtdı;
- yenidən kranı müəyyən müddətə bağladı;
- kranı açdı və müəyyən müddətdə krandan ilk dəfə olduğu kimi su axıtdı.



33 a) Zürafənin kütləsi təxminən 10^3 kq, mavi balinanın kütləsi isə $2 \cdot 10^5$ kq-dır. Balina zürafədən neçə dəfə ağırdır?

b) Arının kütləsi təxminən $3 \cdot 10^{-4}$ kq, filin kütləsi $6,5 \cdot 10^3$ kq-dır. Arı fildən neçə dəfə yüngüldür?

c) Qarışqanın kütləsi təxminən $3 \cdot 10^{-6}$ kq-dır. Qarışqa öz kütləsindən 20 dəfə ağır olan kütləni qaldıra bilər. Bu kütləni göstərən ədədi standart şəkildə yazın.

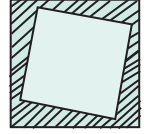


34 Tili $\sqrt{12}$ vahid olan kubun həcmi tili $\sqrt{3}$ olan kubun həcmindən neçə dəfə böyükdür?

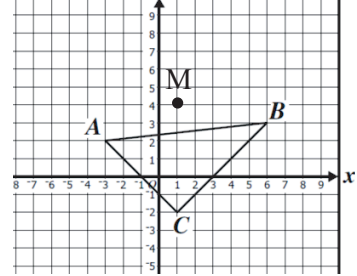
35 $x = 2$ və $y = -2$ olduqda $(x^{-y}) \cdot (2x^y) \cdot (3y^x)$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

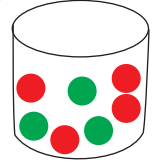
- 36»** Kiçik kvadratin perimetri 72 sm, ştrixlənmiş hissənin sahəsi isə 252 sm^2 -dir. Böyük kvadratin perimetri neçə santimetrdir?



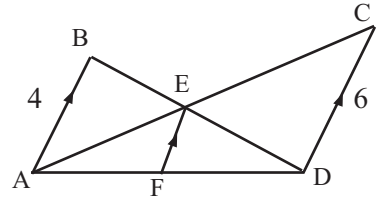
- 37»** ABC üçbucağı ilə M nöqtəsinə nəzərən simmetrik olan üçbucağı qurun və onun təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.



- 38»** 1) Qutudan təsadüfən bir kürə çıxarılır. Onun:
a) yaşıl rəngdə; b) qırmızı rəngdə; c) yaşıl və ya qırmızı rəngdə olması ehtimalını tapın.
2) Qutudan təsadüfən iki kürə çıxarılır. Onların:
d) hər ikisinin qırmızı olması;
e) müxtəlif rəngli olması ehtimalını tapın.



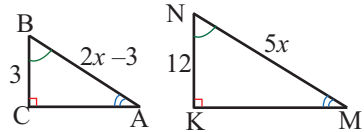
- 39»** Şəkildə verilənlərə görə EF parçasının uzunluğunu tapın.



- 40»** Bərabərsizlikləri həlli edin.

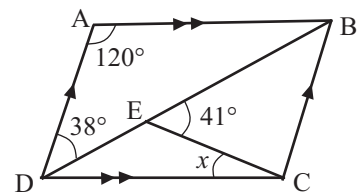
a) $(1 - \sqrt{2})(x - 2) < 2 - \sqrt{8}$ b) $|2 + |x - 3|| < 5$

- 41»** Şəkildə verilənlərə görə üçbucaqların perimetrlərini və sahələrini tapın.



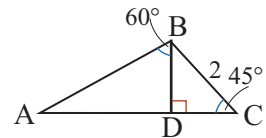
- 42»** 480 kq çiyələyi eyni sürətlə işləyən 20 işçi 8 saata yığır. 360 kq çiyələyi 5 saatda yığmaq üçün həmin sürətlə işləyən neçə işçi lazımdır?

- 43»** Şəkildə verilənlərə görə x bucağını tapın.



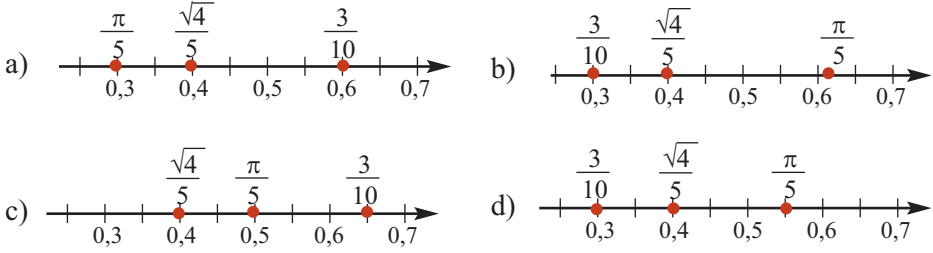
Özünüzy yoxlayın

- 1** $13 < a < 18$, $c = \frac{a+18}{a}$ və $d = \frac{a+13}{13}$ olduğuna görə hansı təklif doğrudur?
a) d -nin qiyməti c -nin qiymətindən böyükdür
b) c -nin qiyməti d -nin qiymətindən böyükdür
c) c və d -nin qiymətləri bərabərdir
d) verilən məlumatlara görə onları müqayisə etmək mümkün deyil
- 2** Əgər $x = 3^2$ olarsa, x^x ifadəsinin qiyməti neçəyə bərabər olar?
a) 3^2 b) 3^{18} c) 3^8 d) 3^9
- 3** 1. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ və 2. $\sqrt{x+2\sqrt{xy}+y}$ ifadələrində $x > 0$ və $y > 0$. Aşağıdakı təkliflərdən hansı doğrudur?
a) 1-cinin qiyməti kiçikdir b) 2-cinin qiyməti kiçikdir
c) qiymətləri bərabərdir d) müqayisə etmək mümkün deyil
- 4** Hansı ifadə çevrəsinin uzunluğu l olan dairənin sahəsini ifadə edir?
a) $\frac{l}{4\pi}$ b) $\frac{l^2}{4\pi}$ c) $\frac{l^2}{2\pi}$ d) $\frac{l}{2\pi}$
- 5** $\frac{ab}{x} = \sqrt{a}$ olarsa, $\frac{x}{\sqrt{b}}$ nisbətində hansı uyğundur?
a) $\sqrt{2ab}$ b) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ c) $\sqrt{b}$ d) $\sqrt{ab}$
- 6** Fərəh və İlqar müəyyən məsafəyə qaçış üzrə yarışirlar. Fərəh qaçış yolunun $\frac{3}{4}$ hissəsini 30 dəqiqədə tamamladı. İlqarın qaçış yolunun $\frac{2}{3}$ hissəsinə sərf etdiyi vaxt Fərəhin qaçış yolunun $\frac{5}{8}$ hissəsinə sərf etdiyi vaxtın $\frac{4}{5}$ hissəsi qədərdir. Bu məlumatlara görə hansılar doğrudur?
a) Fərəh daha sürətlə qaçır. b) İlqar daha sürətlə qaçır.
c) Onların sürətləri bərabərdir. d) İlqar məsafəni 30 dəqiqəyə qaçır.
- 7** Avtomobil 11 dəqiqədə 15 km yol qət etdi. Avtomobilin bir saatdakı orta sürətini (x km/saat) hansı bərabərsizlik düzgün ifadə edir?
a) $50 \leq x < 60$ b) $60 \leq x < 70$ c) $80 \leq x < 90$ d) $90 \leq x < 100$
- 8** Birrəqəmli sadə ədədlərdən təsadüfən ikisi seçilir. Onların cəminin sadə ədəd olması ehtimalını tapın.
a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) 1
- 9** Şəkilə verilənlərə görə AC-nin uzunluğuna uyğun ədədlə $\sqrt{10}$ -nin müqayisəsi haqqında deyilmiş hansı fikir doğrudur?
a) AC-nin uzunluğunun qiyməti $\sqrt{10}$ -dan böyükdür.
b) AC-nin uzunluğunun qiyməti $\sqrt{10}$ -dan kiçikdir.
c) AC-nin uzunluğunun qiyməti $\sqrt{10}$ -a bərabərdir.
d) verilən məlumatlara görə müqayisə etmək mümkün deyil



Özünüzü yoxlayın

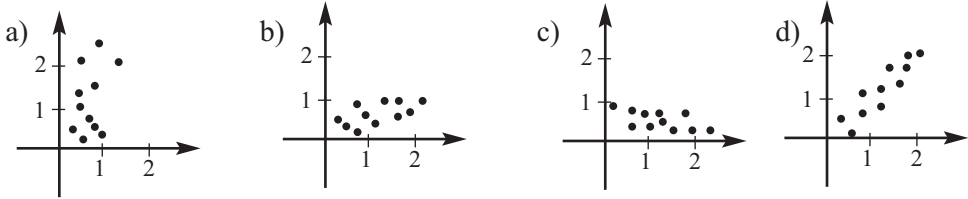
10» Hansı ədəd oxunda ədədlərin düzülüşü doğru verilmişdir?



11» $\sqrt{17}$ ilə $\sqrt{97}$ arasında yerləşən tam ədədlərin cəmi haqqında deyilmiş hansı fikir doğru deyil?

- a) İki sadə ədədin hasilidir.
- b) Tam kvadratı olan ədəddən bir vahid kiçikdir.
- c) Vuruqlarından birinin qiyməti $\sqrt{169}$ -a bərabərdir.
- d) 8π -dən böyükdür.

12» Hansı səpələnmə diaqramındakı məlumatları $y = \frac{1}{2}x$ funksiyasının qrafikinə uyğunlaşdıraraq təqdim etmək daha doğru olardı?



13» 6, x, 10, 2, 7, 13, və 15 ədədlərinin medianı 10-dur. Aşağıdakı ədədlərdən hansı x-in qiyməti ola bilməz?

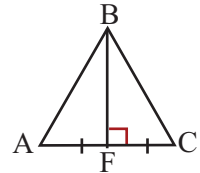
- a) 9
- b) 11
- c) 13
- d) 16

14» Düzbucaqlı üçbucağın tərəflərindən biri $\sqrt{8}$, digəri $\sqrt{10}$ -dur. Üçüncü tərəfin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?

- a) $3\sqrt{2}$
- b) $2\sqrt{3}$
- c) $\sqrt{2}$
- d) $\sqrt{3}$

15» $\operatorname{tg} \angle C = \frac{3}{4}$ olarsa, $\cos \angle A$ -nın qiymətini tapın.

- a) 0,8
- b) 0,6
- c) 0,5
- d) 0,2



16» Torbada 1096 kürə var. Torbadan təsadüfi bir kürə çıxarılsa, onun qırmızı rəngli olması ehtimalı $\frac{5}{8}$ -dir. Bu torbadakı kürələrin neçəsi qırmızı deyil?

- a) 352
- b) 411
- c) 685
- d) 524

I Bölmə

səh 8. №4 a) 0; b) 3; c) 1; d) -0,5. №5 a) 2; b) 0; c) 1; d) -2. №7 a) 0; c) 1,5.

№10 $t = \frac{3v+6}{v-2}$ a) 4 saat; b) 4,5 saat. №11 $\frac{12a+8b}{a+b}$. №12 $\frac{5}{n+5}$; $\frac{5}{n+9}$

səh 9-13. №1 c) 14x; d) 4x - 12. №6 c) $\frac{3a}{2b}$. №7 a) $\frac{y-4}{3}$; c) $\frac{x+5}{x-5}$; d) $\frac{3x}{x+3y}$.

№8 d) $\frac{5x}{6}$; e) $-\frac{2}{3}$. №9 a) 10; b) 1. №13 a) $\frac{c+2}{4}$; b) $\frac{x+a}{a-c}$. №14 b) x-2.

№15 b) $\frac{5-x}{3}$; c) $\frac{2}{1-x}$. №16. a) 4x-12; b) 9a+18; c) $\frac{x+1}{x-1}$. №17. c) $-y^2$. №18. a) $\frac{x-4}{4x}$;

b) $\frac{x+2}{2}$; c) $\frac{x+1}{x+4}$; d) $\frac{x+3}{2}$; f) $\frac{4x-3}{x-4}$. №19 a) $\frac{x-3}{x+1}$; c) $\frac{x-y-3}{x}$. №20 a) $\frac{x+2}{x-2}$ $x \neq \pm 2$; b) $\frac{x-2}{x-4}$

$x \neq \pm 4$. №22 c) $\frac{8a^3}{12a^2b}$. №23 c) $\frac{a^2+a}{a^2-1}$. №24 a) $\frac{2}{x+10}$; b) $\frac{y-4}{y+5}$; c) $\frac{x-2}{2x}$; d) $\frac{3}{2x+5}$. №27 4x+10.

№28 a) $\frac{4}{\pi}$; b) 78,5%. №29 a) $\frac{m}{3n+3m}$; c) $\frac{2}{3}$. №31 3) $l = \frac{\pi(R^2-r^2)}{d}$.

səh 14-16. №1 c) $\frac{2x}{3b}$. №2 b) $-\frac{5x}{14y}$. №3 b) $\frac{8}{7pn^2}$. №5 c) $\frac{y^2}{4x^2}$. №6 c) $-\frac{2}{9x^2}$. №7 c) $\frac{12}{x+5y}$;

f) $\frac{x^2+5x+6}{6}$. №9 d) $\frac{a+2}{a+3}$; f) $\frac{3x+3}{2x-2}$. №10 a) 10; b) -1,5. №11 b) $\frac{x-1}{x+1}$. №12 a) $\frac{1}{3a+6}$; b) $\frac{2}{x-5}$

№14. $\frac{x+2}{x+1}$. №15. $\frac{2n-1}{n+2}$. №16. a) $\frac{2x+4}{3x+3}$ $x \neq -1$; $x \neq 5$. №17 a) daha sərfəlidir. №18. $\frac{4}{\pi}$

№19 1) $x \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x - \frac{2}{3} \right)$ 2) $\frac{390x^2}{(2x-1)(3x-2)}$. №20 1) $x+3$ 2) $\frac{a}{a+6}$.

səh 17-22. №1 c) 2. №2 a) $-\frac{a}{2}$; b) $\frac{7}{2}$. №3 b) 5-b. f) a-3. №4 a) 100 b) -10. №5 b) a-4.

№7 i) $\frac{(a+b)^2}{a}$; f) $\frac{2ab}{a+b}$. №8 b) $\frac{2a^2}{a^2-1}$

№9 a) 96; b) 24. №11 b) $\frac{1}{6}$. №13 e) $\frac{x}{6x+6}$; f) $\frac{8x}{15(x-2)}$. №14 a) $\frac{x}{5(x+5)}$; c) $\frac{2-b}{2b+b^2}$ №15 b) 2;

c) $\frac{8y}{y^2-4}$. №16 a) $\frac{1}{xy}$; c) $\frac{a+2}{a^2-2a}$. №17 a) 0,5; b) 0,8. №18 b) $\frac{1}{a-2}$; c) 1; d) $-\frac{1}{x}$. №19 a) $\frac{1}{a-3}$.

№20 e) $\frac{a+2}{2-a}$; f) $\frac{2}{(x+1)^2}$ №24. 2) $\frac{40}{m(m+2)}$ №27 a) x+2 ; b) 4x.

№28 a) 15 b) 1,5. №29. a) 8; b) 5. №33 1) $\approx 5,1m^3$; 2) 8 reys.

səh 23-24. №1. a) b+c; b) $\frac{3}{a+5}$; f) $\frac{1}{y}$. №2. c) 2p; d) y+1. №3d) a+b. №5 b) $\frac{n^2+9}{2n}$; c) $\frac{4}{x-2}$.

№6 b) $\frac{x+1}{x-1}$. №7 c) $\frac{3m}{m+3}$; d) $\frac{x}{x-2}$. №9 a) x; b) $\frac{12x+5}{5x+2}$. №10 y= $\frac{2\pi r}{x}$. №11 b) Əli ilə Ramiz.

səh 25-26. №4. f) $-\frac{1}{9}$ g) 32; h) $-\frac{8}{27}$. №8 c) $a(b-1)^{-3}$. №9 c) $\frac{7}{12}$; d) 9. №10 a) $-\frac{1}{ab}$;

b) $\frac{b+a}{a^2b^2(b-a)}$. №11 f) 4. №13 c) 2; d) 3. №14 c) 8. №15 c) $\frac{12b^4}{a^2}$. №18 a) $2\frac{1}{4}$; d) $-\frac{125}{729}$

№19 c) $\frac{9y}{x^3}$

səh 27-28. №2. b) $2,87 \cdot 10^5$; c) $6,3 \cdot 10^{-6}$. №6 c) $6,12 \cdot 10^{-8}$. №7 780 kq.

№8. 13 rəqəmli. №12 elektron. №15. $4,94 \cdot 10^{13}$. №16. b) $1,35 \cdot 10^{12}$.

səh 30-31. №3. a) 32; c) $\frac{1}{4}$. №9 1,25m. №10 a) $y = \frac{200}{x}$. №11. 1) 2 işçi; 2) 12 saata.

№12. 1) a) 1000 man. b) 500 man; 2) a) 25 ailə. №13. a) 12 gün; b) doğru deyil. №15. b= $\frac{2}{a}$

səh 32-33. №1. b) $d \neq -1$, $d \neq 4$; c) $a \neq b$, $a \neq -b$. №2 $t = \frac{S}{v+5} + \frac{S}{v-5}$. a) 5 saat; b) 7 saat.

№5. x + 2. №7 5. №8. 5, məsələdə b = 0,5 veriləni artıqdır. №9 a) $\frac{x+2}{4(x-3)}$; b) $\frac{2(d-2)}{d+3}$; c) $\frac{x-1}{x-5}$.

№10 b) $-\frac{5}{a+3}$. №11 a) $\frac{4}{k}$; c) $-\frac{2a}{a^2-4}$. №12 a) $\frac{4(x+1)}{4-x^2}$; b) $\frac{3}{x-4}$. №13 a=1, b=-1. №15 c) $\frac{a}{b}$.

№16 b) x^6 ; c) $\frac{x}{x-2}$. №17 a) $\frac{k+2}{k}$. №18. 3 və ya 4. №19 a) $k=2$, $b=-3$.

səh 34-36. №4. 100° , 95° , 75° , 90° və 80° , 85° , 105° , 90° . №6. 75° , 125° , 55° , 105° və 105° , 55° , 125° , 75° . №9. 1) 120° ; 2) 99° . №10. 1) 103° ; 2) 100° ; 3) 76° .

səh 37-39. №9. 1) 7sm və 5sm. 2) 9; 24; 9; 24 (sm). №11. 70° və 110° . №12. 70° və 110° . №15. 1) 8 2) 16 3) 15

səh 40. №1. 1) 6° və 14° . №2. 1) 25.

səh 42-43. №4. 1) 30° ; 4) 12.

səh 44. №2. 2) 60° , 120° , 120° , 60° .

səh 45. №1. 2 sm, 3 sm, 4 sm. №2. 10 sm, 15 sm, 15 sm. №3 b) 40.

səh 46-47. №2. a) 5. №3. 4 sm və 6 sm. №4 $R=6(\text{sm})$. №5 $x=7$; $y=10$. №6. 6 və 10. №7. 4 sm. №11. 32 sm.

səh 48. №2. a) $B(4;3)$. №4. $O(3;2)$. №5 $M(-1;2)$, $D(-4;-2)$.

səh 49-50. №3. 6 sm və 8 sm. №6.c) 15 sm. №8 2)40 sm, 3)64 sm. №9. 7 sm №12.a)7,5 sm.

II Bölmə

səh 54. №2. 8 sm. №6 a) 13; b) 17; c) 4. №7 b) 6; c) 0,8 d) 0,4. №9 c) $x=25$; d) heç bir qiymətdə. №10 b) 16; d) 12. №13 c) $x=\pm 4$; d) $x=\pm \sqrt{5}$ №14 2) $x=\pm 7$; 4) $x=\pm \sqrt{8}$.

№15. $a=16$ sm; $b=1,5$ km; $r=25$ m. №16. 6 sm.

səh 57. №9 $\approx 16,7$ sm

səh 58. №6 a) $A \cap B = \{1; 2; 3; 4\}$

səh 59. №1 a) $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$; b) $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}}$. №8 a) $1,4 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 1,8 < \sqrt{5}$.

səh 61. №2 ≈ 2 san. №5 $\approx 19,6$ m/san. №7 a) $\approx 178,5$ km.

səh 62-63. №1 b) 1,2; d) 0,3. №2 c) $2\frac{1}{4}$; d) $2\frac{1}{3}$. №3 c) $5\frac{5}{6}$. №4 d) 0,4. №6 c) 18; d) 6

e) 2,6. №7 b) 120. №8 c) 21; d) 42. №9 c) 5; d) 5. №11 c) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{7}}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}}$. №13 b) 210;

d) 0,07. №15 b) $\frac{7}{96}$; c) $\frac{15}{29}$. №16 24 sm². №17 24 kub vahid.

səh 64. №3 a)27; c)135. №4 c)3,75. №5 b) $-5x$; c) $4c$; d) $-a$. №6 a) $7x^3$; b) $-6x^3$. №8 a)4; b)3. №9 b)2.

səh 65. №1 e) $\sqrt{6}$; f) $-6\sqrt{3}$. №2 a) $5xy\sqrt{2x}$; b) $-3xy^2\sqrt{2}$. №3 b) $-\sqrt{48}$; f) $-\sqrt{2}$.

№4 b) $-\sqrt{3c^2}$; c) $\sqrt{2x}$; d) $-\sqrt{-2x}$. №7 a) müsbət; c) mənfə.

səh 66-67. №1 c) 0; f) $-0,8\sqrt{13}$. №2 b) 3; d) 11. №3 a) $-\sqrt{3}$; d) $12\sqrt{3a}$. №4 a) $4\sqrt{2x} + 3\sqrt{y}$; b) $6\sqrt{3} + 6\sqrt{3x}$. №5 d) 12; №6 d) $20\sqrt{6}$; f) $-5\sqrt{2}$. №8 b) $30\sqrt{2}$, 108. №9 c) $60\sqrt{2}$; d) $42\sqrt{2}$. №10 a) 11; b) 8; c) 6. №11 a) $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$; d) $(2-\sqrt{a})(2+\sqrt{a})$. №12 a) $x-\sqrt{2}$; c) $\sqrt{a}$.

səh 68. №1. 3) $3\sqrt{2}-1$; 5) $\frac{5\sqrt{2}-1}{7}$. №2. b və c -nin. №3 $a < b$. №4. 4. №7. $\frac{1}{3}$. №8 a) $\frac{2}{a+\sqrt{b}}$.

səh 69-70. №3 a) 3. №8 $\frac{225\pi}{16}$ m². №9. $\approx 8,9$ m/san. №11 a) -17; b) 4. №12 $\approx 30,6$ m/san.

№13. $\sqrt{2}$ m. №14 a) 2,5. №15. $5ab$. №17 c) 2; d) $2\sqrt{3}$. №18. 50 dəfə. №19 a) c ; b) $5c$.

№20 a) -1; b) 5. №21. $\frac{3+\sqrt{5}}{4}$.

səh 73. №3. $\sqrt{51}$ və ya $\sqrt{149}$.

səh 74-78. №1. 2) $\sqrt{3}$. №2. 26 sm². №3. 6,5. №4 2) kvadratsəkilli deyil. №5 a) 17; c) 17;

d) $2\sqrt{2}$. №6 c) 20 m. №7 olar. №8 6; 8; 10. №10 1) $18+6\sqrt{3}$ 2) $h=15$ sm; $P=70$ sm.

№16 a) $r=16$, $q=16\sqrt{2}$; d) 6; f) $p=8$ $m=10$. №17 1) $h=2,5\sqrt{3} \approx 4,3$ (sm)

№19 2) düzbucaqlı üçbucaq; 3) itibucaqlı üçbucaq. №21 1) 6; 3) 12; 4) 50. №22 $P=60$.

№25. $\approx 2,2$ m. №27. 131, 25 san. №28 130 km. №29 hər sonrakı addımda katet əvvəlki düzbucaqlı üçbucağın katetindən $\sqrt{2}$ dəfə kiçilir.

səh 79. №2 1) $y=15$ $CE=5\sqrt{3}$. №3 2) $x=6\sqrt{2}$; 3) $y=12$, $x=12\sqrt{3}$. №4 $R=10$ sm.

№6 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. №7 16,9 sm. №8. 88 mm. №10. 40 sm.

Cavablar

III Bölmə

səh 81-83. №5. 3) ± 5 , 7) 0; $\frac{1}{6}$. №6 a) $\pm\sqrt{2}$, b) ± 15 , f) -2; 0. №8 2) 50m; 3) $R = 4 \text{ sm}$

№9. b) $\pm \frac{1}{2}$ d) ± 1 . №10. 6sm. №13. 2) $a = R\sqrt{\pi}$

səh 84-88. №8. 2) -12; 3. №9 2) $(a+6)(b+6)$. №10. 3 sm. №11. 1m. №14 1) $-1; \frac{1}{6}$, 5) $-1; 2\frac{3}{4}$, 8) $\frac{1}{2}$; -3. №16. $400\text{m} \times 900\text{m}$. №17. 0,5m. №18. 80 sm. №20. 1sm.

№21. $8\text{ch}^{\circ}\text{h} \approx 2 \text{ m}$ 40 sm, $6\text{ch}^{\circ}\text{h} \approx 1 \text{ m}$ 80 sm. №25. 2) $-\frac{1}{2}$, -2; 3) $-1, -\frac{1}{3}$.

səh 89-90. №2. h) 2; 18, j) -3; 4. №4 e) -2; 8, f) 0,5; 1. №5. 5%.

səh 94-96. №2. d) 1; 3,5. №3 a) 3; 5, b) -4; -10. №5. 5 və 6, c) $\frac{1}{2}$ və 2. №8. 1) 7 və 12,

2) -1 və ya 5. №9. 9sm. №12. $6\text{m} \times 7\text{m}$. №15. a) $1\frac{2}{3}$; 3, c) $\frac{1}{5}$; 3, e) -4; $-6\frac{2}{3}$. №17 a) -5; -1,

f) 6; -2. №19. 50 kitab. №23. 7-yə. №24. a) $6\text{sm} \times 5\text{sm} \times 4\text{sm}$, b) 148sm^2 . №25. $b=10\text{m}$, $a=30\text{m}$, $c=10\text{m}$

səh 97-99. №3. 1) $x_2=-5$, $p=-2$; 3) $b=-12$, $x_2=2$; 4) $q=35$. №4 a) -0,6; b) 19; c) -3,8.

№8. 1) 52; 2) 2,5. №11. $m=3$. №12. $n=15$. №13.a) $n=\pm 6$. №14. 1) a) $n=2$; b) $n=\frac{1}{4}$, 2) $n=5,75$.

səh 100. №1. 1) -11; 4, 3) -2; -1; 2; 3. 6) ± 1 ; ± 2 . №2 b) 9. №3 a) ± 1 ; ± 2 , b) ± 1 . №8. 72m.

səh 101, 102. №1. 32 sm. №3. 13sm. №4. 10 nəfər. №5. 24 km/saat və 32km/saat. №6. 10m.

№7. 15 km/saat və 20 km/ saat. №8. $9\text{m} \times 12\text{m}$. №11. 20 %

səh 103, 104. №5. $\approx 30\text{sm}^2$. №7. 26 sıra. №9. $m = 2\frac{1}{4}$. №11 $\approx 2,4\text{san}$. №12. $6\text{m} \times 8\text{m}$.

№14. $\approx 14,8 \text{ m/san}$.

səh 105, 106. №3. 2) 144. №4. tərəfləri 12 sm və 8 sm, perimetri 40 sm-dir. №6. 288 sm^2 .

№10. $P = 6x + 10$. №12. 560. №14. a) 6; 4.

səh 107-109. №2. $\approx 8,7\text{sm}$. №5. $S_{\text{ABC}} : S_{\text{DEF}} = 1:4$. №6. a) $225\sqrt{3} \text{ m}^2$, b) $25\sqrt{3}\text{m}^2$, c) $100\sqrt{3}\text{m}^2$

№7. 180 sm^2 2) 30 sm^2 3) 210 sm^2 . №8. a) 336 sm^2 b) 60 sm^2 . №9. 6 sm, 9,6 sm.

№10. $S = 48\text{sm}^2$; $h_1 = 6\text{sm}$; $h_2 = h_3 = 4,8 \text{ sm}$. №11. 2) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. №12. a) 28 m^2 . №16. 26.

səh 110-112. №3 $P = 24 + 8\sqrt{2}$, $S = 48$. №5. 100 sm^2 . №9. 2) 30 gün, 3) $\approx 8,57\%$. №10.

1) 32 kv.vahid. 2) 8 kv.vahid. №12. b) $37,5 \text{ dm}^2$. №13.2) 16; 105. №14. 36 sm^2 .

səh 113-114. №2 1) 24 sm^2 , 2) 468 sm^2 . №3. 1) 336 sm^2 . №4) 168 №5 60 sm^2 . №7.

1) 30sm^2 , 2) 384sm^2

səh 115-116. №6 32 sm^2 . №7. 9,5. №8 1) 54 sm^2 2) 30sm^2 . №13.2) 5 və 12 sm .№14. $\sqrt{13}$

sm №15. 27 kv.vahid.

IV Bölmə

səh 119. №1. b) -8; 0, e) 3, f) 1. №2 b) -1; 4, d) $\emptyset$. №4. a) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{5}$. №5. b) 5.

səh 120. №1. 28 oyun. №2. 4oyun . №3. 1. №4.6 l ekstrakt. №5.5 kq. №6. 1,5 l.

№7.1) 16 sm, 30 sm; 2) 15 sm; 3) 34 sm. №8. 3,5 sm. №9. $4\text{m} \times 6\text{m}$. №10. 26 sm.

səh 121. №2. 10 gün, 15 gün. №3. 6saat, 12 saat. №7. 3 saat, 6 saat.

səh 122. №1. 25 saat. №2. 70 km/saat. №3. 10 km/saat, 12 km/saat. №4. 3 km/saat.

№5 1) 16 km/saat, 2) 6 saat 24 dəq.

səh 123, 124. №1. a) 3, c) kökü yoxdur. №2. $\frac{10+0,5n}{n}$, 100 dəq. №4. 6 saat,

№9. $t = \frac{26}{3v}$. №10. 1) kökü yoxdur, 2) kökü yoxdur. №11. $\frac{nm}{n+m}$ saat.

№12. 1) $\frac{3}{r}$; 2) $r=12 \text{ sm}$ olduqda. №13. $\frac{\pi}{4}$. №14. 2) $\frac{96}{(x+3)}$ 3) 6 sm; 8 sm; 10 sm; 4,8 sm.

səh 129-130. №3. 1) $\frac{x+3}{x-7}$, 2) $\frac{x-3}{x+6}$, 3) $\frac{x+1}{x-4}$, 4) $\frac{x-5}{x+6}$. №4. 4) -10. №9. 40° . №10. 24 dəq.

№11. 1) 12 nəfər, 2) 3: 4, 3) a) Muradın 8 kitabı var. №12. 370 manat. №14. 275 nəfər.

səh 131. №6. 1) 139,2 km; 2) 15,64 m.

səh 132-133. №1. 1) $x=6$; 2) $z=15$. №2. 1) $x=4$; $y=2$, 2) $x=1$; $y=1,5$.

№4. 1) 16 sm, 14 sm, 10sm. 2) 4sm, 3sm, 2,4 sm. 3) korbucaqqlı üçbucaq.

səh 134-135. №2. a) $x=15$; $y=3$, b) $x=1,5$; $y=4$. №3. 1) 0,8. №6. 1) 60 sm, 2) 0,8 m.

səh 136-139. №5. 1) JK=8, 2) ST=5, 3) WZ=30, UZ=18, 4) HJ=15, HK=10, 5) DB= 5,

CB= 15. №6. 2) 10 sm. №7. CE =1,5sm, ED =4,5 sm. №12. 9. №13. BE=2.

səh 140-142. №4. 1) 9, 2) 20, 3) 10. №5. 4 sm. №6. 108 m. №7. $h=6$, $b=10$. №9. 180m.

№10. a) $x=1,5$; b) $x=4$.

səh 143-146. №4. 2km. №5. 1) $y = 20$, $x = 22,5$ sm, 2) $x = 32$ №7. 1) $x = 6$, 2) $x = 15$.
№8. $x = 6,75$. №9. 24 sm, 16 sm. №10. FB=3. №11. PM=8, DC=5. №12. $\approx 24,6$ mm. №13.
45m. №15.1) 25,5; 2) 63; 3) 18; 4) 21. №16. 3,51m.

səh 148. №1. 1) 24, 2) 18, №2. 36. №3. $z = 4,8$; $y = 64$. №4. 8 sm².

səh 149-150. №2. a) $k = 2$ $x = 8$; $y = 16$. №7. a) $k = \frac{3}{5}$; $t = 18$; $r = 20$, b) $k = \frac{4}{3}$; $x = 7,2$; $y = 6,3$.

səh 151-152. №1. 1) $k = \frac{5}{6}$, $x = 7,5$; 3) $k = 2$; $x = 1,2$. №3. 2) 162 sm². №4. 75 sm².

№5. 180 man. №6. $P_1 = 15$ sm, $P_2 = 20$ sm. №7. 24m². №8. 2:1. №9. 16 km.

№10 1) 375 sm²; 2) 48 m².

səh 153-154. №3. 3) 44. №4. 10 sm, 15 sm. №5. 4,2 m. №7. $h = 0,9$; $m = 4$.

№9. a) $P_1 = \frac{1}{2}$, b) $P_2 = \frac{1}{4}$, c) $P_3 = \frac{1}{8}$. №10. 1) 8m; 2) 6m; 3) 5m 4) 10m. №12. $B_1C_1 = 3$,
 $A_1C_1 = 4$, $k = \frac{1}{3}$.

V Bölmə

səh 158. №9. a) $m > n$, b) $m < n$, c) $m = n$. №11 a) doğru; d) doğru deyil. №14. a) 11; d) -3;
№15. b) 8, c) -5.

səh 161-163. №3. a) müsbət, b) mənfə, d) müsbət. №5 50 saatdan az olmayaraq. №8. ən azı
30 dəq. №13. a) 64, b) 100 sm². №13. a) 24sm, b) 8. №14. 2) ən azı 10 kompüter.
№15. a) $0,8 < P < 1,2$

səh 164-165. №3. c) $23 < 2a + 3b < 33$. №4. 1) a) $-5 < x - y < -2$; 2) a) $5 < \frac{x}{y} < 10$.

№5. b) $0,2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,4$. №6. $64 \leq P \leq 70$. №8. $38^\circ \leq \gamma \leq 40^\circ$.

səh 167. №7. a) -11 və 7; b) -3 və 5, c) -4 və 2. №8 a) (-1; 5), b) (5; 7), d) (3; +∞).

№9. b) [-6; 3), d) (2; +∞). №10. a) [-2; 3), b) (0; 1), c) [-2; 2), e) [-2; 0], f) [2; 3).

səh 169-171. №4. a) $x > 3,5$; b) $y > 5$. №5 a) $(-\frac{7}{8}; +\infty)$, d) $(-\infty; 2\frac{2}{3}]$. №6. b) $(-\infty; -15]$,
f) $(-\infty; 3]$. №7 b) $(-\infty; 4]$, d) $(-\infty; \frac{1}{8})$. №8. 11,5 dəqiqədən çox. №9. 13 əynək. №10 a) $y < \frac{8}{11}$
№11. a) (1,5; +∞), №12. b) $x < 1,25$. №13 a) 3; b) -1. №15. 35. №16. 6 sm-dən kiçik.

№17. ən çoxu $26\frac{2}{3}$ km. №18. 10,5 km/saat-dan böyük sürətlə. №19. 14 kq-dan az.

№21. ən azı 8 tərəf. №22. saatda 6 km-dən böyük sürətlə. №23. 6-dan çox olmayaraq.

№27a) x -in 5-dən böyük qiymətlərində, b) x -in 5-dən kiçik qiymətlərində.

səh 173-174. №6. $t < 0$ və ya $t \geq 100$. №8 19 aydan sonra. №9 a) $[-5; 6)$, d) $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$.

№10 b) 4 və 5. №11 c) $(-12; 6)$. №12 ən azı 96 bal. №14. 3) (15; 20) və ya (20000; 50000)

səh 175-176. №2. a) $(-4; 4)$, c) həlli yoxdur, e) $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$, f) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$,

g) $(-\infty; +\infty)$, h) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. №3 a) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. №4. c) $[-3; 4]$

№7. $|x - 25| \leq 5$. №8. 2) həlli yoxdur, 6) $(-1,5; 4,5)$. №9 a) $a \leq 2$ olduqda. №11 $|u - 55| \leq 3$.

səh 177. №2. Nüsxələrin sayı 3250-dən çox olduqda. №3. b) təxminən 165,5 sm-dən hündür,
174,5 sm-dən qısa. **səh 178.** №7. 0. №11. $\frac{5}{6}$ dəqiqə = 50 saniyə. №13. f) $[-2; 4]$.

səh 180. №2 a) $\frac{5}{13}$; $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{12}$. b) $\frac{12}{13}$; $\frac{5}{13}$; $\frac{12}{5}$ №3. $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$. №4. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$,

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **səh 182.** №1 ≈ 173 m. №3 $x \approx 6$ m $\theta \approx 36^\circ$ $y \approx 10,2$ m. №5 $DS_1 \approx 39$ km
 $DS_2 \approx 64$ km $DS_3 \approx 80$ km. №7 1) 6 pillə 2) $\approx 65,16$ m. №8 ≈ 29 m. №14 $AB = 480$ m,

$AC \approx 927$ m. №15 $h \approx 75,3$ m. №16 $\approx 52,8$ m, $\approx 4,3$ m. **səh 188.** №1 a) $k = 1$ d) $k = 1,5$.

№2 a) $k = 2$ №3 $b = 7$. №4 a) $y = \frac{2}{3}x + 2$ c) $x = 2$ №6. $k = 1$; 45° . №9. a) $x = 1$, d) $y = -2$.

№10. a) $y = -3x + 4$, b) $y = 3x - 9$. №15. 8.

səh 190. №1. $\approx 12^\circ 32'$. №2. $\approx 31,8$ sm, №3. $r = \sqrt{2}$, $s = \sqrt{3}$, $m = 2$, $n = \sqrt{5}$, $u = \sqrt{6}$, $z = \sqrt{7}$.

səh 206. №3. a) 500, b) 96, c) 404. №4 210. **səh 208.** №2. 1) $\frac{2}{15}$, 4) $\frac{3}{25}$. **səh 209.** №4. $\frac{3}{68}$

№8. 1) $\frac{1}{11}$ 2) 26 nəfər. **səh 210.** №3. a) $\frac{81}{256}$, b) $\frac{9}{256}$ c) $\frac{27}{128}$. **səh 211.** №8 a) ≈ 420 nəfər, b) $\frac{84}{925}$.

səh 212. №5. ≈ 1 sm. №7. 8 sm. №14. 2 sm. №21. 27 sm².

№28. $108\sqrt{3}$ sm². №34. 8 dəfə. №39. 2,4 sm.

RİYAZİYYAT 8

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün
«Riyaziyyat» fənni üzrə dərslik

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər:

Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

Məsləhətçi:

Çingiz Qacar

Dil redaktoru:

Asəf Həsənov

Kompüter tərtibatı:

Fuad Qəhrəmanov

Bədii tərtibatı:

Leyla Bəşirova

Korrektoru:

Qafur Zamanov

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin
08.06.2015 tarixli 645 №-li
əmrinə təsdiq edilmişdir.

© Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi – 2017

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

Kağız formatı: $70 \times 100^{1/16}$. Fiziki ç.v. 14,0.
Ofset kağızı. Ofset çapı. Times New Roman şrifti.
Səhifə sayı 224.

Tiraj: 32588. Pulsuz. Bakı 2017

Radius nəşriyyatı
Bakı şəhəri, Binəqədi şossesi, 53

PULSUZ

